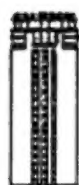


**RÉCRÉATIONS
MATHÉMATIQUES
ET PHYSIQUES,
QUI
CONTIENNENT...**

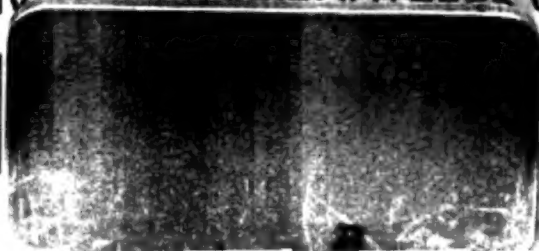
Jacques Ozanam



217 H. 11



UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK GENT



RÉCRÉATIONS
MATHÉMATIQUES
ET
PHYSIQUES.

TOME TROISIEME.

RÉCRIÉATIONS MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES,

QUI CONTIENNENT les Problèmes et les Questions les plus remarquables et les plus propres à piquer la curiosité, tant des Mathématiques que de la Physique; le tout traité d'une manière à la portée des Lecteurs qui ont seulement quelques connoissances légères de ces Sciences.

Par M. OZANAM, de l'Académie royale des Sciences, etc.

NOUVELLE ÉDITION, totalement refondue et considérablement augmentée par M. de M***.

TOME TROISIÈME,

Contenant l'*Astronomie*, la *Géographie*, le *Calendrier*, la *Navigation*, l'*Architecture* et la *Pyrrotechnie*.

A PARIS, RUE DAUPHINE,

Chez FIRMIN DIDOT, Libraire pour les Mathématiques, l'Artillerie et le Génie, grav. et fond. en caracteres.



M. D. C. C. X C.

THE
HISTORICAL RECORD

OF THE
CITY OF NEW YORK

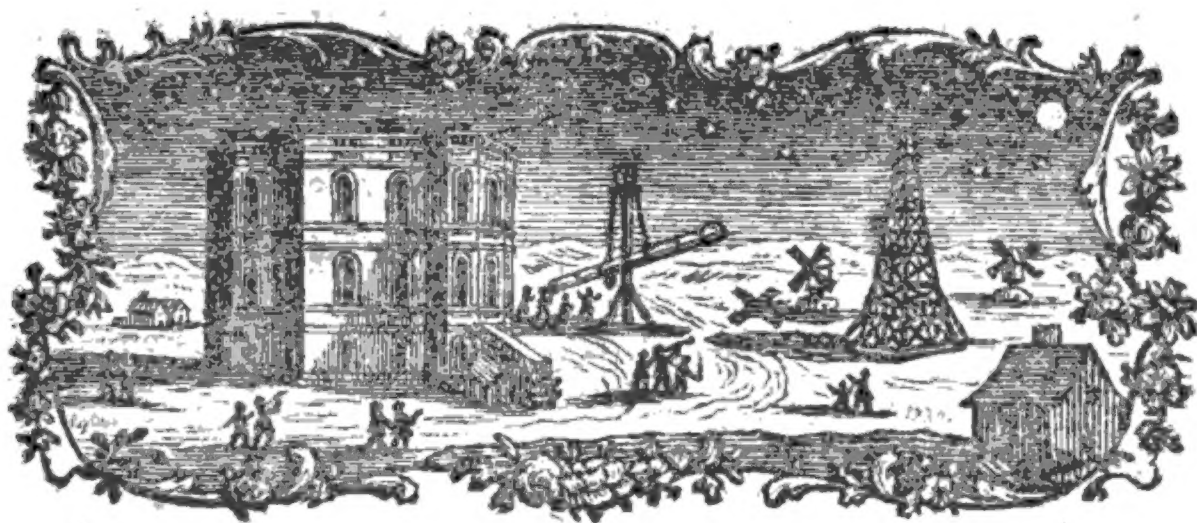
FROM
1624 TO 1898

EDITED BY
JOHN EDGAR HOOVER

PUBLISHED BY
THE NEW YORK PUBLIC LIBRARY

ASTOR LENOX TILDEN FOUNDATION
1200 Broadway, New York

1909



RÉCREATIONS MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

SIXIEME PARTIE,

*CONTENANT les Problèmes les plus curieux
& les plus faciles, ainsi que les vérités les
plus intéressantes de l'Astronomie & de
la Géographie, tant mathématiques que
physiques.*

DE toutes les parties des mathématiques, aucune n'est plus propre à piquer la curiosité, que l'astronomie & ses différentes branches. Rien ne prouve mieux en effet la force & la dignité de l'esprit humain, que d'avoir pu s'élever à des connoissances aussi abstraites que celles des causes.

Tome III.

A

2 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

des phénomènes que nous présente la révolution des astres, de la construction véritable de cet univers, des distances respectives des corps qui le composent, &c. Aussi, dans tous les temps, a-t-on regardé cette étude comme un des plus sublimes efforts de l'intelligence humaine ; & Ovide lui-même, quoique poète, ne s'exprime-t-il jamais sur cet objet qu'avec une sorte d'enthousiasme. Tel est celui des vers où, parlant de la position de l'homme, il dit :

*Cunctaque cùm spectent animalia cætera terram ,
Os homini sublime dedit , cælumque tueri
Jussit, & erectos in sidera tollere vultus. Met. L. I.*

*Felices animæ ! (dit-il ailleurs , en parlant des
astronomes) quibus hæc cognoscere primis
Inque domos superas scandere cura fuit.
Credibile est illos pariter vitiisque , jocisque ,
Altius humanis exeruisse caput.
Non venus aut vinum sublimia pectora fregit ,
Officiumve fori , militiæve labor ,
Nec levis ambitio , perfusaque gloria fuco ,
Magnarumve fames sollicitavit opum.
Admovere oculis distantia sidera nostris ,
Ætheraque ingenio supposuere suo.*

Si dès ce temps l'astronomie excitoit cette admiration, que doit-ce être aujourd'hui, que les connoissances astronomiques sont infiniment plus étendues & plus certaines que celles des anciens, qui n'avoient, pour ainsi dire, fait qu'ébaucher cette science ! Quel eût été l'enthousiasme, quelles eussent été les expressions de ce poète, s'il eût pu

prévoir une partie seulement des découvertes que la sagacité des modernes, aidée du télescope, leur a fait faire ! celles de ces lunes qui environnent Jupiter & Saturne, de l'anneau singulier qui accompagne ce dernier ; de la rotation du soleil & des planètes sur leurs axes ; des divers mouvements de la terre, de son éloignement énorme du soleil, de celui plus incroyable encore des étoiles fixes ; du cours régulier des comètes ; de la disposition enfin & des loix du mouvement de tous les corps célestes, aujourd'hui démontrées à l'égal des vérités géométriques. C'est alors qu'il eût dit avec bien plus de raison, que les esprits qui se sont élevés à ces vérités astronomiques, & qui les ont mises hors de doute, étoient des êtres privilégiés, & d'un ordre supérieur à la nature humaine.

CHAPITRE I.

Problèmes élémentaires d'Astronomie & de Géographie.

PROBLÈME I.

Trouver la ligne méridienne d'un lieu.

LA connoissance de la ligne méridienne est sans contredit la base de toute connoissance & de toute opération soit astronomique, soit géographique ; c'est pourquoi c'est aussi le premier des problèmes qui nous occuperont ici.

Il y a diverses manières de déterminer cette ligne, que nous allons faire connoître.

I.

Sur un plan horizontal plantez solidement &

A ij

4 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Pl. 1, obliquement une pointe de fer, comme une grosse
fig. 1. aiguille, ou un morceau de fer quelconque AB, terminé en pointe ; ayez ensuite une double équerre , c'est-à-dire formée de deux équerres , dont les plans forment un angle , & par son moyen trouvez sur le plan horizontal le point C , qui répond perpendiculairement au sommet du style ; de ce point décrivez plusieurs cercles concentriques , & marquez avant midi le point D , où le sommet de l'ombre les rencontre. Faites la même chose après midi ; & , deux points D & E étant ainsi déterminés dans le même cercle , partagez en deux également l'arc qu'ils interceptent ; tirez enfin par le centre & par ce point de bisection F une ligne droite ; ce sera la méridienne.

En prenant deux points d'un des autres cercles , & faisant la même opération , si ces lignes coïncident , ce sera une preuve , ou du moins une forte présomption , que l'opération est bien faite ; sinon il y aura erreur , & il faudra recommencer l'opération avec plus de soin.

On doit préférer en général les deux observations les moins éloignées de midi , soit parceque le soleil est plus brillant & l'ombre mieux terminée , soit parceque le changement de déclinaison du soleil est moindre ; car cette opération suppose que le soleil ne s'éloigne ou ne s'approche point de l'équateur , du moins sensiblement , pendant l'intervalle des deux observations.

Au reste , pourvu que ces deux observations aient été faites entre 9 heures du matin & 3 heures du soir , le soleil fût-il même voisin de l'équateur , la méridienne trouvée par cette méthode , sera assez exacte pour les usages communs de la société , sous une latitude de 45 à 60° ; car

je trouve que , sous la latitude de Paris , & en faisant les suppositions les plus défavorables , la quantité dont la méridienne pourra être en défaut , ira à peine à 20''. Si on la veut parfaitement exacte , il n'y a qu'à choisir un temps où le soleil soit ou dans l'un des tropiques , sur-tout celui du Cancer , ou très-voisin , en sorte que , dans l'intervalle des deux opérations , le soleil ne change pas sensiblement de déclinaison.

Nous n'ignorons pas que , pour les usages délicats de l'astronomie , il faut encore quelque chose de plus précis ; mais cet ouvrage n'a pour objet que les pratiques les plus simples & les plus curieuses de cette science. Voici néanmoins une seconde manière de trouver la méridienne par le moyen de l'étoile polaire.

II.

Pour trouver la ligne méridienne de cette manière , il faut attendre que l'étoile polaire , que nous supposons connue (a) , soit arrivée au méridien. Or on le connoîtra lorsque cette étoile , & la première de la queue de la grande Ourse , c'est-à-dire celle qui est la plus voisine du quarré de cette constellation , se trouveront ensemble dans une même ligne perpendiculaire à l'horizon ; car vers 1700 ces deux étoiles passoient exactement ensemble par le méridien dans le même temps ; en sorte que , quand l'étoile de la grande Ourse étoit en bas , la polaire étoit au dessus du pôle : mais quoique cela ne soit plus actuellement aussi

(a) Nous donnerons ailleurs une manière de reconnoître dans le ciel les principales étoiles & constellations.

6 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

exact, on peut encore sans erreur sensible, & on pourra encore pendant plusieurs années se servir des étoiles, comme on va voir.

Ayant donc disposé un fil à plomb immobile, on attendra que l'étoile polaire, & celle de la grande Ourse désignée ci-dessus, soient à-la-fois cachées par ce fil. Dans ce moment on disposera un second fil à plomb, tellement qu'il cache à-la-fois le premier & les deux étoiles. Ces deux fils comprendront un plan qui sera celui du méridien: c'est pourquoi, si l'on joint par une ligne droite les deux points où ces aplombs aboutissent sur le pavé, on aura la direction de la méridienne.

On peut, au reste, déterminer chaque jour l'heure à laquelle l'étoile polaire, ou une étoile quelconque, passe au méridien: c'est un calcul dont on indique le moyen dans toutes les Ephémérides; mais, pour en éviter la peine, on va donner ici une table, où l'on trouvera pour chaque premier jour du mois, le moment où l'étoile polaire passe par le méridien, soit au dessus, soit au dessous du pôle.

<i>Mois.</i>	<i>Au dessus du Pôle.</i>		<i>Au dessous.</i>	
1 Janvier	5 ^h	54' du S.	5 ^h	56' du M.
Février	3	42	3	44
Mars	1	53	1	55
Avril	0	0	2	
Mai	10	12 du M.	10	10 du S.
Juin	8	10	8	8
Juillet	6	6	6	4
Août	4	1	3	59
Septembre . . .	2	4	2	2

<i>Mois.</i>	<i>Au dessus du Pôle.</i>	<i>Au dessous.</i>
1 Octobre . . .	0 ^h 16' du M.	0 ^h 14' du S.
Novembre . .	10 16 du S.	10 18 du M.
Décembre . .	8 12 . . .	8 14

Ce calcul , au reste , n'est que pour les années 1769 , 1773, 1777, &c. les premières après la bissextile. On devroit , pour plus d'exactitude , ajouter une minute pour la seconde , 2 minutes pour la troisième , 3 minutes pour la quatrième , dans les mois de Janvier & Février. Mais si l'on fait attention que , l'étoile polaire décrivant un cercle seulement de 1° 59' de rayon , elle change à peine de position , non-seulement dans 3 à 4 minutes , mais même dans un quart-d'heure , on se convaincra que cette précision est inutile.

On peut , par la même raison , regarder cette table comme suffisamment exacte pendant tout le reste du siècle à écouler ; car les différences que peut y apporter le mouvement propre de l'étoile polaire , ne sçauroient aller au-delà de 3 à 4 minutes.

Il y a seulement une attention à faire ; c'est au jour du mois : car , du commencement d'un mois à sa fin , il y a près de deux heures de différence. L'anticipation journalière est enfin exactement de 3' 56'' par jour : ainsi il faudra multiplier ces 3' 56'' par le nombre des jours du mois qui sont écoulés , & ôter le produit de l'heure du passage au premier du mois ; on aura l'heure cherchée.

On se propose , par exemple , le 15 Mars , de tracer une méridienne par l'étoile polaire. Multipliez 3' 56'' par 14 , le produit est 55' ; ôtez ce nombre de 1' 55'' , le restant 1' 0'' donne l'heure du matin où l'étoile polaire passe au méridien au dessous du pôle.

8 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Il y a des mois , comme ceux de Juin , Juillet , & partie de celui d'Août , où , à cause de la grande longueur des jours , l'un & l'autre passage n'est point visible , se faisant dans le jour ou dans le crépuscule. On y suppléera ainsi.

Vous chercherez l'heure du jour à laquelle l'étoile polaire passera par le méridien au dessus du pôle , & vous examinerez si , en comptant 6 heures de plus , cette heure tombe dans la nuit : dans ce cas , vous attendrez ce moment , & vous opérerez comme on a enseigné plus haut. Il est clair que vous aurez par-là la position du vertical ou cercle passant par le zénith , & par l'étoile polaire lorsqu'elle est arrivée à sa plus grande distance du méridien du côté du couchant ; car si elle passe par le méridien à une certaine heure , il est évident que 6 heures après elle en fera à sa plus grande distance. Or , calcul fait , on trouve que l'angle de ce vertical avec le méridien (pour la latitude de $48^{\circ} 50'$, qui est celle de Paris ,) est de $2^{\circ} 57'$: ainsi , en faisant avec la ligne trouvée un angle de $2^{\circ} 57'$ vers l'orient , on aura la vraie ligne méridienne.

Si les 6 heures comptées après le passage par le méridien au dessus du pôle , ne conduisent pas dans la nuit , il n'y a qu'à compter 6 heures de moins ; l'heure ainsi trouvée sera certainement une de celles de la nuit , & celle où l'étoile polaire est à sa plus grande digression du méridien du côté du levant : il faudra alors faire l'angle de $2^{\circ} 57'$ du côté du couchant.

On trouvera peut-être quelque difficulté à faire un angle de $2^{\circ} 57'$, mais en voici le moyen.

Sur la ligne avec laquelle vous voulez faire un angle de $2^{\circ} 57'$, prenez d'un point A , en comp-

tant vers le nord, une longueur de 1000 lignes, Pl. 1, ou 6 pieds 11 pouces 4 lignes; au point B, où se fig. 2. terminera cette longueur, élevez une perpendiculaire du côté du couchant, si vous voulez que l'angle à faire soit du côté du couchant, ou du côté du levant, si vous le voulez tracer du côté du levant; portez sur cette perpendiculaire 51 lignes $\frac{1}{2}$, & que cette longueur se termine au point C; tirez la ligne AC: elle formera avec AB l'angle cherché de $2^{\circ} 57'$, & cet angle fera incomparablement plus exact que par toute autre voie qu'on pourroit employer.

R E M A R Q U E.

ON lit dans les éditions précédentes de cet ouvrage, plusieurs moyens physiques de trouver la méridienne, qu'il faut faire connoître ici, ne fût-ce que pour les apprécier.

Pour connoître le méridien sans boussole ou sans aiguille aimantée, fût-on plongé dans les entrailles de la terre, ayez, dit-on, une aiguille ordinaire à coudre, menue & bien nette, & posez-la doucement sur la surface d'une eau tranquille; elle se placera dans la direction du méridien.

Cette expérience est vraie à quelques égards. Si l'aiguille est longue & menue, elle se soutient assez facilement sur la surface de l'eau, où elle produit un petit enfoncement; l'air qui lui est adhérent, la préserve pendant quelque temps du contact de l'eau; & au surplus, si on y trouve quelque difficulté, on la surmonte en graissant l'aiguille avec un peu de suif: elle se soutient alors sur l'eau avec facilité, & elle prend d'elle-même un mouvement qui l'approche du méridien; j'en ai fait plusieurs fois l'épreuve.

Mais il est faux que la ligne de direction où elle s'arrête soit la méridienne du lieu ; ce n'est que la méridienne magnétique , parceque tout fer allongé & bien suspendu est une aiguille magnétique. Or la méridienne magnétique n'est que la direction du courant du fluide magnétique ; & cette direction fait , comme tout le monde sçait , dans presque tous les lieux de la terre , un angle plus ou moins grand avec le méridien astronomique. Il est , par exemple , actuellement à Paris de 19 à 20° . D'ailleurs , à moins de connoître déjà le côté du nord & celui du sud , on ne pourroit , par ce moyen , les distinguer l'un de l'autre.

Le P. Kircher donne un moyen qu'il dit facile pour connoître le midi & le septentrion. Il veut que l'on coupe horizontalement le tronc d'un arbre bien droit , qui soit au milieu d'une plaine , sans le voisinage d'aucune hauteur , ni d'aucun abri qui l'ait pu de ce côté garantir du vent ou du soleil. On verra dans la section de ce tronc plusieurs lignes courbes autour du centre , qui seront plus serrées d'un côté que de l'autre. Le côté le plus serré sera celui du septentrion , parceque le froid venant de ce côté , resserre , & que le chaud qui vient du côté opposé , raréfie les humeurs & la matiere dont se forment les couches de l'arbre.

Il y a quelque chose de vrai & de fondé en raison dans ce moyen ; mais , outre que tous les bois ne présentent pas ce phénomène , il n'est pas vrai que par-tout le vent de nord soit le plus froid ; c'est souvent , selon la position des lieux , le nord-ouest ou le nord-est : ce sera alors un de ces rhumbs de vent qu'on prendroit pour le nord.

PROBLÈME II.

Trouver la latitude d'un lieu.

LA latitude d'un lieu de la terre est la distance de ce lieu à l'équateur. Cette distance se mesure par l'arc du méridien céleste, entre le zénith de ce lieu & l'équateur; car cet arc est semblable à celui qui est compris sur la terre entre ce lieu & l'équateur terrestre. Cet arc est égal à la hauteur du pôle, qui est l'arc du méridien intercepté entre le pôle & l'horizon: ainsi ceux qui sont sous l'équateur ont les pôles dans l'horizon; &, au contraire, ceux qui auroient le pôle au zénith auroient l'équateur dans l'horizon.

La latitude d'un lieu de la terre est facile à trouver de plusieurs manières.

1^o Par la hauteur méridienne du soleil, un jour donné; car si de cette hauteur on ôte la déclinaison du soleil pour ce jour-là, (lorsque le soleil est dans les signes septentrionaux, & le lieu donné dans l'hémisphère boréal,) on aura la hauteur de l'équateur, dont le complément est la hauteur du pôle. Si le soleil étoit dans les signes austraux, il est aisé de voir qu'il faudroit au contraire ajouter la déclinaison, & l'on auroit la hauteur de l'équateur.

2^o Si l'on mesure dans l'intervalle d'une même nuit la hauteur d'une des étoiles circumpolaires qui ne se couchent point; qu'on retranche de chacune de ces hauteurs la réfraction, (*Voyez ce qu'on dit plus loin de la réfraction.*) la hauteur moyenne sera celle du pôle.

3^o Enfin si l'on connoît, par les catalogues des

12 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

étoiles fixes, l'éloignement d'une étoile à l'équateur, c'est-à-dire sa déclinaison, on mesurera sa hauteur méridienne, & en y ajoutant ou en soustraisant cette déclinaison, on aura la hauteur de l'équateur, dont le complément, ainsi qu'on l'a dit, est la latitude.

P R O B L È M E III.

Trouver la longitude d'un lieu de la terre.

LA longitude est le second élément de toute position géographique. On appelle ainsi la distance du méridien d'un lieu, à un certain méridien qu'on est convenu de regarder comme le premier. Ce premier méridien est vulgairement réputé celui qui passe par l'île de Fer, la plus orientale des Canaries. On prend aussi souvent pour premier méridien, celui de l'observatoire de Paris, observatoire le plus célèbre de l'univers, par la quantité d'observations qui s'y sont faites, ou par celles faites en correspondance avec ses astronomes.

Les longitudes ne se comptoient autrefois que d'occident en orient dans toute la circonférence de l'équateur; mais il est aujourd'hui d'un usage presque général de les compter, les unes à l'orient, les autres à l'occident du premier méridien, ou du méridien réputé tel; en sorte que la longitude ne sçauroit excéder 180° ; & l'on marque dans les tables si elle est occidentale ou orientale. Voyons enfin comment on détermine la longitude.

Si deux méridiens terrestres, éloignés, par exemple, l'un de l'autre de 15° , sont conçus prolongés jusqu'au ciel, il est clair qu'ils intercepteront dans l'équateur & dans tous ses parallèles

des arcs de 15° : il est encore aisé de voir que le soleil arrivera au méridien le plus oriental le premier, & qu'alors il aura encore dans l'équateur, ou dans le parallèle qu'il décrit ce jour, 15° à parcourir avant que d'arriver au méridien le plus occidental. Or il faut une heure au soleil pour parcourir 15° , puisqu'il en emploie 24 à parcourir 360° ; d'où il suit que, tandis qu'il fera midi dans le lieu le plus oriental, il ne sera que 11 heures du matin dans le plus occidental. Si la distance des méridiens des deux lieux étoit plus grande ou moindre, la différence d'heures seroit plus grande ou moindre, à proportion, en comptant une heure pour 15° , & conséquemment 4 minutes par degré, 4 secondes par minute, &c.

Ainsi l'on voit que, pour connoître la longitude d'un lieu, il ne faut que sçavoir l'heure qu'on y compte, lorsqu'on en compte une certaine dans un autre lieu situé sous le premier méridien, ou dont la distance au premier méridien est connue; car si l'on convertit cette différence de temps en degrés & parties de degrés, en prenant 15° pour une heure, un degré pour 4 minutes de temps, &c. on aura la longitude du lieu proposé.

Pour connoître cette différence des heures, la méthode la plus usitée est d'employer l'observation d'un phénomène qui arrive au même instant par tous les lieux de la terre; telles sont les éclipses de lune. Deux observateurs, placés dans les deux endroits dont on désire connoître la différence de longitudes, observent, au moyen d'une pendule bien réglée, les instants où l'ombre atteint successivement diverses taches remarquables de la lune; ils se communiquent ensuite leurs observations; & par la différence de temps qu'ils ont

14 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

compté lorsque l'ombre arrivoit à une même tache, ils déterminent, comme on a dit ci-dessus, la différence des longitudes des deux lieux.

Que l'observateur placé à Paris ait, par exemple, observé que l'ombre atteint la tache appelée *Tycho* à $1^h 45' 50''$ du matin, & que l'autre, placé au lieu A, l'ait observé à minuit $24' 30''$, la différence de ces temps est de $1^h 21' 20''$: ce temps, réduit en degrés & minutes de l'équateur, fait $20^\circ 20'$. Telle est la différence de longitude; & comme il étoit plus tard à Paris que dans le lieu A au moment du phénomène, il s'ensuit que le lieu A est plus occidental, de cette quantité de $20^\circ 20'$.

Comme les éclipses de lune sont assez rares, & qu'il est difficile d'observer avec précision, soit le contact de l'ombre avec le disque de la lune pour fixer le commencement de l'éclipse, soit l'arrivée de l'ombre à une tache quelconque, les astronomes modernes font sur-tout usage des immersions, c'est-à-dire des éclipses des Satellites de Jupiter, & principalement de celles du premier, qui, allant fort vite, éprouve des éclipses fréquentes, & qui se font en peu de secondes. Il en est de même de l'émerfion, ou du retour de la lumière du Satellite, qui se fait presque subitement. De deux observateurs, par exemple, placés l'un au lieu A, l'autre au lieu B, l'un a vu l'immersion du premier Satellite arriver un certain jour à $4^h 55'$ du matin, l'autre à $3^h 25'$. On en conclura que la différence des temps est de $1^h 30'$; ce qui donne $22^\circ 30'$ de différence de longitude, & annonce que le lieu A est le plus oriental, puisqu'au même instant on y comptoit une heure plus avancée.

R E M A R Q U E.

CES observations des Satellites , qui , depuis la découverte de Jupiter , ont été extrêmement multipliées par-tout l'univers , ont en quelque sorte réformé entièrement la géographie ; car la position en longitude de presque tous les lieux , n'étoit déterminée que par des distances itinéraires mal réduites ; en sorte qu'en général on comptoit ces longitudes beaucoup plus grandes qu'elles n'étoient réellement. Dès la fin du siècle passé , on fut assuré qu'il y avoit plus de 25° à retrancher sur l'étendue en longitude qu'on assignoit à notre ancien continent , depuis l'océan occidental jusqu'aux côtes orientales de l'Asie.

Cette méthode si évidente & si démonstrative a néanmoins été critiquée par le célèbre Isaac Vossius ; il préféroit de beaucoup les résultats des itinéraires des voyageurs , ou des estimes des pilotes : mais il n'a prouvé par-là autre chose , sinon qu'autant il avoit d'érudition , du reste assez mal digérée , autant il avoit l'esprit faux , & étoit éloigné de connoître même les premiers éléments de la sphere.

La connoissance de la latitude & de la longitude des différents lieux de la terre est si importante pour les astronomes , géographes , gnomonistes , &c. que nous croyons devoir donner ici une table de celles des principaux points de notre globe. Cette table est sans contredit la plus étendue qui ait encore été donnée. On y trouve la position de presque toutes les villes de France un peu considérables , ainsi que celle de la plupart des capitales & villes célèbres du reste de l'univers , le

16 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

tout fondé sur les observations astronomiques les plus récentes, ou sur les meilleures combinaisons des distances & positions.

Cette table, nous l'osons dire, ne ressemble point à celle qu'on voit à la fin de la traduction nouvelle de la Géographie de Salmon. On jugera par le trait suivant, de la foi qu'on peut avoir dans cette dernière. L'auteur, ou le traducteur, annonce que les longitudes sont comptées du méridien de Londres, & cependant il donne à Londres 17° & quelques minutes de longitude. C'est abuser de la confiance du public, que de lui présenter des ouvrages traduits par des personnes aussi peu instruites de l'objet qu'elles traitent.

Dans la table que nous allons joindre ici, il faut observer que les longitudes sont comptées du méridien de Paris, tant à l'orient qu'à l'occident. Lorsqu'elles sont orientales, elles sont désignées par ces lettres, *or.*, & quand elles sont occidentales, par ces lettres-ci, *oc.* Le signe * marque que la détermination est fondée sur des observations de quelque membre de l'Académie royale des Sciences. Le signe † désigne qu'elle est fondée sur des observations de quelque autre astronome. Enfin, quand il n'y a aucun signe, cela veut dire que cette détermination est fondée sur l'estime, ou des observations moins certaines que les autres.

A l'égard des latitudes, lorsqu'elles ne seront point accompagnées d'aucune lettre, cela signifiera que la latitude est boréale; quand elle sera australe, on y trouvera jointe la lettre A.



TABLE

T A B L E

*Des LONGITUDES & LATITUDES des Villes & Lieux
les plus remarquables de la Terre.*

N O M S DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID.	
		en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Abbèville *	50...7...10...2...1 oc.	...0...30
Abo *, <i>Finlande</i>	60...27...01...19...34 or.	..19...52
Acapulco *, <i>Amériq.</i>	17...30...57...14...11 oc.	108...48
Agde	43...18...00...4...30	...1...7 $\frac{1}{2}$
Agra, <i>Mogol</i>	26...43...0 ...	4...57...36 or.	74...24
Aix *	43...31...350...12...25 or.	...3...7
Alby *	43...55...440...0...45 oc.	...0...11
Alençon	48...25...00...9...0 oc.	...2...15
Alep, <i>Syrie</i>	35...45...232...20...0 or.	..35...0
Alexandrete *, <i>Syrie</i>	36...35...102...16...0 or.	34...0
Alexandrie *, <i>Egypte</i>	31...11...201...51...46 or.	27...57
Alger	36...49...300...0...29 or.	...0...7
Altona	53...38...250...30...0 or.	..7...30
Altorf	49...17...380...35...25 or.	...8...46
Amiens*	49...53...380...0...8 oc.	...0...2
Amsterdam *	52...22...45 ...	0...10...36 or.	...2...39
Ancône *, <i>Etat eccl.</i>	43...37...540...44...42 or.	..11...11
Andrinople, <i>Turquie</i>	41...40...01...36...24 or.	..24...6
Angers *	47...28...80...11...35 oc.	...2...54
Angoulême *	45...39...30...8...45 oc.	...2...11
Antibes *	43...34...50 ...	0...19...14 or.	...4...49
Antioche	35...55...02...25...19 or.	..36...20
Anvers *	51...13...150...8...17 or.	...2...4
Arcangel	64...34...02...26...20 or.	..36...35
Arles *	43...40...330...9...12 or.	...2...18

N O M S DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID.	
		en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Arras	50..18..250...1..40 or.	...0..25
Affise *	43...4..220..41...7 or.	..10..17
Astracan	40..30...03..12...0 or.	..48...0
Athenes , <i>Grece</i>	37..40..101..33...0 or.	..23..15
Auch *	43..38..460...7..20 oc.	...1..45
Augsbourg	48..24...00..34...4 or.	...8...1
Avignon *	43..57..250...9..51 or.	...2..29
Avranches *	48..41..180..14..58 oc.	...3..43
Aurillac *	44..55..100...0 2 or.	...0...7
Auxerre *	47..47..540...4..57 or.	...1..14
Azoph , <i>Crimée</i>	47..10...02..34...0 or.	..38..30
Awatcha † , <i>Kamshatka</i> ...	53...1..20 ...	10..24..30 or.	156...5
Bagdad , <i>Asie</i>	34..45...02..50...0 or.	..42..30
Bâle	47..55...00..21...0 or.	...5..15
Bassora ou Bassora , <i>Asie</i>	30...3...03...4...0 or.	..46...0
Barcelone	41..26...00...0 28 or.	...0...7
Batavia * , <i>Indes</i>6..15...06..57..53 or.	104..19
Baye de tous les Sts. , <i>Brésil</i> .	12..54..30 A.	..2..44..40 oc.	..41..10
Baye de Hudson * , <i>Fort Alb.</i>	52..22...05..28...5 oc.	..82..20
Bayeux *	49..16..300..12..11 oc.	...3...3
Bayonne *	43..29..210..15..20 oc.	...3..50
Beauvais *	49..26...20...1...1 oc.	...0..15
Belgrade	45...3...01..16 30 or.	..19...2
Berghen , <i>Norwege</i>	61...0...00..22..49 or.	...5..40
Berlin *	52..31..300..44..17 or.	..11..15
Bermude , <i>isle</i>	32..25...04..23...0 oc.	..65..45
Berne	46..58...00..20..24 or.	...5...6
Besançon *	47..13..450..14..50 or.	...3..43
Béziers * , <i>T. de l'Evêché</i>	43..20..200...3..30 or.	...0..53
Bilbao	40..20...00..11..40 oc.	...5..55

N O M S DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID.	
		en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Blois	47° 35' 00"	0° 4' 15" oc.	1° 1'
Bologne *, <i>Is. S. Pétrone</i>	44° 29' 40"	0° 36' 5" or.	9° 1'
Bolkereskoy, * <i>Kamshatka</i>	52° 54' 30"	8° 16' 0" or.	154° 0'
Bordeaux *	44° 50' 18"	0° 11' 39" oc.	2° 55'
Boston *	42° 22' 00"	4° 53' 20" oc.	73° 20'
Bourg-en-Bresse *	40° 12' 30"	0° 11' 36" or.	2° 54'
Bourges *	47° 4' 40"	40° 0' 14" or.	0° 3½'
Breslau, <i>Silésie</i>	51° 31' 00"	0° 59' 16" or.	14° 47'
Brest *	48° 23' 00"	0° 27' 8" oc.	6° 51'
Bristol	51° 28' 00"	0° 20' 11" oc.	5° 4'
Bruges	51° 11' 30"	0° 3' 8" or.	0° 47'
Bruxelles *	50° 51' 00"	0° 8' 7"	2° 2'
Bude, <i>Turquie</i>	47° 28' 00"	1° 9' 52"	17° 26'
Buenos-Ayres *, <i>Paraguay</i>	34° 35' 26" A.	4° 3' 25"	60° 51'
Cadix *	36° 31' 7"	0° 34' 16" oc.	8° 34'
Caen *	49° 11' 10"	0° 10' 47" oc.	2° 42'
Caffa, <i>Crimée</i>	44° 45' 00"	2° 14' 0" or.	33° 30'
Caire *, (le) <i>Egypte</i>	30° 3' 12"	1° 56' 40" or.	29° 10'
Calais *	50° 57' 31"	0° 1' 56" oc.	0° 29'
Calcuta *, <i>Indes orient</i>	22° 34' 43"	5° 44' 33" or.	86° 8'
Cambray *	50° 10' 30"	0° 3' 35" or.	0° 54'
Cambridge, <i>Anglet</i>	50° 10' 00"	0° 6' 30" oc.	1° 37'
Candie *	35° 18' 45"	1° 31' 52" or.	22° 58'
Canton *, <i>Chine</i>	23° 8' 00"	7° 22' 53" or.	110° 43'
Cantorbéry	51° 17' 00"	0° 4' 11" oc.	1° 3'
Cap Comorin, <i>pointe de la presqu'isle de l'Inde</i>	8° 0' 00"	5° 3' 50" or.	75° 54'
Cap de Bonne - Espérance *	33° 55' 15"	1° 4' 15" or.	16° 4'
Cap Finisterre *	42° 51' 50"	0° 46' 35" oc.	11° 39'
Cap François *, <i>S. Doming</i>	19° 57' 3"	4° 55' 8" oc.	73° 47'

N O M S DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle	DIFFÉR. DES MÉRID.	
		en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Cap Kamshatka, <i>Asie</i>	51...3...0 ...	10...7...9 or.	157. 47
Cap Leezard *	49..57..300..29..57 oc.	...7..30
Cap Nord *	71..10...01..22..20 or.	..19..35
Cap Ortegal *	43..36..370..41..20 oc.	..10..20
Cap Saint-Lucas*, <i>pointe de la Californie</i>	23..28...07..28...4 oc.	111..45
Cap Verd	14..43...01..18...0 oc.	..19..30
Carcassone	43..12..200..0...1 or.	...0..0 $\frac{1}{4}$
Carthagene d'Europe	37..24..300..13..15 oc.	...3..25
Carthagene * d'Amérique ...	10..26..355..11...5 oc.	..77..46
Casan, <i>Russie</i>	55..45...03...5...0 or.	..46..15
Cassel, <i>Hesse</i>	51..19...00..28..25 or.	...6. 56
Castres	43..57..100...0..21 oc.	...0...5
Cayennebourg *, <i>Finlande</i> .	64..13..302..34..57 or.	..38..44
Cayenne *, <i>Amérique</i>4..56...03..38..20 oc.	..54..35
Caye S. Louis*, <i>isle S. Dom.</i>	18..19...05...1..44 oc.	..75..26
Cette	43..20..300..11...4 oc.	...2..46
Cézene *, <i>Ital.</i>	44...8..250..39..24 or.	...9..52
Châlons-sur-Marne *	48..57..120...8...9 oc.	...2...2
Châlons-sur-Saône *	46..46..500..10...6 or.	...2..31
Chandernagor *, <i>Indes</i>	22..51..265..44..15 or.	..86...4
Chartres *	48..26..490...3..24 oc.	...0..51
Cherbourg *	49..28..360..15..53 oc.	...3. 58
Civita-Vecchia *	42...5..240..37..45 or.	...9. 26
Clagenfurth, <i>Carinthie</i>	47..20...00..50..10 or.	..12..32
Clermont-Ferrand *	45..46..450...3...0 or.	...0..45
Collioure, <i>Roussillon</i>	42..34...00..10...4	...0..41
Cologne	50..55...00..19...0 or.	...4..45
Compiègne	49..25..100...2...0 or.	...0..30
Conception, (la) * <i>Chili</i>	36..42..535...0...0 oc.	..75

N O M S DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID.	
		en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Constance, <i>Suisse</i>	47 42 30 ...	0 26 12 or.	6 33
Constantinople*, <i>f. de Péra</i>	41 1 10 ...	1 46 25 or.	26 36
Copenhague*.....	55 40 45 ...	0 41 0 or.	10 15
Cordoue.....	37 42 0 ...	0 24 48 oc.	6 12
Coutances*.....	49 2 50 ...	0 15 10 oc.	3 47
Cracovie.....	50 10 0 ...	1 10 0 or.	17 30
Cresmunster*, <i>obs</i>	48 3 36 ...	1 47 10 or.	11 47
Cusco, <i>Pérou</i>	12 25 0 A.	5 4 0 or.	76 0
Dantzick*.....	54 22 23 ...	1 4 44 or.	16 11
Dieppe*.....	49 55 17 ...	0 5 3 oc.	1 16
Dijon*.....	47 19 22 ...	0 10 50 or.	2 42
Dillingen.....	48 30 0 ...	0 31 38 or.	7 54
Dol*, <i>Bretagne</i>	48 33 9 ...	0 16 25 oc.	4 6
Dole.....	45 5 30 ...	0 12 36 or.	3 9
Douvres.....	51 7 47 ...	0 4 8 or.	1 2
Dresde.....	51 6 0 ...	0 44 25 or.	11 6
Drontheim, <i>Norwege</i>	63 10 0 ...	0 28 40 or.	7 10
Dublin.....	52 12 0 ...	0 36 40 oc.	9 10
Dunkerque*.....	51 2 4 ...	0 0 10 or.	2 1/2
Durazzo, <i>Albanie</i>	41 22 0 ...	1 9 41 or.	17 25
Edimbourg.....	55 58 0 ...	0 21 41 oc.	5 25
Embden.....	53 5 0 ...	0 22 20 or.	5 30
Erfurth.....	51 6 0 ...	0 31 40 or.	7 55
Embrun*.....	44 34 0 ...	0 16 36 or.	4 9
Erivan, <i>Arménie</i>	40 30 0 ...	2 48 0 or.	42 0
Erzerom*, <i>Turq. Asiatique</i>	39 36 55 ...	3 5 3 or.	46 16
Evreux.....	49 2 0 ...	0 4 48 oc.	1 12
Faenza*, <i>Italie</i>	44 17 19 ...	0 38 0 or.	9 30
Fernambouc*, <i>Brésil</i>	8 13 0 A.	2 30 0 oc.	37 30
Ferrare*.....	44 49 56 ...	0 37 0 or.	9 15

N O M S DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID.	
		en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Fleche (la) *	47.42.0	0.10.50 oc.	2.42
Florence *	43.46.30	0.34.48 or.	8.42
Francfort-sur-le-Mein *	50.6.0	0.25.0 or.	6.15
Francfort-sur-l'Oder	52.26.0	0.48.55 or.	12.13
Fréjus *	43.26.3	0.17.39 or.	4.25
Gand	51.4.0	0.15.24 or.	1.22
Genes *	44.25.0	0.25.3 or.	6.16
Geneve *	46.12.0	0.17.3 or.	4.0
Glasgow, <i>Ecosse</i>	55.51.32	0.26.21 oc.	6.35
Gibraltar *	36.4.44	0.28.46 oc.	7.11
Goa, <i>Indes</i>	15.31.0	4.45.40 or.	71.25
Gottingen *, <i>Obs.</i>	51.31.54	0.30.16 or.	7.34
Gottenbourg, <i>Suede</i>	57.42.0	0.37.15 or.	9.19
Granville *	48.50.11	0.15.48 oc.	3.57
Grasse	43.39.25	0.18.24 or.	4.36
Gratz *, <i>Styrie</i>	47.4.18	0.52.15 or.	13.4
Gréenwich *, <i>Obs. cél.</i>	51.28.30	0.9.10 oc.	2.18
Grenoble *	45.11.49	0.13.32 or.	3.24
Grypswald *, <i>Pomér.</i>	54.4.20	0.43.46 or.	10.56
Guayaquil *, <i>Perou</i>	2.11.20	5.28.0 oc.	82.0
Hall, <i>Saxe</i>	51.34.0	0.37.25 or.	9.21
Hambourg	53.38.20	0.30.20 or.	7.35
Harlem	52.22.30	0.8.10 or.	2.2
Havane (la)	23.10.0	5.38.0 oc.	84.30
Havre-de-Grace	49.31.0	0.9.0 oc.	2.15
Iacoustk *, <i>Tart. Russe</i>	62.20.0	8.29.30 or.	127.21
Jena	51.2.0	0.35.55 or.	8.58
Jérusalem	31.50.0	2.12.0 or.	33.0
Jédo, <i>Japon</i>	36.15.0	8.52.0	133.0
Jeniseik *, <i>Tart. Russe</i>	58.27.15	5.56.0 or.	89.0

N O M S DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID.	
		en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Ingolstadt *, <i>Obs.</i>	48..46....00..36..10 or.	...9...2
Inspruck, <i>cap. du Tirol.</i>	47..18....00..38..20	...9..35
Ircoustsk *, <i>Tart. Russe</i>	52..18..157..28....0 or.	112...0
Ile de l'Ascension *7..57....0 A.	..1..5..16 or.	..16..29
Ile de Bourbon *, <i>S. Denis</i>	20..51..43 A.	..3..32..40 or.	..53..10
Ile de Fer *	27..47..201..19..36 oc.	..19..54
Ile de France *, <i>P. Louis.</i>	20..9....45 A.	..3..40..32 or.	..55...8
Ile Sainte-Hélène *	16....0....0 A.	..0..26..36 or.	...6..39
Ile d'Huefne *, <i>Obs. de Tyc.</i>	55..54..150..42..10 or.	..10..32
Ile Madagascar, à <i>Foul-</i> <i>pointe</i>	17..41..203...9...5 or.	..47..16
Ile Rodrigue *, <i>habitation.</i>	19..40..30 A.	..4...3..48 or.	..60..52
Ile S.-Domingue *, <i>cap. f.</i>	19..57...34..58...8 oc.	..74..32
Ile Taity *, <i>mer du sud</i>	17..28..55 A.	10...7...9 oc.	151..47
Ile Saint-Thomas, <i>Afr.</i>0..10....00...0..40 or.	...0..10
Isphahan, <i>Perse</i>	32..25...03..22...0 or.	..50..30
Juthia ou Siam *	14..18....06..34....0 or.	..98..30
Kongkitao, <i>cap. de la Corée.</i>	37..30....07..36...8 or.	114...2
Konisberg, <i>Prusse R.</i>	54..42....	..1..15..52 or.	..18..58
Landau *	49..11..400..23..10 or.	...5..48
Langres	47..50..500..12...3 or.	...3...1
Laufanne *	46..31...50..17..41 pr.	...4..25
Lectoure *	43..56...20...6..52 oc.	...1..43
Leipsick *	51..19..140..40...0 or.	..10...0
Leyde *	52..10....00...9...0 or.	...2..15
Liege	50..36....00..13...0 or.	...3..15
Lille *	50..37..500...2..57 or.	...0..44
Lima *, <i>Pérou</i>	12...1..155..16..38 oc.	..79..10
Limoges	45..49..200...4...1	...1...4
Lincoln, <i>Angl.</i>	53..15...00..11...0 oc.	...2..45

N O M S DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID.	
		en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Lintz , <i>Allemagne</i>	48 16... 0...	..0..46..30 <i>or.</i>	..11..37
Lisbone *, <i>cong. orat.</i>	38 42..20...	..0..45..50 <i>oc.</i>	..11..18
Livourne	43 31... 0...	..0..31..44 <i>or.</i>	...7..56
Lorette*	43 27... 0...	..0..44..52 <i>or.</i>	..11..13
Louisbourg *, <i>Amér.</i>	45 53..45...	..4...9...0 <i>oc.</i>	..62..15
Londres *	51 31... 0...	..0...9..41 <i>oc.</i>	...2..25
Louvain	50 50... 0...	..0..10...0 <i>or.</i>	...2..30
Luçon *	46 27..14...	..0..14...2 <i>oc.</i>	...3..31
Lucques	43 50..45...	..0...4...3 <i>or.</i>	...8..10
Lunden *, <i>Scanie</i>	55 41..36...	..0..44...5 <i>or.</i>	..11...1
Lyon *	45 45..51...	..0..10...0 <i>or.</i>	...2..30
Macao *, <i>Chine</i>	22 12..44...	..7..25..45 <i>or.</i>	111..26
Madras , <i>Inde</i>	13 ...5..20...	..5..11...8 <i>oc.</i>	..77..47
Madrid *, <i>gr. place</i>	40 25... 0...	..0..24..18 <i>oc.</i>	...6...4
Masulipatan , <i>Inde</i>	16 20... 0...	..5..16...0 <i>or.</i>	..79...0
Mahon *, <i>fort S. Phil.</i>	39 50..46...	..0...5..24 <i>or.</i>	...1..28
Malaca *2..12... 0...	..6..39...0 <i>or.</i>	..99..45
Malé , <i>princ. des Mald.</i>4..30... 0...	..6...6...0 <i>or.</i>	..91..30
Malines *	51 ...0..50...	..0...8..35 <i>or.</i>	...2...9
Malthe *, <i>cité Valette</i>	35 54... 0...	..0..48..34 <i>or.</i>	..12...8
Manchester , <i>Angl.</i>	53 24... 0...	..0..19...0 <i>oc.</i>	...4..45
Manille *, <i>Philipp</i>	14 36... 0...	..7..54...4 <i>or.</i>	118..30
Mantoue	45 ...2... 0...	..0..31..22 <i>or.</i>	...7..50
Marseille *	43 17..45...	..0..12...9 <i>or.</i>	...3...2
Martinique *, <i>fort Royal</i>	14 35..50...	..4..14..40 <i>oc.</i>	..63..40
Mayence *	49 54... 0...	..0..24...0 <i>or.</i>	...6...0
Meaco , <i>Japon</i>	35 35... 0...	..8..43..45 <i>or.</i>	130..55
Meaux *	48 58... 0...	..0...2...0 <i>or.</i>	...0..30
Mecque , (la) <i>Arabie</i>	21 40... 0...	..2..34..40 <i>or.</i>	..38..40
Médine , <i>Arabie</i>	24 40... 0...	..2..32...0 <i>or.</i>	..38...0

N O M S DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID.	
		en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	M. D.
Messine	38 21...0	..0..51..54 or.	..12..58
Metz	49...7...5	..0..15..24 or.4..51
Mexico , <i>Mexique</i>	19..54...0	..6..46...0 oc.	101..30
Merguy *, <i>Inde</i>	12 12...0	..6..23..52 or.	..95..58
Milan	45..28..10	..0..27..13 or.6..49
Modene	44..34...0	..1..16..50 or.	..19..12
Moka , <i>Arabie</i>	13..40...0	..2..48...0 or.	..42...0
Montpellier *	43 36..33	..0...6..10 or.1..32
Moscow *	55..45..20	..2..21..45 or.	..35..26
Munich	48...9..55	..0..36..40 or.9..10
Munster , <i>Westphalie</i>	52...0...0	..0..20..19 or.5...5
Namur	50..25...0	..0..11..20 or.	..2..50
Nancy	48..41..28	..0..15..26 or.3..52
Nangazaqui , <i>Japon</i>	32...5...0	..8..22..30 or.	125..37
Nanking *, <i>Chine</i>	31..57..31	..7..36...0 or.	114...0
Nantes *	47..13..17	..0..15..35 oc.3..54
Naples * <i>coll. R.</i>	40..50..15	..0..47..35 or.	..11..54
Narbonne *	43..11..13	..0...2..41 or.0..40
Nerzinsk *, <i>Tart. Russe</i>	52...0...0	..7..44...0 or.	116...0
Newstadt , <i>Autr.</i>	47 58...0	..0..56..58 or.	..14..14
Nice *	43..41..54	..0..19..49 or.4..51
Nieuport *	51...7..41	..0...1..40 or.0..25
Nîmes *	43..50..35	..0...8...5 or.2...1
Nouv. Orléans *, <i>Louisiane</i>	29..57..45	..6...9..15 oc.	..92..19
Noyon *	49..34..37	..0...2..43 oc.0..41
Nuremberg *	49..26..55	..0..34..56 or.8..44
Olinde. <i>Voyez Fernanbuc.</i>			
Olmütz , <i>Moravie</i>	49..43...0	..1...0..49 or.	..15..12
Orembourg *, <i>Russie</i>	51..46...0	..3..31..20 or.	..82..20
Orléans *	47..54..4	..0...1..43 oc.0..26

N O M S DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID.	
		en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Ormus, <i>golphe Persique</i>	26..30....0	..1..36....0 or.	..54....0
Ostende *	51..13..55	..0....2..20 or.0..35
Oxford *	51..44..57	..0..14..20 oc.3..55
Ozaca, <i>Japon</i>	35....5....0	..8..43..10 or.	130..50
Padoue *	45..22..26	..0..38..22 or.	...9..36
Pampelune.....	42..43..50	..0..16....0 oc.4....0
Panama *, <i>Amér.</i>8..57..48	..5..30..44 oc.	..82..41
Para, <i>Amér. mérid.</i>1..30....0 A.	..3..22....0 oc.	..50..30
Paris, <i>obs. royal</i>	48..50..12	..0....0....00....0
Parme	44..44..50	..0..30..21 or.	...7..35
Passau	48..30....0	..0..42..50 or.	..10..42
Pavie	45..46..10	..0..27..22 or.	...6..51
Pau *	43..15....0	..0....9..56 oc.2..29
Pékin, <i>obs. impérial</i>	39..54..13	..7..36..35 or.	114...9
Pérouse *	43....6..46	..0..40....0 or.	..10....0
Perpignan *	42..41..55	..0....2..16 or.0..34
Pétersbourg * (Saint-).....	59..56....0	..1..51..58 or.	..28....0
Philadelphie *, <i>Amér.</i>	39..55..55	..5..10....6 oc.	..77..31
Pic des Açores.....	38..35....0	..2....1..50 oc.	..30..27
Pic de Ténériffe *	28..15..54	..1..15..28 oc.	..19..52
Pise	43..41..30	..0..31..28 or.	...7..52
Pondichéry *, <i>Inde</i>	11..53..47	..5..11..30 or.	..77..37
Port-Royal, <i>Acadie</i>	45....2..30	..4..29..40 oc.	..67..25
Port-Royal, <i>Jamaïque</i>	17..30....0	..5..14....0 oc.	..78..30
Pollingen *, <i>Bav., obs.</i>	47..48....8	..0..33..35 or.	...8..24
Prague	50..40..30	..0..49..40 or.	..12..25
Presbourg	48....8....7	..1....0..33 or.	..15....8
Portobelo *, <i>Amér.</i>9..34..35	..5..28..40 oc.	..82..10
Québec *	46..55....0	..4..48..52 oc.	..72..13
Quito *, <i>Pérou</i>0..13..10	..5..21....0 oc.	..80..15

N O M S DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID.	
		en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Raguse.....	42..42...01...3..44 or.	..15..56
Ratisbone.....	49...2...00..38..25 or.	...9..36
Ravenne *	44..25...50..37..16 or.	...9..19
Rennes *	48...6..450..16...8 oc.	...4...2
Reims *	49..14..360...6..52 or.	...1..43
Rimini *	44...3..430..40..44 or.	..10..11
Rio-Janéiro *, <i>Amér</i>	22..54..10 A.	..3...0..20 oc.	..45...5
Rochelle * (la).....	46...9..430..14..23 oc.	...3..56
Rome *	41..53..540..40..37 or.	..10...9
Rostock *	54..22...00..40..25 or.	..10...6
Rotterdam.....	51..55...00..11..26 or.	...2..51
Rouen *	49..26..430...4..59 or.	...1..15
Saltzbourg , <i>Allemag</i>	47..34...00..41..30 or.	..10..22
Saint-Flour *	45...1..550...3...2 or.	...0..46
Saint-Malo *	48..38..590..17..29 oc.	...4..22
Saint-Marin , républ	43..58..450..41...0 or.	..10..15
Saint-Omer *	50..44..460...0..20 or.	...0...5
Salé *, <i>Maroc</i>	34...4...00..36..24 oc.	...9...6
Salonique *, <i>Grece</i>	40..41..101..23..12 or.	..20..48
Sarragoce.....	41..40...00..12..16 oc.	...3...4
Schamaki, <i>Perse</i>	40..30...02..18..40 or.	..34..40
Schonbrun *, <i>chat. imp</i>	48..12...00..55..56 or.	..13..59
Selinginsk *, <i>Tart. Russe</i>	51...6...66..57...8 or.	104..17
Senlis *	49..13...00...0..56 or.	...0..14
Sens *	48..11..560...3..48 or.	..0...57
Séville	37..21..100..33..55 oc.	..8...29
Siam. <i>Voyez Juthia.</i>			
Sienna	43..20...00..36...4 or.	...9...1
Skatolt , <i>Islande</i>	64..10...01..20...0 oc.	..20...0
Smyrne *, <i>Asie</i>	38..28...71..40...0 or.	..25...0

N O M S DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE ou haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID.	
		en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Soissons	49..21..300...3..56 or.	...0..59
Spolette *	41..57..500..41..40 or.	..10..25
Stettin, <i>Poméranie</i>	53..28...00..50..32 or.	..12..38
Stokholm *	59..20..301...2..51 or.	..15..43
Strasbourg *	48..34..350..21..45 or.	...5..26
Stuttgard	48..40...00..26..48 or.	...6..42
Surate, <i>Inde</i>	21..10...04..40..40 or.	..70..10
Syracuse	37...4...00..52...0 or.	..13...0
Swetzingen * <i>obs.</i>	49..23...40..25..23 or.	..6...21
Tauris, <i>Perse</i>	38...5...02..58...0 or.	..44..30
Tefflis, <i>Géorgie Pers.</i>	42..55...02..56...0 or.	..44...0
Temeswar, <i>Hongrie</i>	44..42...01..18..22 or.	..19..35
Theffalonique *, <i>Grece</i>	48..36..211..23..12 or.	..20..48
Tobolsk *, <i>Sibérie</i>	58..12..304..24..20 or.	..66...5
Toledo *	39..50...00..22..40 oc.	...5..40
Tornéa *	65..50..501..27..28 or.	..21..52
Toulon *	43...7..240..14..26 or.	...3..37
Toulouse *	43..35..540...3..35 oc.	...0..54
Tour-de-Cordouan	45..35..300..14..16 oc.	~3..34
Tours *	47..23..440...6..35 oc.	...1..39
Trente	45..43...00..33..30 or.	...8..22
Trieste	45..43...00..42..58 or.	..10..49
Tripoli d' <i>Afrique</i> *	32..53..400..43...1 or.	..10..45
Tripoli de <i>Syrie</i>	34..25...02..13..44 or.	..33..28
Turin *, <i>Pl. du chât</i>	45...5..200..21..20 or.	...5..20
Tyrnau *, <i>Hongrie, obs.</i>	48..22..581...0..55 or.	..15..14
Valence, <i>Espagne</i>	39...0..300...4..20 oc.	...1...5
Valence, <i>France</i>	44..51...00..10...0 or.	...2..30
Valladolid	41..42...00..31..56 oc.	...7..59
Val-Parayso *, <i>Chili</i>	34...0..154..58..37 oc.	..74..39

N O M S DES VILLES ET LIEUX.	LATITUDE <i>ou</i> haut. du Pôle.	DIFFÉR. DES MÉRID.	
		en Temps.	en Deg.
	D. M. S.	H. M. S.	D. M.
Varsovie *	52..14...01..15...0 or.	..18..45
Venise *	45..25...00..38..58 or.	...9..45
Vera-Cruz *, (la) <i>Amér</i> ...	19...9..386..29..13 oc.	..97..18
Vérone *	45..26..260..35..54 or.	...8..59
Verfailles *	48..48..180...0..51 oc.	...0..13
Vienne * <i>en Austr. , obs. imp.</i>	48..12..360..56..10 or.	..14...2
Vigo *, <i>Espagne</i>	42..13..200..43..11 oc.	..10..47
Vilna, <i>Pologne</i>	54..41...01..33..25 or.	..23..21
Viterbe *	42..24..540..39...0 or.	...9..47
Upsal *,	59..51..501...1...1 or.	..15..15
Uranibourg. <i>V. Île d'Huesne</i>			
Urbino *, <i>Italie</i>	43..43..360..43...4 or.	..10..18
Wardhus *	70..22..361..55...8 or.	..28..45
Wittemberg *, <i>Saxe</i>	51..43..100..40..54 or.	..10..15
Wurtzbourg, <i>Franconie</i>	49..46...60..31..35 or.	...7..52
Ylo *, <i>Pérou</i>	17..36..15 A.	..4..54..12 oc.	..73..31
Yorck	54...0...00..12..55 oc.	...3..11
Zagrab, <i>Croatie</i>	46...6...00..56..58 or.	..14..11
Zara, <i>Dalmatie</i>	44..26..400..51..20 or.	..12..51
Zurich *	47..22...00..27..45 or.	...6..51



PROBLÈME IV.

Déterminer l'heure qu'il est dans un lieu de la terre , pendant qu'il est une certaine heure dans un autre.

LA solution de ce problème est le premier usage qui se présente à faire de la table que nous venons de donner ; car si les deux lieux proposés se trouvent dans cette table , il n'y aura qu'une simple addition ou soustraction à faire pour déterminer l'heure qu'il est dans l'un , pendant qu'on a certaine heure dans l'autre.

Si l'un des lieux est Paris , comme les longitudes sont comptées du méridien de cette ville , tant à l'orient qu'à l'occident , il faut considérer d'abord de quel côté est le second lieu donné : s'il est à l'occident , ce que marquent les lettres *oc.* , mises à côté de la différence d'heure , il faudra la soustraire de l'heure de Paris , & vous aurez celle du second lieu.

Au contraire , si le second lieu donné est à l'orient , ce que désigneront les lettres *or.* , il faudra ajouter cette heure à celle de Paris.

On demande , par exemple , quelle heure il est à Cayenne quand il est midi à Paris. Cayenne est occidental à l'égard de Paris , ce qu'on apprendroit , si on ne le sçavoit pas déjà , par les lettres *oc.* , qu'on voit à côté de la différence de temps , qui est $3^h\ 38'\ 20''$; ainsi ôtant ce nombre de 12 heures , resteront $8^h\ 21'\ 40''$: il n'est donc encore que $8^h\ 21'\ 40''$ du matin à Cayenne , quand il est midi à Paris ; & quand il est midi à Cayenne , il est à Paris $3^h\ 38'\ 20''$ du soir.

Qu'on demande maintenant quelle heure il est à Pékin quand il est midi à Paris. Comme Pékin

est à l'orient , il faudra ajouter à 12 heures ou midi , les $7^h 36' 35''$ qu'on trouve dans la table à côté de Pékin ; on aura $7^h 36' 35''$ du soir : & au contraire , quand il est midi à Pékin , il n'est encore à Paris que $4^h 23' 25''$ du matin.

Lorsque les deux lieux donnés sont tous deux à l'occident de Paris , comme Madrid & Mexico , il faut chercher les différences d'heures de chacun avec celle de Paris , & ôter la moindre de la plus grande ; le restant sera la différence d'heures des deux lieux , différence qu'il faudra ôter de l'heure du lieu le plus oriental , par exemple ici Madrid , pour avoir l'heure du plus occidental : ainsi l'on a à côté de Madrid $23' 3''$, & à côté de Mexico $6^h 46'$; la différence est $6^h 22' 57''$, qu'il faudra ôter de l'heure de Madrid pour avoir celle de Mexico.

Si des deux lieux , l'un est à l'orient , l'autre à l'occident du méridien de Paris , il faut alors ajouter ensemble les différences de temps de chacun d'eux avec Paris , & la somme de ces différences sera la différence de temps cherchée entre les deux lieux.

Soient proposées , par exemple , les villes de Constantinople & de Mexico , dont la première est à l'orient de Paris. La différence en temps de Paris & de Constantinople est $1^h 46' 25''$; celle entre Paris & Mexico est $6^h 46'$: la somme de ces deux nombres est $8^h 32' 25''$. Telle sera donc la différence des heures qu'on comptera dans le même moment à Constantinople & à Mexico ; en sorte que , quand il sera midi dans le premier de ces lieux , il ne sera que $3^h 27' 35''$ dans le dernier ; & quand il sera midi dans celui-ci , il sera déjà $8^h 32' 25''$ du soir à Constantinople.

PROBLÈME V.

Comment deux hommes peuvent être nés le même jour, mourir au même moment, & cependant avoir vécu un jour, ou même deux, l'un plus que l'autre.

C'EST une chose connue de tous les navigateurs, que si un vaisseau fait le tour du monde en allant d'orient en occident, lorsqu'il rentrera au port, il se trouvera compter un jour de moins que ne comptent les habitants de ce port. Cela vient de ce que le vaisseau suivant le cours du soleil, a ses jours plus longs; &, sur la totalité des jours comptés dans le voyage, il trouve nécessairement une révolution du soleil de moins.

Au contraire, si on fait le tour de la terre de l'occident à l'orient, comme on va au devant du soleil, les jours sont plus courts; &, dans le circuit entier autour de la terre, on compte nécessairement une révolution du soleil de plus.

Supposons donc qu'un des jumeaux se soit embarqué sur un vaisseau faisant le tour de la terre de l'est à l'ouest, & que l'autre ait resté sédentaire au port; qu'à l'arrivée du vaisseau, on compte jeudi dans le port, le vaisseau arrivant ne comptera que mercredi, & le jumeau embarqué aura un jour de moins dans sa vie. S'ils mourroient donc le même jour, quoiqu'ils soient nés à la même heure, l'un seroit plus âgé que l'autre d'un jour.

Mais supposons à présent que, tandis que l'un fait le tour de la terre de l'est à l'ouest, l'autre le fait de l'ouest à l'est, & qu'ils arrivent le même jour au port où l'on comptera, par exemple, jeudi,
le

le premier comptera mercredi, & l'autre comptera vendredi; ainsi il y aura deux jours de différence entre leurs âges.

Au reste il est aisé de voir qu'ils n'en sont pas moins âgés l'un que l'autre, mais que l'un a eu les jours plus longs & l'autre plus courts dans son voyage.

Si le dernier arrivoit un mercredi au port, & le premier un vendredi, celui-là compteroit le jour de son arrivée jeudi; ce seroit le lendemain un jeudi pour le port; & enfin ce seroit encore le lendemain un jeudi pour les navigateurs arrivants sur le second vaisseau: ce qui seroit, malgré le proverbe populaire, la semaine des trois jeudis.

PROBLÈME VI.

Trouver la grandeur du jour, lorsque le soleil est dans un degré donné de l'écliptique, & pour une latitude donnée.

QUE le cercle ABCX représente un méridien, Pl. 1, AC l'horizon. Prenez l'arc CE égal à la hauteur ^{fig. 3.} du pôle du lieu proposé, par exemple, pour Paris, de $48^{\circ} 50'$; & ayant tiré DE, menez BF perpendiculaire à ED; ou bien faites l'arc AF égal au complément de CE, & tirez FD: il est évident que ED représente le cercle de 6 heures, & DF l'équateur.

Cela fait, cherchez dans les Ephémérides la déclinaison du soleil lorsqu'il occupe le degré de l'écliptique proposé; ou bien déterminez-la par l'opération que nous enseignerons ci-après. Je suppose que cette déclinaison soit boréale: prenez l'arc FM égal à cette déclinaison, du côté du pôle arctique, & par le point M tirez MN parallèle

34 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

à FD , qui rencontrera la ligne DE en O , & l'horizon AC en N . Du point O , comme centre, avec le rayon OM , décrivez un arc de cercle MT , compris entre le point M & NT , parallèle à DE ; vous mesurerez le nombre des degrés compris dans cet arc ce que vous ferez aisément avec le rapporteur; vous convertirez ensuite ce nombre de degrés en temps, à raison de 1^h pour 15° , &c: ce qui en proviendra étant doublé, sera la longueur du jour.

Ainsi, s'il étoit question du jour où le soleil est parvenu à sa plus grande déclinaison boréale, comme elle est de $23^\circ 30'$, on prendroit FB de $23^\circ 30'$, & alors on trouveroit l'arc BI de 120° , ce qui répond à 8^h , dont le double est 16^h . Telle est en effet, à quelques minutes près, la durée du jour à Paris au temps du solstice d'Eté.

Si vous n'avez point de table de déclinaison du soleil pour chaque degré de l'écliptique, vous y suppléerez de la manière suivante. Cherchez le nombre de degrés dont le soleil est éloigné du plus prochain solstice, soit qu'il n'y soit pas encore arrivé, soit qu'il l'ait passé. Je le suppose, par exemple, au 23^e degré du Taureau. Le solstice le plus prochain est celui du Cancer, dont le soleil est alors éloigné de 37° : tirez la ligne BD , qui représente un quart de l'écliptique; prenez ensuite du point B les arcs BK , Bk , égaux chacun à 37° , & tirez Kk , qui coupera BD en L , par lequel vous tirerez MN , qui sera la position du parallèle cherché.

On trouvera sans doute toutes ces choses plus exactement par le calcul trigonométrique; mais nous croyons devoir renvoyer pour cela aux livres d'astronomie.

PROBLÈME VII.

Le plus grand jour d'un lieu étant donné, trouver sa latitude.

CE problème est l'inverse du précédent, & n'est pas difficile à résoudre.

Car le plus grand jour arrive, pour tous les lieux Pl. 1, de la terre, lorsque le soleil est au commencement fig. 4. du signe du Cancer. Soit donc, dans la fig. 4, FD, représentant l'équateur céleste, ou plutôt son diamètre; BL, celui du tropique du Cancer, sur lequel on décrira le demi-cercle BKL. Faites l'arc BK égal au nombre de degrés répondant à la longueur du demi-jour donné, à raison de 15° par heure, & tirez KM perpendiculaire à BL; tirez enfin par M le diamètre NMO: l'angle PCO sera la hauteur du pôle ou la latitude du lieu.

Il seroit facile de tirer de-là la résolution trigonométrique, pour déterminer cette latitude par le calcul; mais, par la raison dite plus haut, nous nous bornerons à cette construction graphique.

PROBLÈME VIII.

Trouver le climat d'un lieu dont la latitude est connue.

ON appelle *climat* en astronomie, l'intervalle de la surface de la terre, compris entre deux parallèles, sous lesquels la différence des plus longs jours est d'une demi-heure: ainsi les jours d'Été, sous le parallèle soit septentrional soit méridional, éloigné de l'équateur de $8^{\circ} 25'$, étant de $12^h 30'$, cet intervalle, ou la zone terrestre comprise entre

36 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

l'équateur & ce parallèle, est appelé le premier climat.

On trouvera donc facilement les limites des différents climats, en cherchant à quelles latitudes les plus grands jours sont de $12^h \frac{1}{2}$, 13^h , $13^h \frac{1}{2}$, 14^h , problème dont on vient de donner la solution; & l'on trouvera les climats compris entre les parallèles des latitudes qui suivent.

	<i>Latit. du parall. le plus mérid.</i>			<i>Latit. du par. le plus sept.</i>	
I ^{er} Climat	0°	0'	.	8°	25'
II ^e	8	25	.	16	25
III ^e	16	25	.	23	50
IV ^e	23	50	.	30	20
V ^e	30	20	.	36	28
VI ^e	36	28	.	41	22
VII ^e	41	22	.	45	29
VIII ^e	45	29	.	49	21
IX ^e	49	1	.	51	28
X ^e	51	28	.	54	27
XI ^e	54	27	.	56	37
XII ^e	56	37	.	58	29
XIII ^e	58	29	.	59	58
XIV ^e	59	58	.	61	18
XV ^e	61	18	.	62	25
XVI ^e	62	25	.	63	22
XVII ^e	63	22	.	64	6
XVIII ^e	64	6	.	64	49
XIX ^e	64	49	.	65	21
XX ^e	65	21	.	65	47
XXI ^e	65	47	.	66	6
XXII ^e	66	6	.	66	20
XXIII ^e	66	20	.	66	28
XXIV ^e	66	28	.	66	31

Comme au cercle polaire le plus grand jour est de 24 heures , & qu'au pôle il est de 6 mois , on a établi fix climats de ce cercle au pôle.

	<i>Latit. du parall. le plus mérid.</i>		<i>Latit. du par. le plus sept.</i>	
XXV ^e Climat. .	66°	31'	67°	30'
XXVI ^e . . .	67	30	69	30
XXVII ^e . . .	69	30	73	20
XXVIII ^e . . .	73	20	78	20
XXIX ^e . . .	78	20	84	00
XXX ^e . . .	84	00	90	00

Ainsi, si l'on demandoit dans quel climat est Paris , il seroit facile de répondre qu'il est dans le neuvieme , sa latitude étant de 49° 50', & ses plus longs jours de 16^h 4'.

REMARQUE.

TOUTE cette considération de climats est de l'ancienne astronomie ; mais l'astronomie moderne ne tient aucun compte de cette division , qui manque en grande partie de justesse , à cause des réfractions ; car en y ayant égard , comme on le doit , quoi qu'en dise M. Ozanam , on trouvera que , sous le cercle polaire , sera le plus grand jour , au lieu d'être de 24 heures , & est réellement de plusieurs fois 24 heures ; car la réfraction horizontale y élevant le centre du soleil au moins de 32' , le centre de cet astre ne doit pas s'y coucher depuis le 9 Juin jusqu'au 3 ou 4 Juillet , & le bord supérieur depuis le 6 Juin jusqu'au 6 Juillet ; ce qui fait un mois entier , pendant lequel on ne perd pas le soleil de vue.

PROBLÈME IX.

Mesurer la grandeur d'un degré d'un grand cercle de la terre , & la terre elle-même.

UNE multitude de phénomènes astronomiques prouvent la rondeur de la terre , c'est-à-dire qu'elle est un globe , ou d'une forme très-approchante. Nous croyons superflu de rapporter ici ces preuves , qui doivent être connues de tous ceux qui ont quelque teinture de physique & de mathématiques. Ce livre n'est pas fait pour les autres.

Nous supposerons donc ici d'abord la terre parfaitement sphérique , telle qu'elle est sensiblement , & nous commencerons par raisonner d'après cette supposition.

Ce qu'on appelle un degré d'un méridien de la terre , n'est autre chose que la distance qu'il y a entre deux observateurs dont les zénith sont éloignés entr'eux de la quantité d'un degré , ou la distance géométrique entre deux lieux sous un même méridien , dont la latitude ou la hauteur du pôle diffère d'un degré : c'est pourquoi , si quelqu'un parcourt un méridien de la terre , en mesurant le chemin qu'il fait , il aura parcouru un degré quand il aura changé sa latitude d'un degré , ou quand une étoile voisine de son zénith , dans sa première station , s'en fera approchée ou éloignée d'un degré.

Il n'est donc question que de choisir deux lieux situés sous un même méridien , dont on connoît exactement les distances & les latitudes ; car , ôtant la plus petite de ces latitudes de la plus grande , on aura l'arc du méridien compris entre

ces deux lieux : ainsi l'on sçaura qu'à un certain nombre de degrés & minutes , répond une certaine quantité de toises. Il n'y a donc qu'à faire cette proportion : comme ce nombre de degrés & de minutes est à ce nombre de toises , ainsi un degré à un quatrieme nombre , qui sera celui des toises répondant à un degré.

Mais comme on commence par choisir ses stations , qui peuvent n'être pas précisément sous le même méridien , mais seulement à peu près , comme Paris & Amiens , on mesure géométriquement la distance méridienne entre leurs deux parallèles ; & connoissant cette distance , ainsi que la différence de latitude des deux endroits , il n'y a qu'à faire une proportion semblable à la précédente , & l'on a la quantité de toises qui répond à un degré.

C'est ainsi que M. Picard opéra pour déterminer la grandeur du degré terrestre aux environs de Paris. Il mesura , par une suite d'opérations trigonométriques , la distance du pavillon de Malvoisine , au sud de Paris , jusqu'au clocher de la cathédrale d'Amiens , en la réduisant au méridien , & la trouva de 78907 toises. Il trouva d'ailleurs , par les observations astronomiques , que la cathédrale d'Amiens étoit plus nord que le pavillon de Malvoisine de $1^{\circ} 22' 58''$. Faisant donc cette regle de trois : comme $1^{\circ} 22' 58''$ sont à un degré , ainsi 78907 toises sont à 57057 , il en conclut que ce degré étoit de 57057 toises.

On a depuis rectifié en quelques points la mesure de M. Picard , & l'on a trouvé ce degré de 57070 toises.

COROLLAIRES.

I. Ainsi, en supposant la terre sphérique, sa circonférence sera de 20545200 toises.

II. On trouvera aisément son diamètre, en faisant cette proportion : comme la circonférence du cercle est au diamètre, ou comme 314159 est à 100000, ainsi le nombre ci-dessus à un quatrième, qui est 6530196 toises : ce sera la grandeur du diamètre de la terre.

III. On auroit sa surface, en la supposant unie comme celle de la mer dans un temps calme, on l'auroit, dis-je, de 134164182859200 toises quarrées ; sçavoir, en multipliant la circonférence par la moitié du rayon, & ensuite quadruplant le produit, ou plus brièvement multipliant la circonférence par deux fois le rayon.

IV. On auroit enfin sa solidité, en multipliant la surface trouvée ci-dessus par le tiers du rayon ; ce qui donneroit 146019735041736067200 toises cubes.

REMARQUE.

L'OPÉRATION faite par M. Picard entre Paris & Amiens, a depuis été continuée dans toute l'étendue du royaume, soit au nord, soit au sud, depuis Dunkerque, dont l'élévation du pôle est de $51^{\circ} 2' 27''$, jusqu'à Collioure, dont la latitude est de $42^{\circ} 31' 16''$: ainsi la distance de leurs parallèles est de $8^{\circ} 31' 11''$. Or on trouvoit en même temps, pour la distance de ces parallèles mesurés en toises, 486058, ce qui donne pour le degré moyen, dans l'étendue de la France, 57051 toises ; mais des corrections postérieures l'ont réduit à 57038 toises.

Dans cette opération, on a eu l'attention de déterminer la distance de la méridienne, qui est celle de l'Observatoire de Paris, avec les lieux principaux entre lesquels elle passe. Il paroîtra peut-être curieux à quelques-uns de nos lecteurs de les connoître. En voici une table, dont la première colonne contient les noms des lieux dont on vient de parler. Dans la seconde on voit le nombre des toises dont ils sont éloignés de la méridienne, & la troisième marque de quel côté ils sont situés, à l'est ou à l'ouest. On a marqué sur la méridienne, par un pilier, l'endroit où elle est rencontrée par la perpendiculaire tirée sur elle du clocher de la cathédrale de Bourges.

TABLE des Lieux de la France les plus voisins de la Méridienne de l'Observatoire de Paris.

FORT de Revers	1206 ^T .	Est.
Dunkerque	1414	Est.
Saint - Omer	3011	Est.
Dourlens		Ouest.
Villers-Bocage	580	Ouest.
Amiens	1252	Ouest.
Sourdon	2341	Est.
Saint-Denis		Est.
Montmartre.	0	
Paris	0	
Lay	0	
Juvisy	1350	Est.
Orléans	16396	Ouest.
Bourges	2358	Est.
Saint-Sauvier	345	Ouest.

42 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Mauriac	382	Ouest.
Rhodes	5528	Est.
Alby	8316	Ouest.
Castres	3911	Ouest.
Carcaffone	246	Est.
Perpignan	23461	Est.
Sommet du Canigou	4664	Est.

De-là la méridienne de Paris , prolongée au sud , entre dans l'Espagne , laissant Gironne à l'orient , à environ $\frac{1}{3}$ de degré de distance , passe à 2 ou 3000 toises à l'est de Barcelone , traverse l'isle de Majorque fort près & à l'est de cette ville , entre en Afrique laissant Alger à 7 minutes de degré à l'est. Nous ne la suivrons pas davantage à travers des peuples & des pays inconnus. Elle sort de l'Afrique dans le royaume d'Ardra.

P R O B L Ê M E X.

De la vraie Figure de la Terre.

NOUS avons dit que divers phénomènes astronomiques & physiques prouvent la rondeur de la terre ; mais ils ne prouvent pas qu'elle soit un globe parfait. On n'a pas plutôt fait usage de méthodes bien précises pour la mesurer , qu'on a commencé à douter de sa sphéricité parfaite. Enfin il est aujourd'hui démontré que notre habitation est aplatie par les pôles , & relevée sous l'équateur , c'est-à-dire que sa coupe , par son axe , au lieu d'être un cercle , est une figure approchante de l'ellipse , dont le moindre axe est celui de la terre , ou la distance d'un pôle à l'autre ; & le plus grand , le diamètre de l'équateur. C'est Newton

& Huygens qui les premiers ont établi cette vérité sur des raisonnements physiques, tirés de la force centrifuge & de la rotation de la terre ; & les observations astronomiques, faites il n'y a pas encore quarante ans, y ont mis le dernier sceau.

Le raisonnement de Huygens & Newton étoit celui-ci. En supposant la terre primitivement sphérique & immobile, ce seroit un globe couvert d'eau dans une grande partie de sa surface. Or il est démontré aujourd'hui que la terre a un mouvement de révolution autour de son axe. Tout le monde sçait d'ailleurs que l'effet du mouvement circulaire est d'écarter les corps circulans du centre du mouvement : ainsi les eaux qui seront sous l'équateur perdront une partie de leur pesanteur, & il faudra qu'elles s'élèvent à une plus grande hauteur, pour regagner par cette hauteur la force nécessaire pour contre-balancer les colonnes latérales étendues jusqu'aux autres points de la terre, où la force centrifuge qui contre-balance la pesanteur, est moindre, & agit moins directement. Les eaux de l'océan s'élèveront donc sous l'équateur, aussi-tôt que la terre, supposée d'abord immobile, prendra un mouvement de rotation autour de son axe : les parties voisines de l'équateur, s'élèveront un peu moins, & celles du voisinage du pôle s'affaîsseront ; car la colonne polaire, n'éprouvant aucun effet de la force centrifuge, se trouvera la plus pesante de toutes.

On ne pourroit guere infirmer ce raisonnement, qu'en supposant que le noyau de la terre fût d'une forme allongée, ou en supposant dans son intérieur une contexture singulière, & adaptée exprès à produire cet effet ; ce qui n'a aucune probabilité.

44 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

On s'est cependant obstiné pendant quelque temps dans le Continent à ne pas admettre cette vérité. On se fondoit principalement sur la mesure des degrés du méridien exécutée en France, par laquelle il paroissoit que ce degré étoit moindre dans la partie septentrionale de la France, que dans la partie méridionale : il en résulteroit en effet pour la terre une figure de sphéroïde allongé par les pôles, & voici comment.

Si la terre étoit parfaitement sphérique, il faudroit s'avancer également sous un méridien, pour que la hauteur du pôle parût varier également. Si s'avancant de Paris vers le nord, par exemple, de 57070 toises, la hauteur du pôle varie d'un degré, il faudroit s'avancer encore de 57070 toises au nord, pour que la hauteur du pôle augmentât de nouveau d'un degré ; & ainsi dans toute la circonférence d'un méridien. Donc, s'il arrive qu'à mesure qu'on avance vers le nord, il faille faire plus de chemin pour un changement de latitude d'un degré, il en faudra conclure que la terre n'est pas sphérique, mais qu'elle est plus aplatie, moins courbe vers le nord ; que cette courbure enfin va en diminuant à mesure qu'on approche du pôle ; ce qui est le propre d'une ellipse dont les pôles de rotation seroient aux extrémités du petit axe. Dans le cas contraire, ce seroit une preuve que la courbure de la terre diminue, qu'elle s'applatit à mesure qu'on marche vers l'équateur ; ce qui conviendrait à un corps formé par la révolution d'une ellipse tournant autour de son grand axe.

Or on crut d'abord trouver en France, que les degrés du méridien croissoient à mesure qu'on s'avançoit vers le midi. Le degré mesuré aux en-

virus de Collioure , terme austral de la méri-
dienne, paroiffoit de 57192 toifes ; celui des en-
virus de Dunkerque, le plus feptentrional , pa-
roiffoit feulemēt de 56944 toifes. On avoit rai-
fon d'en conclure que la forme de la terre étoit
un sphéroïde allongé, ou formé par la révolution
d'une ellipse autour de fon grand axe.

Ceux qui étoient partifans de la philosophie
Newtonienne , trop peu connue alors en France ,
répondoient que ces observations ne prouvoient
rien , parceque cette différence étoit trop peu con-
fidérable pour qu'on ne pût l'imputer aux erreurs
inévitables des observations. En effet , 19 toifes
répondent à environ une feconde : ainfi les 238
toifes de différence ne faisoient qu'environ 12 fe-
condes , dont il eft aisé de fe tromper par bien
des caufes : ils prétendoient même que cette dif-
férence pouvoit être en fens contraire.

On propofa alors , pour décider la contesta-
tion , de mefurer deux degrés les plus éloignés
qu'il fût poffible , un fous l'équateur , & un autre
le plus près du pôle qu'il fe pourroit. Pour cet
effet , MM. de Maupertuis , Camus , Clairaut ,
furent envoyés en 1735 , par le Roi , fous le cercle
polaire arctique , au fond du golphe de Bothnie ,
pour y mefurer un degré du méridien. MM. Bou-
guer , Godin , de la Condamine , furent envoyés
dans le voifinage de l'équateur , & y mefurerent
non feulemēt un degré du méridien , mais prefque
trois. Il réfulta de ces mefures , faites avec des at-
tentions dont on n'avoit point encore eu d'exem-
ple , que le degré voifin du cercle polaire étoit
de 57422 toifes , & que le degré voifin de l'é-
quateur en contenoit 56750 ; ce qui fait une dif-
férence de 672 toifes , différence trop confidérable

pour pouvoir être imputée aux erreurs nécessaires des observations. Il a resté depuis ce temps incontestable que la terre étoit aplatie par les pôles, ainsi que Newton & Huygens l'avoient avancé. Ajoutons ici que les mesures anciennement prises en France ayant été réitérées, on reconnut que le degré alloit en croissant du midi au nord, comme cela doit être dans le cas du sphéroïde aplati.

Plusieurs autres mesures du méridien, faites en différents lieux de la terre, ont depuis confirmé cette vérité. M. l'abbé de la Caille ayant mesuré un degré au cap de Bonne-Espérance, c'est-à-dire sous la latitude australe d'environ 33 degrés, l'a trouvé de 57037 toises. Les PP. Mairé & Boscovich, Jésuites, mesurerent en 1755 un degré du méridien en Italie, sous la latitude de 43 degrés, & ils le trouverent de 56979 toises : ainsi il est constant que les degrés des méridiens terrestres vont en croissant depuis l'équateur au pôle, & que la terre a la forme d'un sphéroïde aplati.

Il y a eu même depuis quelque temps de nouvelles mesures de degrés terrestres, telle est celle de M. l'abbé Liesganic, faite en Allemagne près de Vienne ; celle du P. Beccaria, dans la Lombardie ; & celle de MM. Mason & Dixon, de la Société royale de Londres, faite dans l'Amérique septentrionale. Ils confirment la diminution des degrés terrestres, en approchant de l'équateur, quoiqu'avec des inégalités difficiles à concilier avec une figure régulière. Au surplus, pourquoi la terre auroit-elle une figure d'une parfaite régularité ?

Il est du reste impossible de déterminer précisément quel est le rapport de l'axe de la terre avec

le diamètre de l'équateur : il est démontré que le premier est le plus court ; mais la détermination de son rapport précis exigeroit des observations qu'on ne pourroit faire qu'au pôle. Néanmoins le rapport le plus probable est celui de 177 à 178.

Ainsi, en supposant ce rapport, l'axe de la terre, d'un pôle à l'autre, seroit de 6525376 toises, & le diamètre de l'équateur, de 6562026.

L'excès enfin de la distance d'un point de l'équateur au niveau de la mer, jusqu'au centre de la terre, sur la distance du pôle à ce même centre, sera de 18325 toises, ou environ 8 lieues.

COROLLAIRES.

I. Il suit de ce qu'on vient de dire, plusieurs vérités curieuses ; la première est que *tous les corps, à l'exception de ceux placés sous l'équateur & les pôles, ne tendent point au centre de la terre* ; car la figure circulaire est la seule qui soit telle, que toutes les perpendiculaires à sa circonférence tendent au même point. Dans les autres, dont la courbure varie continuellement, comme sont les méridiens de la terre, ces perpendiculaires à la courbe passent toutes par des points différents de l'axe.

II. L'exhaussement des eaux sous l'équateur, & leur affaissement sous les pôles, étant les effets de la rotation de la terre sur son axe, il est aisé de concevoir que si ce mouvement de rotation s'accéléroit, l'exhaussement des eaux sous l'équateur augmenteroit ; & comme la terre solide a pris, depuis sa création, une consistance qui ne lui permettroit pas de se prêter elle-même à un exhaussement semblable, celui des eaux pourroit devenir tel que toutes les terres placées sous l'équateur

48 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

seroient submergées, & les mers polaires, si elles ne sont pas excessivement profondes, seroient mises à sec.

Au contraire, si le mouvement diurne de la terre s'anéantissoit ou se rallentissoit, les eaux accumulées & soutenues actuellement par la force centrifuge sous l'équateur, retomberoient vers les pôles, & noieroient toutes les parties septentrionales de la terre; il se formeroit de nouvelles isles, de nouveaux continents dans la zone torride, par l'affaissement des eaux, qui laisseroient de nouvelles terres à découvrir.

REMARQUE.

NOUS ne pouvons nous empêcher de remarquer ici un avantage dont, en ce cas, jouiroit la France, ainsi que tous les pays où la latitude moyenne est de 45 degrés environ: c'est que si pareille catastrophe arrivoit, ces pays seroient à l'abri de l'inondation, parceque le sphéroïde, qui est actuellement la vraie figure de la terre, & le globe ou le sphéroïde moins aplati dans lequel elle se changeroit, auroient leur intersection vers le 45^e degré: ainsi la mer ne s'élèveroit point dans cette latitude.

PROBLÈME XI.

Déterminer la grandeur d'un degré d'un petit cercle proposé, ou d'un parallèle.

COMME l'excès du grand sur le petit diamètre de la terre, ne va pas à une cent cinquantième, dans ce problème & dans les suivans nous la considérerons comme absolument sphérique, d'autant plus que la solution de ces problèmes, en regardant la

la terre comme un sphéroïde, entraîneroit des difficultés qui ne sont pas compatibles avec l'objet de ce livre-ci.

Soit donc proposé de déterminer combien de lieues, combien de toises vaut le degré du parallèle passant par Paris, c'est-à-dire le parallèle du 48^e degré 50 minutes; vous le ferez ou géométriquement, ou par le calcul, des deux manières suivantes.

1^o Prenez une ligne AB, que vous diviserez en Pl. 1, 57 parties égales, parceque le degré du méridien fig. 5. est de 57000 toises, ou bien vous la diviserez en 25 parties, qui représenteront des lieues de 25 au degré; du point A, comme centre, décrivez par l'autre extrémité B l'arc BC, que vous ferez de 48° 50', & du point C menez CD perpendiculaire à AB: la partie AD indiquera le nombre de mille toises, ou le nombre de lieues de 25 au degré, contenu dans le degré du parallèle de 48° 50', suivant qu'on aura exécuté la première ou la seconde division.

Cela se trouvera plus exactement par le calcul trigonométrique; il ne faut pour cela que faire la règle de proportion suivante.

Comme le sinus total	100000
au sinus de complément de la latitude, lequel	
est ici de 40° 10',	64500
Ainsi la quantité de toises contenues dans	
le degré du méridien.	57060
à un quatrieme terme, qui sera	36803

Ou bien ,

*Comme le premier de ces termes . . . 100000
est au second 64500*

*Ainsi le nombre des lieues moyennes
contenues dans le degré du méridien , . . . 25
à un quatrieme terme , qui sera 16 $\frac{1}{8}$*

Ainsi le degré du parallele de Paris contient 36803 toises , ou 16 lieues moyennes & $\frac{1}{8}$.

Il est aisé de se démontrer cette regle , en faisant attention que les circonferences des deux cercles , ou les degrés de ces mêmes cercles , sont dans le rapport de leurs rayons. Or le rayon du parallele de Paris , est le sinus de la distance de Paris au pôle , ou le sinus de complément de sa latitude ; tandis que le rayon de la terre ou de l'équateur est le sinus total : d'où il suit évidemment la regle ci-dessus.

3. Si l'on veut avoir la grandeur de la circonférence du parallele , il n'y a qu'à multiplier la grandeur trouvée du degré par 360 ; on aura cette circonférence : ainsi le degré du parallele de Paris ayant été trouvé de 36803 toises , il faudra multiplier ce nombre par 360 , & l'on aura 13249080 toises pour la circonférence entiere de ce cercle.

P R O B L Ê M E XII.

Trouver la distance de deux lieux proposés de la terre , dont on connoît les longitudes & les latitudes.

Nous devons d'abord remarquer que la distance de deux lieux sur la surface de la terre , se doit mesurer par l'arc de grand cercle qu'ils intercep-

tent : ainsi deux lieux qui sont sous le même parallèle , n'ont pas pour distance l'arc du parallèle intercepté entr'eux (a) , mais un arc de grand cercle ; car c'est sur la surface de la sphere le plus court chemin d'un point à l'autre , comme sur la surface plane c'est la ligne droite.

Cela remarqué , il est aisé de voir que ce problème est susceptible de bien des cas : car les deux lieux proposés peuvent , ou être sous le même méridien , c'est-à-dire avoir la même longitude , mais différentes latitudes ; ou avoir même latitude , c'est - à - dire être sous l'équateur , ou sous un même parallèle ; ou enfin avoir différentes longitudes & différentes latitudes : ce qui se subdivise aussi en deux cas , sçavoir , celui où les deux lieux sont dans le même hémisphere , & celui où l'un est dans l'hémisphere boréal , tandis que l'autre est dans l'austral. Mais nous nous bornerons à la solution du seul cas qui ait quelque difficulté.

Car il est aisé de voir que si les deux lieux sont sous un même méridien , l'arc qui mesure leur distance est la différence de leurs latitudes , s'ils sont dans un même hémisphere ; ou la somme de ces latitudes , s'ils sont dans des hémispheres différents. Il n'y a donc qu'à réduire cet arc en lieues , en milles ou en toises , & l'on aura la distance des deux lieux en pareille mesure.

Si les deux endroits proposés sont sous l'équateur , il est pareillement aisé de déterminer l'amplitude de l'arc qui les sépare , & de le réduire en lieues , en milles , &c.

Supposons donc , ce qui est le seul cas ayant

(a) C'est en quoi s'est trompé M. Ozanam , & plusieurs autres.

52 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

quelque difficulté, les deux lieux proposés différents tant en longitude qu'en latitude, Paris & Constantinople, par exemple, dont le premier est plus occidental que le second de $29^{\circ} 30'$, & plus septentrional de $7^{\circ} 45'$. On imaginera un grand cercle passant par ces deux villes, & l'on trouvera la grandeur de l'arc compris par la construction géométrique qui suit.

Pl. 1, Décrivez du centre A, avec une ouverture de fig. 6, compas prise à volonté, le demi-cercle BCDE, n° 1. qui représentera le méridien de Paris. Soit pris l'arc BF, de $48^{\circ} 51'$, qui est la latitude de Paris, pour avoir son lieu en F; tirez le rayon AF.

Soient pris sur le même demi-cercle les arcs BC, ED, chacun de $41^{\circ} 6'$, latitude de Constantinople; la ligne CD fera le parallèle de Constantinople, dont vous trouverez le lieu en cette forte.

Sur CD, comme diamètre, soit décrit le demi-cercle CGD, sur la circonférence duquel vous prendrez l'arc CG égal à la différence des longitudes de Paris & Constantinople, ou de $29^{\circ} 30'$; du point G menez GH perpendiculaire à CD, pour avoir en H la projection du lieu de Constantinople; du point H tirez HI perpendiculaire à AF, & terminée en I par l'arc BCDE: l'arc FI étant mesuré, donnera en degrés & minutes la distance cherchée. Elle est ici de près de 22 degrés.

Si l'un des lieux étoit de l'autre côté de l'équateur, comme est, par exemple, à l'égard de Paris la ville de Fernambouc au Brésil, qui a $7^{\circ} 30'$ de Fig. 6, latitude méridionale, il auroit fallu prendre l'arc n° 2. BC, de l'autre côté du diamètre BE, égal à la latitude du second lieu donné, c'est-à-dire ici de $7^{\circ} 30'$; & comme la différence de longitude de

Paris & Fernambouc est $44^{\circ} 15'$, il faudroit prendre l'arc CG de $44^{\circ} 15'$: on trouvera l'arc FI de 70° ; ce qui , réduits en lieue de 25 au degré , en donne 1750 pour la distance de Paris à cette ville du Bréfil.

R E M A R Q U E.

LORSQUE la distance des deux lieux n'est pas considérable , comme celle de Lyon à Geneve , ville plus septentrionale que Lyon de $36'$ seulement , & plus orientale de $6'$ de temps , qui valent sous l'équateur $1^{\circ} 30'$, on peut abréger beaucoup le calcul.

Prenez en effet la latitude moyenne des deux lieux , elle est ici de $46^{\circ} 4'$; & cherchez par le problème précédent la grandeur du degré du parallèle passant par cette latitude. Nous trouvons qu'elle est de $17 \frac{455}{1000}$ de lieues , dont il y en a 25 au degré d'un grand cercle : ainsi la différence de longitude étant de $1^{\circ} 30'$, cela fait sur ce parallèle 26 lieues & $\frac{1775}{10000}$. D'un autre côté , le nombre des lieues répondant à la différence de latitude , est 15.

C'est pourquoi imaginez un triangle rectangle , dont un des côtés autour de l'angle droit est de 15 lieues , & l'autre de $26 \frac{1775}{10000}$; l'hypothénuse se trouvera , par le calcul ordinaire , être de 30 lieues & $\frac{2714}{10000}$, & ce sera la distance de Lyon à Geneve en ligne droite.

C'est ici naturellement le lieu de faire connoître les mesures dont se servent les différents peuples pour mesurer les distances itinéraires ; & ce sera probablement une chose agréable pour nos lecteurs , car il n'est pas aisé de rassembler ces mesures de comparaison. Nous y avons joint , par cette même raison , les mesures itinéraires des

54 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.
 peuples anciens. Toutes ces mesures sont réduites
 à notre toise de Paris.

TABLE DES MESURES ITINÉRAIRES
anciennes & modernes.

A N C I E N N E G R E C E.

	Toises.
Le Stade Olympique	94 $\frac{1}{2}$
Autre Stade moindre	75 $\frac{1}{2}$
Autre moindre	50 $\frac{1}{3}$

E G Y P T E.

Le Schæne	3024
---------------------	------

P E R S E.

La Parasange ou Farfang	2268
-----------------------------------	------

E M P I R E R O M A I N.

Le Mille, (<i>Milliare</i>)	756
---	-----

J U D É E.

Stade ou Rez	76
Mille ou Berath	569 $\frac{1}{2}$

A N C I E N N E G A U L E.

La Lieue, (<i>Leug</i>)	1134
-------------------------------------	------

G E R M A N I E.

La Lieue, (<i>Raſt</i>)	2268
-------------------------------------	------

A R A B I E.

Le Mille	envir. 1084
--------------------	-------------

FRANCE.

	Toises.
Le Mille	1000
La petite Lieue de 30 au degré	1902
La Lieue moyenne de 25	2283
La grande Lieue de 20, ou Marine	2853

ALLEMAGNE.

Le Mille de $12\frac{1}{2}$ au degré	4536
Autre de 15 au degré	3800

SUEDE.

Le Mille	5483
--------------------	------

DANEMARCK.

Le Mille	3930
--------------------	------

ANGLETERRE.

Le Mille ; il est de 1760 verges angloises, qui font	826
---	-----

ECOSSE.

Le Mille	1147
--------------------	------

IRLANDE.

Le Mille	1052
--------------------	------

ESPAGNE.

La Lieue Légale, de 5000 vares	2147
La Lieue commune, ($17\frac{1}{2}$ au degré)	3261

ITALIE.

Le Mille Romain	768
Le Mille Lombard	$848\frac{2}{3}$
Le Mille Vénitien.	992

36 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

P O L O G N E.

	Toises.
La Lieue	2850

R U S S I E.

La Werste ancienne	656
La Verste moderne	547

T U R Q U I E.

L'Agash	2536
-------------------	------

I N D E S.

Le petit Coff	1342
Le grand Coff.	1542
Le Gau, (côte de Malabar)	6000
Le Nari ou Nali, (ibid.)	900

C H I N E.

Le Li actuel	295
Le Pu, égal à 10 Lis	2950

Nous avons tiré toutes ces évaluations du livre de M. Danville, intitulé, *Traité des Mesures itinéraires anciennes & modernes*, Paris, 1768, in-8°, Imprim. royale : c'est un ouvrage où cette matière est traitée avec une sagacité & une érudition peu communes ; en sorte que, dans l'incertitude où l'on est encore sur les rapports précis de plusieurs de ces mesures aux nôtres, les évaluations données par M. Danville sont certainement ce qu'il y a de plus probable & de mieux fondé. Je me suis, par cette raison, écarté en bien des points de celles qu'a données M. Christiani, dans son livre *delle Misure d'ogni genere, antiche &*

moderne. Cet ouvrage est estimable & fort bon à plusieurs égards, mais il s'en faut bien que la matière y soit discutée aussi profondément que dans celui de M. Danville. Si donc quelqu'un s'appuyoit de cette autorité, ou contredisoit par d'autres motifs quelques-unes des déterminations ci-dessus, il me permettra de le renvoyer à l'ouvrage de l'académicien François.

PROBLÈME XIII.

Représenter le globe terrestre en plan.

LA carte qui représente toute la surface du globe terrestre sur une surface plate, se nomme *planisphere*, *mappemonde*, & *carte générale du globe terrestre*.

On représente ordinairement cette carte en deux hémispheres, parce que le globe artificiel représentant le globe terrestre, ne peut être vu d'un seul aspect; ainsi l'on est contraint de le représenter en plan par deux moitiés, dont chacune est appelée hémisphere. Il y a trois manières de le décrire ainsi.

La première est de le représenter divisé par le plan du premier méridien en deux hémispheres, l'un oriental, l'autre occidental. Cette forme de mappemonde est la plus ordinaire, parcequ'elle présente dans un de ses hémispheres l'ancien continent, & tout le nouveau dans l'autre.

La seconde est de représenter le globe divisé par l'équateur en deux hémispheres, l'un septentrional, l'autre méridional. Cette représentation a ses avantages dans quelques cas; on y voit mieux, par exemple, la disposition des terres les plus septentrionales & les plus australes. On vient de

58 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

publier une carte de ce genre pour l'hémisphère austral , dans laquelle on voit les routes & les découvertes de nos navigateurs modernes dans la mer du sud.

La troisieme consiste à faire voir le globe terrestre divisé par l'horizon en deux hémisphères , l'un supérieur , l'autre inférieur , par rapport à chaque position.

Cette disposition a encore ses avantages dans certaines circonstances. On y voit mieux la disposition des différentes parties de la terre , relativement au lieu proposé ; & nombre de problèmes géographiques se résolvent par-là beaucoup plus aisément.

Le P. Chrysologue , de Gy en Franche-Comté , capucin , a publié depuis peu deux hémisphères semblables , de l'un desquels Paris occupe le centre ; & il a donné une explication des divers usages de cette maniere de représenter le globe terrestre.

On peut se servir de deux méthodes pour ces représentations.

L'une suppose le globe vu par dehors , & tel qu'il paroîtroit apperçu d'une distance infinie.

Suivant l'autre , on considère chaque hémisphère du côté concave , & comme si l'œil étoit placé au bout du diametre central ou au pôle de l'hémisphère opposé , & on le conçoit projeté sur le plan de sa base. De-là naissent diverses propriétés de ces représentations , que nous allons faire connoître.

I.

Lorsqu'on represente le globe vu du côté convexe , & partagé en deux hémisphères par le plan du premier méridien , on suppose l'œil à une distance infi-

nie vis-à-vis le point où l'équateur & le 90^e méridien se coupent l'un l'autre. Tous les méridiens sont alors représentés par des ellipses, hors le premier, qui l'est par un cercle, & le 90^e, qui l'est par une ligne droite; les paralleles enfin sont représentés par des lignes droites. Il y a dans cette représentation un grand défaut, sçavoir, que les parties qui avoisinent le premier méridien sont fort rétrécies, à cause de l'obliquité sous laquelle elles se présentent.

Il arrive le contraire, lorsqu'on représente les deux hémispheres par la seconde méthode, c'est-à-dire vus du côté concave, & projetés sur le plan du méridien. On suppose, pour l'hémisphere oriental, que l'œil est placé à l'extrémité du diamètre qui passe par la section du 90^e méridien & de l'équateur. Il y a alors plus d'égalité entre les distances des méridiens, & même les parties de la terre qui sont au milieu de la carte sont un peu plus serrées que vers les bords. D'ailleurs, tous les méridiens & les paralleles sont représentés par des arcs de cercle, ce qui est fort commode pour la description de la carte. Il y a seulement cet inconvénient, que les parties de la terre paroissent tout autrement que vues par dehors. L'Asie, par exemple, paroît à la gauche, & l'Europe à la droite; mais on y remédie facilement, au moyen d'une contre-épreuve.

II.

Si l'on veut représenter le globe de la terre projeté sur le plan de l'équateur, on peut, selon la première méthode, supposer l'œil à une distance infinie dans l'axe prolongé: le pôle occupera alors le centre de la carte; les paralleles seront des

60 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

cercles concentriques , & les méridiens des lignes droites. Mais il y aura encore ici le défaut , que les parties de la terre , voisines de l'équateur , seront fort resserrées.

C'est pourquoi il vaudra mieux recourir à la deuxième méthode , qui suppose l'hémisphère boréal vu par un œil placé au pôle austral , & *vice versa* ; & comme il y aura ici un renversement relatif de position des lieux , on y remédiera aussi par la contre-épreuve.

III.

Si l'on suppose un œil au zénith d'un lieu déterminé , de Paris , par exemple , & à une distance infinie , on aura sur le plan de l'horizon une représentation de l'hémisphère terrestre , dont Paris occupe le pôle , & qui sera de la troisième espèce. Il y aura encore , à la vérité , l'inconvénient du resserrement des parties voisines de l'horizon.

Mais si l'on veut remédier à cet inconvénient , on le fera en employant la deuxième méthode , ou en supposant cet hémisphère vu à travers l'horizon , par un œil placé au pôle de l'hémisphère inférieur : les méridiens différents seront alors représentés par des arcs de cercle , ainsi que les parallèles : les cercles de distance du lieu proposé à tous les autres lieux de la terre , seront des lignes droites. On remédiera du reste , comme pour les autres , par la contre-épreuve , au renversement de position.

On peut voir les usages nombreux de cette projection particulière , dans un écrit publié en 1774 par ce P. Chrysologue , de Gy en Franche-Comté , capucin , & qui sert d'explication à sa double mappemonde , dont nous avons parlé plus haut.

On pourroit imaginer plusieurs autres projections du globe terrestre , & , en supposant l'œil dans un autre point qu'au pôle de l'hémisphère opposé , mettre plus d'égalité entre les parties qui avoisinent le centre & les bords de la projection : mais il y auroit d'autres inconvénients , sçavoir , que les cercles sur la surface de la sphere ou du globe ne feroient plus représentés par des cercles ou des lignes droites ; ce qui rendroit leur description embarrassante. Il vaut mieux s'en tenir à la projection , faite en supposant l'œil au pôle de l'hémisphère opposé à celui qu'on veut représenter , soit que , comme dans les mappemondes ordinaires , on représente le globe terrestre sur le plan du premier méridien , soit qu'on le veuille représenter sur le plan de l'équateur , ou sur celui de l'horizon d'un lieu déterminé.

PROBLÈME XIV.

Etant données les latitudes & les longitudes de deux lieux , (Paris & Cayenne , par exemple ,) trouver à quel point de l'horizon répond la ligne tirée de l'un à l'autre , ou quel angle fait avec le méridien le cercle vertical mené du premier de ces lieux par l'autre.

CE problème n'est rien moins que difficile à résoudre , en y employant la trigonométrie sphérique ; car il se réduit à celui-ci : *Etant donnés les deux côtés d'un triangle sphérique & l'angle compris, trouver l'un des deux autres angles.* Mais comme , au défaut de tables de sinus , que j'avois perdue avec tous mes effets dans un naufrage , je me suis trouvé , dans une certaine circonstance , obligé de

62 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

résoudre ce problème par une simple construction géométrique, je vais la donner ici. Je ne puis cependant taire l'occasion singulière qui m'y conduisit.

J'étois à l'île de Socotora, près de celle de Madagascar, sur un vaisseau de la Compagnie des Indes qui y étoit en relâche, lorsque je fis connoissance avec un dévot Musulman, des plus riches & des plus accrédités de l'île.

Il sçut bientôt, par des observations astronomiques qu'il me vit faire, que j'étois un astronome; ce qui lui donna l'idée de me proposer de lui déterminer dans son oratoire la direction précise de la Mecque, pour se tourner du côté de ce lieu, vénérable selon lui, dans le temps de ses prières. J'eus assez de peine à m'y déterminer, à cause de l'objet; mais le bon Iahia (c'étoit son nom) m'en pria avec tant d'instances, que je ne pus le lui refuser. Comme je n'avois ni cartes ni globes, mais que je connoissois seulement les longitudes & latitudes des deux lieux, je recourus à une construction graphique assez en grand: je déterminai l'angle de position de la Mecque avec cette île, & je traçai sur le pavé de son oratoire la ligne selon laquelle il falloit qu'il regardât pour envisager la Mecque. Je ne puis dire combien le bon Iahia me sçut gré de ma complaisance: il me promit de ne jamais l'oublier; & je ne doute point que, s'il vit encore, il ne fasse par reconnaissance des prières à son prophète, de m'ouvrir les yeux. Mais revenons à notre problème, où nous prendrons pour exemple les villes de Paris & de Cayenne.

Pour le résoudre par une pure construction géo-

métrique, décrivez un cercle représentant l'horizon de Paris que nous supposons élevé d'un rayon Pl. 2,
fig. 7. au dessus du centre P, en sorte que ce point P représente la projection de Paris. Plus ce cercle sera grand, plus vous opérerez sûrement. Tirez les deux diamètres perpendiculaires AB, CD; prenez DN égale à la distance de Paris au pôle, & menez le rayon NP, & sa perpendiculaire PE, qui représentera un rayon de l'équateur; faites l'arc EK égal à la distance du second lieu à l'équateur, qui est pour Cayenne $4^{\circ} 56'$; tirez encore KF, KG, perpendiculaires aux rayons PB, PN. & du point G la perpendiculaire GO au diamètre AB, que vous prolongerez de part & d'autre; après cela, avec le rayon GK, décrivez du centre O un demi cercle RHQ sur la ligne ROQ: les points R & Q tomberont nécessairement en dedans du cercle, parceque PG étant plus grande que PO, on a au contraire GK ou OR moindre que OS.

Le demi-cercle RHQ étant décrit, prenez l'arc HI égal à la différence de longitude des lieux donnés, sçavoir du côté de C, que nous supposons désigner l'ouest, & du côté du sud, si le second lieu est à l'ouest & plus méridional que Paris; ce qui est le cas de l'exemple proposé, car Cayenne est à l'ouest de Paris, & beaucoup plus près de l'équateur. Il est aisé de voir ce qu'il faudroit faire si ce second lieu étoit plus septentrional, ou à l'est, &c. L'arc HI ayant donc été pris de $54^{\circ} 36'$, tirez la perpendiculaire IL au diamètre RQ; menez HI jusqu'à sa rencontre M, avec ce diamètre prolongé; tirez enfin MF, qui coupera LI en T: ce point T représentera la projection de Cayenne sur l'horizon de Paris; & con-

féquemment , menant la ligne PT, l'angle TPA fera celui que fera le vertical de Paris passant par Cayenne.

On trouve par ce procédé , que la ligne de position de Cayenne à l'égard de Paris , fait avec la ligne méridienne un angle de $68^{\circ} 30'$, c'est-à-dire qu'elle est à l'ouest-sud-ouest , déclinant d'un degré à l'ouest.

Nous convenons que si l'on a un globe , on résoudra mécaniquement ce problème beaucoup plus facilement & plus commodément ; car , dans ce cas , amenez Paris au zénith , & faites tourner le cercle vertical le long de l'horizon , jusqu'à ce qu'il passe par le second lieu donné : il vous sera facile de compter sur l'horizon le nombre des degrés qu'il fera avec le méridien , soit du côté du midi , soit du côté du nord : ainsi vous aurez l'angle qu'il fera avec le méridien. Mais on peut n'avoir pas de globe pour résoudre ainsi le problème , ni même de table de sinus pour le résoudre trigonométriquement ; dans lequel cas , on pourra y suppléer par la projection graphique que nous avons enseignée plus haut.

THÉORÈME.

On ne voit presque jamais les astres au lieu où ils sont réellement. Le Soleil , par exemple , est toujours couché , tandis qu'on l'apperçoit encore tout entier sur l'horizon.

CECI a l'air d'un paradoxe ; c'est néanmoins une vérité reconnue de tous les astronomes , & dont voici l'explication.

La terre est environnée d'une couche d'un fluide
beaucoup

beaucoup plus dense que celui qui remplit les espaces célestes. La *fig. 8* représente une petite Pl. 2,
fig. 8. portion du globe terrestre, & de cette couche qu'on nomme atmosphère. Soit le soleil en *S*, dont le rayon central *SE*, en arrivant à l'atmosphère, au lieu de continuer sa route en ligne droite, se rompt en approchant de la perpendiculaire, & se prolonge par *EF* : le spectateur en *F* ne voit donc l'astre ou le soleil que par la ligne *FE*; &, comme on juge toujours l'objet dans la prolongation directe du rayon par lequel l'œil est affecté, le spectateur en *F* voit le centre du soleil en *s*, toujours un peu plus près du zénith qu'il n'est réellement; & cet écart est d'autant plus grand que l'astre est plus près de l'horizon, parce que le rayon tombe avec plus d'obliquité sur la surface du fluide de l'atmosphère.

Les astronomes se sont assurés que, lorsque l'astre est à l'horizon, cette réfraction est d'environ 33'; donc, lorsque le bord supérieur du soleil est dans la ligne horizontale, en sorte que, sans l'atmosphère, il sembleroit seulement commencer à monter sur l'horizon, il paroîtra déjà élevé de 33'; & comme le diamètre apparent du soleil est moindre que de 33', le bord inférieur paroîtra aussi à l'horizon. Voilà donc le soleil levé en apparence, quoiqu'il ne le soit pas réellement, & même qu'il soit en entier sous l'horizon. De-là suivent plusieurs conséquences curieuses, qu'il est bon de faire connoître.

I.

On voit toujours plus d'une moitié de la sphere céleste, quoique, dans tous les traités de la sphere, on démontre qu'on n'en doit voir que la moitié;

Tome III.

E

66 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

car , indépendamment de l'hémisphère , on voit encore tout autour de l'horizon une bande de 33' environ de largeur , qui appartient à l'hémisphère inférieur.

II.

Par-tout les jours sont plus longs & les nuits sont plus courtes qu'elles ne devraient être , relativement à la latitude du lieu ; car le lever apparent du soleil précède le lever réel , & le coucher apparent suit le coucher effectif : ainsi , quoique par-tout la quantité du jour & celle de la nuit fussent , au bout de l'année , se balancer , la première excède assez considérablement.

III.

L'effet qu'on a décrit plus haut , donne encore la raison d'un paradoxe astronomique que voici.

On peut voir à-la-fois la lune éclipsée , même totalement & centralement , avec le soleil sur l'horizon.

Une éclipse de lune totale & centrale ne peut avoir lieu , que le soleil & la lune ne soient diamétralement opposés. Nous supposons , quoique nous n'ayons point encore parlé des éclipses , que nos lecteurs sont instruits des causes & des conditions de ce phénomène. Lors donc que la lune éclipsée centralement a son centre dans l'horizon rationel , le centre du soleil doit être au point diamétralement opposé ; mais , par l'effet de la réfraction , ces points sont élevés de 33 minutes au dessus de l'horizon : donc , le demi-diametre apparent de la lune & du soleil n'étant que de 15 minutes environ , les bords inférieurs de l'un

& de l'autre paroîtront élevés d'environ 17 minutes.

Telle est l'explication du phénomène qui , à chaque éclipse de lune centrale , doit arriver ; car il y a toujours quelque endroit de la terre , où l'éclipse de lune étant dans son milieu , cet astre se trouve à l'horizon.

IV.

La réfraction enfin nous donne la raison d'un phénomène fort commun , sçavoir, *l'ellipticité apparente du soleil & de la lune à l'horizon* ; car le bord inférieur du soleil touchant , par exemple , l'horizon , il est élevé de 33' par l'effet de la réfraction ; mais le bord supérieur étant élevé réellement de 30 minutes , (car tel est le diamètre apparent du soleil dans ses moyennes distances ,) il est élevé en apparence , par la réfraction , de 28 minutes au dessus de sa hauteur réelle : ainsi le diamètre vertical paroîtra rétréci de toute la différence qu'il y a entre 33 & 28 minutes , c'est-à-dire de 5 minutes ; car si la réfraction du bord supérieur étoit égale à celle de l'inférieur , ce diamètre vertical ne seroit ni allongé ni rétréci. Le diamètre vertical & apparent sera donc réduit à environ 26 minutes.

Mais il ne doit y avoir aucun rétrécissement sensible dans le diamètre horizontal , car les extrémités de ce diamètre ne sont que rapportées un peu plus haut , dans les deux cercles verticaux qui passent par ces extrémités , & qui , ne concourant qu'au zénith , sont presque parallèles. Le diamètre vertical étant donc contracté , & le diamètre horizontal n'éprouvant rien de semblable , il doit résulter pour le disque une figure elliptique.

E ij

V.

Il y a toujours plus d'une moitié de la terre éclairée d'une illumination centrale & complète, c'est-à-dire d'où l'on apperçoit le centre & tout le disque du soleil ; car , sans la réfraction , on appercevrait le centre du soleil , de tout le bord de l'hémisphère au zénith duquel il se trouveroit , à 8 ou 10 secondes près : mais , au moyen de la réfraction , il est apperçu de tout le bord du petit cercle parallèle , qui en est éloigné de 33 minutes vers le nadir ; & on apperçoit le soleil entier de tout le bord du cercle parallèle , éloigné de celui de l'hémisphère de 19 minutes. Il y a donc illumination centrale pour tout l'hémisphère , plus la zone comprise entre le bord de cet hémisphère & le parallèle éloigné de 33 minutes ; & il y a illumination complète de tout le disque du soleil pour tout ce même hémisphère , & la zone comprise entre son bord & le parallèle éloigné de 16 minutes.

Ainsi tout ce que démontre laborieusement & fort longuement le bon M. Ozanam ou son continuateur , d'après le P. Deschales , (*Voyez Récréat. Mathémat.*, Vol. II , p. 277 , édit. de 1750 ,) est absolument faux , parcequ'on y fait abstraction de la réfraction. Aussi tout ce morceau , assez long , semble n'être là que pour grossir le volume.

PROBLÈME XV.

Déterminer , sans tables astronomiques , s'il y a éclipse à une nouvelle ou pleine lune donnée.

QUOIQUE le calcul des éclipses , sur-tout de celles du soleil , soit très-pénible , on pourra ce-

pendant , fans beaucoup de peine , les connoître par la pratique fuivante , du moins pendant le dix-huitieme ſiecle , c'eſt-à-dire depuis 1700 juſqu'en 1800.

Pour les Nouvelles Lunes.

Comptez le nombre des lunaifons complètes , depuis celle du 8 Janvier 1701 , fuivant le calendrier Grégorien , juſqu'à la nouvelle lune propoſée ; multipliez ce nombre par 7361 ; ajoutez 33800 au produit , & divifez la ſomme par 43200 , fans avoir égard au quotient. Si ce qui reſte de la diviſion , ou la différence entre ce reſte & le diviſeur , eſt moindre que 4060 , il y a éclipse , & conſéquemment éclipse de ſoleil.

Exemple. On demande ſ'il y eut éclipse de ſoleil le 1^{er} Avril 1764. Depuis le 8 Janvier 1701 , juſqu'au 1^{er} Avril 1764 , il y a eu 782 lunaifons complètes : multipliez donc ce nombre par 7361 , le produit ſera 5756302 ; à quoi ajoutant 33800 , on aura 5790102 : divifez ce nombre par 43200 ; le reſtant de la diviſion ſera 1302 ; ce qui eſt moindre que 4060 : donc le 1^{er} Avril 1764 il doit y avoir eu éclipse ; & en effet il y a eu ce jour une éclipse de ſoleil , & même annulaire pour une partie de l'Europe.

Pour les Pleines Lunes.

Comptez le nombre des lunaifons complètes , depuis celle qui commença au 8 Janvier 1701 , juſqu'à la conjonction qui précède la pleine lune propoſée ; multipliez ce nombre par 7361 ; ajoutez y 37326 , & divifez la ſomme par 43200 : ſi ce qui reſte après la diviſion , ou la différence

70 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

entre ce reste & le diviseur , est moindre que 2800 , il y aura éclipse de lune.

Exemple. On demande si , dans la pleine lune du 13 Décembre 1769, il y a eu éclipse. Depuis le 8 Janvier 1701, jusqu'au 28 Novembre 1769, jour de la nouvelle lune qui précéda le 13 Décembre, il y a eu 852 lunaisons complètes ; le produit de ce nombre par 7361 est 6271572, à quoi ajoutant 37326, la somme est 6308898. Or cette somme étant divisée par 43200, le reste est 1698, qui est moindre que 2800 : d'où il suit qu'il y a eu éclipse de lune le 13 Décembre 1769, ainsi qu'on le voit par les Almanachs & les Ephémérides.

R E M A R Q U E.

ON fera quelquefois embarrassé à déterminer le nombre des lunaisons écoulées depuis l'époque du 8 Janvier 1701 jusqu'au jour donné : on les trouvera toujours facilement par ce moyen. Diminuez de l'unité le nombre des années au dessus de 1700, & multipliez-le par 365 ; au produit ajoutez le nombre des bissextiles qu'il y a eu jusqu'à l'année donnée : vous aurez le nombre des jours depuis le 8 Janvier 1701, jusqu'au 8 Janvier de l'année proposée. Ajoutez-y encore le nombre de jours depuis le 8 de Janvier de l'année donnée, jusqu'au jour de la nouvelle lune proposée, ou de celle qui précède la pleine lune donnée ; doublez la somme, & divisez-la par 59 : le quotient sera le nombre de lunaisons cherchées.

On propose , par exemple , le 13 Décembre 1769, jour de pleine lune. La nouvelle lune précédente tombe au 28 Novembre. Je diminue 69 de l'unité, & j'ai 68 ; ce qui, multiplié par 365, donne 24820. Il y a eu de plus dans cet intervalle

17 bissextiles : j'ajoute 17, ce qui me donne 24837. Enfin du 8 Janvier au 28 Novembre 1769 il y a 309 jours, qui, ajoutés à la somme ci-dessus, donnent 25146. Je double ce nombre, qui se trouve par-là 50292 ; je le divise par 59, le quotient est 852 : ainsi le nombre de lunaisons complètes, avant la pleine lune du 13 Décembre 1769, est de 852, comme nous l'avons trouvé ci-dessus par un autre moyen.

P R O B L Ê M E X V I.

Construction d'une machine servant à montrer les nouvelles, les pleines Lunes, & les Eclipses qui auront ou qui ont eu lieu pendant une certaine période de temps.

C'EST M. de la Hire qui est l'inventeur de cette machine ingénieuse, faite pour trouver place dans un cabinet astronomique. Elle est composée de trois platines rondes de cuivre ou de carton, & d'une regle ou alidade, qui tournent autour d'un centre commun, & s'emploient de la manière qu'on va l'expliquer, après avoir enseigné leurs divisions. Pl. 3, fig. 9.

Vers le bord de la platine supérieure, qui est la plus petite, il y a deux bandes circulaires, dans lesquelles on a fait de petites ouvertures, dont les extérieures marquent les nouvelles lunes & l'image du soleil, & les intérieures marquent les pleines lunes & l'image de la lune.

Le bord de cette platine est divisé en douze mois lunaires, qui sont chacun de 29 jours 12 heures 44 minutes, mais de telle sorte que la fin du douzième mois, qui fait le commencement de la seconde année lunaire, surpasse la première

72 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

nouvelle lune de la quantité de 4 des 179 divisions marquées sur la seconde platine, qui est au milieu des deux autres.

Au bord de cette platine il y a un index attaché, dont l'un des côtés, qui en est la ligne de foi, fait partie d'une ligne droite qui tend au centre de la machine; cette ligne passe aussi par le milieu de l'une des ouvertures extérieures, qui montre la première nouvelle lune de l'année lunaire. Le diamètre des ouvertures est égal à l'étendue de quatre degrés ou environ.

Le bord de la seconde platine est divisé en 179 parties égales, qui servent pour autant d'années lunaires, dont chacune est de 354 jours & 9 heures ou environ. La première année commence au nombre 179, auquel finit la dernière.

Les années accomplies sont marquées chacune par leurs chiffres 1, 2, 3, 4, &c. qui vont de quatre en quatre divisions, & qui font quatre fois le tour pour achever le nombre 179, comme on le voit en la figure de cette platine. Chacune des années lunaires comprend quatre de ces divisions, de sorte que dans cette figure elles anticipent l'une sur l'autre de quatre des 179 divisions du bord.

Sur cette même platine, au dessous des ouvertures de la première, il y a aux deux extrémités d'un même diamètre un espace coloré de noir, qui répond aux ouvertures extérieures, & qui marque les éclipses du soleil; & un autre espace rouge, qui répond aux ouvertures intérieures, & qui marque les éclipses de la lune. La quantité de chaque couleur qui paroît par les ouvertures, fait voir la grandeur de l'éclipse. Le milieu des deux couleurs, qui est le lieu du nœud de la lune, répond d'un côté à la division marquée 4, & $\frac{2}{3}$ de

degré de plus ; & d'autre côté il répond au nombre opposé. La figure de l'espace coloré se voit sur cette seconde platine , & son amplitude ou étendue marque les termes des éclipses.

La troisieme & la plus grande des platines , qui est au dessous des autres , contient les jours & les mois des années communes. La division commence au premier jour de Mars , afin de pouvoir ajouter un jour au mois de Février , quand l'année est biffextile. Les jours de l'année sont décrits en forme de spirale , & le mois de Février passe au-delà du mois de Mars , à cause que l'année lunaire est plus courte que l'année solaire ; de sorte que la quinzieme heure du dixieme jour de Février , répond au commencement du mois de Mars. Mais après avoir compté le dernier jour de Février , il faut rétrograder avec les deux platines supérieures , dans l'état où elles se trouvent , pour reprendre le premier jour de Mars.

Il y a 30 jours marqués au devant du mois de Mars , qui servent à trouver les épactes.

Il faut remarquer que les jours , comme nous les prenons ici , ne sont point comptés suivant l'usage des astronomes , mais comme le vulgaire les compte , commençant à minuit , & finissant à minuit du jour suivant. C'est pourquoi , toutes les fois qu'il s'agit du premier jour d'un mois , ou de tout autre , nous entendons l'espace de ce jour marqué dans la division ; car nous comptons ici les jours courants suivant l'usage vulgaire , comme nous venons de le dire.

Dans le milieu de la platine supérieure , on a décrit des époques qui marquent le commencement des années lunaires par rapport aux années solaires , selon le calendrier Grégorien , & pour

74 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

le méridien de Paris. Le commencement de la première année, dont la marque doit être 0, & qui répond à la division 179, est arrivé à Paris le 29 Février à 14 heures & demie de l'année 1680. La fin de la première année lunaire, qui est le commencement de la seconde, répond à la division marquée 1 ; & elle est arrivée à Paris l'an 1681, le 17 Février, à 23 heures $\frac{1}{4}$, en comptant, comme nous avons dit, 24 heures de suite d'une minuit à l'autre. Et de crainte qu'il n'y eût quelque erreur en rapportant les divisions du bord de la seconde platine avec celles des époques des années lunaires qui leur correspondent, nous avons mis les mêmes nombres aux unes & aux autres.

Nous avons marqué les époques de suite de toutes les années lunaires, depuis 1777 jusqu'à l'année 1791, afin que l'usage de cette machine fût plus facile pour accorder ensemble chacune des années lunaires & solaires. Quant aux autres années de notre cycle de 179 ans, il ne sera pas difficile de le rendre complet, en ajoutant 354 jours 8 heures 48 minutes & deux tiers pour chaque année lunaire.

La règle ou alidade, qui s'étend du centre de l'instrument jusqu'au bord de la plus grande platine, sert à rapporter les divisions d'une platine avec celle des deux autres. Si l'on applique cette machine à un horloge, on aura un instrument parfait & accompli en toutes ses parties.

La table des époques, qui est dressée pour le méridien de Paris, pourra facilement se réduire aux autres méridiens, si, pour les plus orientaux que Paris, on ajoute le temps de la différence des

méridiens , & au contraire , si on l'ôte pour les lieux plus occidentaux.

Il est à propos de mettre la table des époques au milieu de la platine supérieure , afin qu'elle puisse être vue avec cette machine.

*EPOQUES DES ANNÉES LUNAIRES ,
rapportées aux années civiles pour le Méridien
de Paris.*

Ann. lun.	Ann. civiles.	Mois.	J.	H.	M.
179 . . .	1680	B. Février . . .	29	14	24
1 . . .	1681 . .	Février . . .	17	23	13
2 . . .	1682 . .	Février . . .	7	8	1
10 . . .	1689 . .	Novembre .	12	6	30
20 . . .	1699 . .	Juillet . . .	26	22	37
30 . . .	1709 . .	Avril	9	14	43
40 . . .	1718 . .	Décembre .	22	6	50
50 . . .	1728	B. Septembre .	3	22	55
60 . . .	1738 . .	Mai	18	15	1
70 . . .	1748	B. Janvier . . .	30	7	7
80 . . .	1757 . .	Octobre . . .	12	23	15
90 . . .	1767 . .	Juin	26	15	20
100 . . .	1777 . .	Mars	9	7	26
101 . . .	1778 . .	Février	26	16	14
102 . . .	1779 . .	Février	16	1	2
103 . . .	1780	B. Février . . .	4	9	50
104 . . .	1781 . .	Janvier	24	18	38
105 . . .	1782 . .	Janvier	14	3	26
106 . . .	1783 . .	Janvier	3	12	14
107 . . .	1783 . .	Décembre . . .	23	21	2

76 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Ann. lun.	Ann. civiles.	Mois.	J.	H.	M.
108 . . .	1784	B. Décembre	. 12	5	50
109 . . .	1785 . .	Décembre	. 1	14	39
110 . . .	1786 . .	Novembre	. 21	23	27
111 . . .	1787 . .	Novembre	. 11	8	15
112 . . .	1788	B. Octobre	. . 30	17	4
113 . . .	1789 . .	Octobre	. . 20	1	52
114 . . .	1790 . .	Octobre	. . 9	10	40
114 . . .	1791 . .	Septembre	. 28	19	28
120 . . .	1796	B. Août 3	15	39
130 . . .	1806 . .	Avril 17	7	45
140 . . .	1815 . .	Décembre	. 29	23	52
150 . . .	1825 . .	Septembre	. 11	15	8
160 . . .	1835 . .	Mai 26	8	4
170 . . .	1845 . .	Février 6	0	11
1 . . .	1854 . .	Octobre . .	. 20	16	17

Maniere de faire les divisions sur les platines.

Le cercle de la plus grande platine est divisé de telle façon, que 368 degrés 2 minutes 42 secondes comprennent 354 jours 9 heures un peu moins ; d'où il suit que ce cercle doit contenir 346 jours 15 heures, lesquels on peut prendre, sans erreur sensible, pour deux tiers de jour. Or, pour diviser un cercle en 346 parties égales & deux tiers, réduisez le tout en tiers, qui font en cet exemple 1040 tiers ; cherchez ensuite le plus grand nombre multiple de 3, qui se puisse facilement diviser par moitié, & qui soit contenu en 1040. Ce nombre se trouvera dans cette progression géométrique double, dont le premier & moindre terme est 3,

comme, par exemple, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384, 768.

Le neuvième nombre de cette progression est celui qu'on cherche : il faut donc soustraire 768 de 1040, restera 272, & chercher combien ce nombre restant fait de degrés, minutes & secondes par la règle de trois, en disant ; 1040 tiers : 360 degrés :: 272 tiers : 94 degrés 9 minutes 23 secondes.

C'est pourquoi retranchez de ce cercle un angle de $94^{\circ} 9' 23''$, & divisez le reste du cercle toujours par moitié : après avoir fait huit sousdivisions, vous parviendrez au nombre 3, qui fera l'arc d'un jour, par lequel divisant aussi l'arc de $94^{\circ} 9' 23''$, tout le cercle se trouvera divisé en 346 jours & deux tiers ; car il y aura 256 jours dans le plus grand arc, & 90 jours deux tiers dans l'autre. Chacun de ces espaces répond à $1^{\circ} 2' 18''$, comme on voit en divisant 360 par 346 deux tiers ; & 10 jours répondent à $10^{\circ} 23'$. Par ce moyen on pourroit faire une table qui serviroit à diviser cette platine.

Ces jours seront ensuite distribués à chacun des mois de l'année, suivant le nombre qui leur convient, en commençant par le mois de Mars, & continuant jusqu'à la quinzième heure du dixième de Février, qui répond au commencement de Mars, & le reste du mois de Février passe au-delà & par dessus.

Le cercle de la seconde platine doit être divisé en 179 parties égales. Pour cet effet, cherchez le plus grand nombre qui se puisse toujours diviser par moitié jusqu'à l'unité, & qui soit contenu en 179 ; vous trouverez 128, lequel ôté de 179, reste 51 : cherchez quelle partie de la circonfé-

78 RÉCÉATIONS MATHÉMATIQUES.

rence du cercle fait ce reste , par la regle de trois , en disant ; 179 parties : 360 degrés :: 51 parties : 102 degrés 34 minutes 11 secondes.

C'est pourquoi ayant retranché du cercle un arc de $102^{\circ} 34' 11''$, divisez le reste du cercle toujours par moitié ; & après avoir fait sept sousdivisions , vous parviendrez à l'unité : ainsi cette partie du cercle sera divisée en 128 parties égales ; puis , avec la même dernière ouverture de compas , vous diviserez l'arc restant en 51 parties , & tout le cercle se trouvera divisé en 179 parties égales , dont chacune répond à 2 degrés 40 secondes , comme il est aisé de voir en divisant 360 par 179. C'est un second moyen pour diviser cette même platine.

Enfin , pour diviser le cercle de la platine supérieure , prenez le quart de sa circonférence , & ajoutez-y une des 179 parties ou divisions du bord de la platine du milieu : le compas ouvert du quart ainsi augmenté , ayant tourné quatre fois , divisera ce cercle de la maniere qu'il doit être ; car en sousdivisant chacun de ces quarts en trois parties égales , on aura 12 espaces pour les 12 mois lunaires , de telle sorte que la fin du douzieme mois , qui fait le commencement de la douzieme année lunaire , surpasse la premiere nouvelle lune de 4 des 179 divisions marquées sur la platine du milieu.

Voici présentement la maniere de faire usage de cette machine.

PROBLÈME XVII.

Une année lunaire étant donnée, trouver, au moyen de la machine précédente, les jours de l'année solaire qui lui répondent, & dans lesquels il y aura nouvelle ou pleine lune, & éclipse de soleil ou de lune.

SOIT proposée, par exemple, la 101^e année lunaire de la table des époques, qui répond à la division de la platine du milieu marquée 101. Arrêtez la ligne de foi de l'index de la platine supérieure, sur la division marquée 101 de la platine du milieu, où est le commencement de la 101^e année lunaire; &, voyant par la table des époques que ce commencement arrive le 26 Février 1778, à 16 heures (a) 14 minutes, tournez ensemble les deux platines supérieures en cet état, jusqu'à ce que la ligne de foi de l'index attaché à la platine supérieure, convienne avec la 16^e heure, ou les deux tiers (un peu plus) du 26 Février marqué sur la platine inférieure, auquel temps arrive la première nouvelle lune de l'année lunaire proposée.

Ensuite, sans changer la situation des trois platines, étendez depuis le centre de l'instrument un fil ou la règle mobile, la faisant passer par le milieu de l'ouverture de la première pleine lune: la ligne de foi de cette règle répondra au 13 Mars vers le milieu, & qui doit être, à quelques heures près, le moment de la pleine lune; & comme l'ouverture de cette pleine lune ne présentera point de couleur rouge, il n'y aura point d'éclipse de lune.

(a) On compte ici 24 heures depuis minuit jusqu'à minuit.

80 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Pour trouver ce qui arrivera à la pleine lune suivante, ajoutez à la nouvelle lune de l'époque, 29 jours 12 heures 44 minutes, & vous aurez le moment de la nouvelle lune de Mars le 28, à 4 heures 56 minutes; & faisant la même opération, vous trouverez encore qu'il n'y aura nulle éclipse, ni à cette nouvelle lune, ni à la pleine lune suivante.

Mais, en marchant ainsi progressivement, vous parviendrez à la nouvelle lune du mois de Novembre, qui arrivera le 19 de ce mois, à 10 heures 48 minutes; ensuite, faisant la même opération, vous trouverez la pleine lune suivante le 4 Novembre, vers les 5 heures du matin, & vous verrez qu'il y a éclipse partielle, l'ouverture de la pleine lune étant en partie remplie par la couleur rouge.

On trouvera de même les éclipses de soleil, & on les reconnoîtra à la couleur noire qui se présentera à l'ouverture des nouvelles lunes.

Le 24 Juin, par exemple, de l'année 1778, il y aura nouvelle lune à 19 heures 8 minutes, ou 7 heures 8 minutes du soir; & comme l'ouverture de cette nouvelle lune sera en partie occupée par la couleur noire qui est au dessous, vous en conclurez qu'il y aura éclipse partielle de soleil le 24 Juin dans la soirée; ce qui est en effet vérifié par le calcul.

Au reste on ne peut pas, au moyen d'une machine semblable, déterminer l'heure & le moment d'une éclipse; il est aisé de le sentir. C'est bien assez de pouvoir par-là déterminer si une conjonction ou une opposition est écliptique. Le reste doit être ensuite déterminé au moyen du calcul des éclipses, qu'on peut apprendre dans les livres qui traitent *ex professo* de cette matiere.

Nous

Nous allons , pour satisfaire la curiosité du lecteur , terminer ceci par une table des éclipses , tant de lune que de soleil , qui doivent arriver dans le restant de ce siècle , & qui seront visibles , en tout ou en partie , sur l'horizon de Paris , avec les différentes circonstances qui doivent les accompagner , comme le moment du milieu de l'éclipse , & la grandeur ; on y verra si l'éclipse est totale ou partielle : & à l'égard des éclipses de lune , de combien de doigts ou de douzièmes parties du disque cet astre sera éclipsé ; &c.

Nous remarquerons cependant , du moins à l'égard des éclipses de soleil , que cette table étant extraite d'un travail immense (a) , fait pour un autre objet , on ne doit pas s'attendre à une exactitude parfaite , pour la quantité ni même pour le moment : car tout le monde sçait qu'une éclipse de soleil , à cause de la parallaxe de la lune , varie de quantité pour tous les endroits de la terre ; qu'une éclipse , par exemple , totale & centrale pour les régions de l'hémisphère austral , peut n'être que partielle & peu considérable pour ces pays-ci. L'auteur du travail dont nous parlons , s'est donc borné à indiquer plutôt qu'à calculer précisément ces éclipses , & renvoie aux astronomes pour des déterminations plus exactes. J'avoue n'avoir pas eu le loisir de faire tous ces calculs.

(a) Ce travail est une table des éclipses de soleil & de lune , depuis le commencement de l'ère chrétienne jusqu'en l'an 1900 , insérée dans l'*Art de vérifier les Dates* , & dont l'auteur est M. l'abbé Pingré , de la congrégation de sainte Genevieve , astronome célèbre , & membre de l'Académie royale des Sciences.

82 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

*TABLE des Eclipses de Soleil & de Lune ,
visibles , en tout ou en partie , sur l'horizon de
Paris , depuis 1777 jusqu'en 1800.*

1777.

Le 9 Janvier , à 4^h du soir , éclipse de soleil ,
visible seulement dans son commencement.

Le 23 Janvier , à 4^h $\frac{1}{2}$ du soir , éclipse de lune ,
partiale , 6 doigts $\frac{1}{2}$.

1778.

10 Juin , 4^h $\frac{1}{2}$ du matin , éclipse de lune , simple
pénombre , commencement visible dans l'horizon.

24 Juin , 4^h du soir , éclipse de soleil , partiale
& considérable.

4 Décembre , 5^h $\frac{3}{4}$ du matin , éclipse de lune ,
partiale , 6 doigts.

1779.

30 Mai , 5^h du matin , éclipse de lune , com-
mencement seulement visible ; elle sera totale.

14 Juin , 9^h du matin , éclipse de soleil , par-
tiale & considérable.

23 Novembre , 8^h $\frac{1}{2}$ du soir , éclipse de lune ,
totale.

1780.

27 Octobre , à 5^h $\frac{1}{2}$ du soir , éclipse de soleil ,
commencement visible.

12 Novembre , 5^h du matin , éclipse de lune ,
partiale , 7 doigts $\frac{1}{4}$.

1781.

23 Avril , 5^h $\frac{1}{2}$ du soir , éclipse de soleil , com-
mencement visible.

17 Octobre , 9^h du matin , éclipse de soleil ,
partiale.

1782.

12 Avril, $5^h \frac{1}{2}$ du soir, éclipse de soleil, commencement visible.

1783.

18 Mars, $9^h \frac{1}{2}$ du soir, éclipse de lune, totale.

10 Septembre, $11^h \frac{3}{4}$ du soir, éclipse de lune, totale.

1784.

7 Mars, $3^h \frac{1}{2}$ du matin, éclipse de lune, partielle, 4 doigts $\frac{1}{4}$.

1785.

9 Février, 1^h après midi, éclipse de soleil, partielle & petite.

1786.

Nulle éclipse visible à Paris.

1787.

3 Janvier, minuit, éclipse de lune, totale.

19 Janvier, 11^h du matin, éclipse de soleil, partielle & petite.

15 Juin, 4^h du soir, éclipse de soleil, partielle.

1788.

4 Juin, 9^h du matin, éclipse de soleil, partielle.

1789.

3 Novembre, 1^h du matin, éclipse de lune, partielle, 3 doigts $\frac{1}{2}$.

1790.

29 Avril, $0^h \frac{1}{2}$ du matin, éclipse de lune, totale.

23 Octobre, 1^h du matin, éclipse de lune, totale.

84 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

1791.

3 Avril, 1^h du soir, éclipse de soleil, partiiale & considérable.

12 Octobre, $1^h \frac{1}{2}$ du matin, éclipse de lune, partiiale, 8 doigts $\frac{1}{2}$.

1792.

16 Septembre, $9^h \frac{1}{2}$ du matin, éclipse de soleil, partiiale.

1793.

25 Février, 11^h du soir, éclipse de lune, partiiale, 5 doigts & $\frac{3}{4}$.

5 Septembre, midi, éclipse de soleil, partiiale & considérable.

1794.

31 Janvier, midi, éclipse de soleil, partiiale très-grande.

14 Février, $10^h \frac{1}{2}$ du soir, éclipse de lune, totale & centrale.

1795.

4 Février, $0^h \frac{1}{2}$, du matin, éclipse de lune, partiiale, 7 doigts.

31 Juillet, 8^h du soir, éclipse de lune, partiiale, 3 doigts.

1796.

Nulle éclipse visible à Paris.

1797.

24 Juin, $4^h \frac{1}{2}$ du soir, éclipse de soleil, partiiale & petite.

4 Décembre, $4^h \frac{1}{2}$ du matin, éclipse de lune, totale.

1798.

29 Mai, $6^h \frac{1}{2}$ du soir, éclipse de lune, totale & visible sur la fin.

1799.

Nulle éclipse.

1800.

2 Octobre, 10^h du soir, éclipse de lune, partielle, 3 doigts.

PROBLÈME XVIII.

Observer une Eclipsé de Lune.

POUR faire une observation d'éclipse de lune, qui soit utile à la géographie ou à l'astronomie, il faut premièrement avoir une horloge ou pendule, ou une montre qui marque les secondes, & qui soit assez bonne pour être assuré que son mouvement est uniforme: on la réglera quelques jours d'avance, au moyen d'un méridien, si l'on en a un tracé; ou par quelques-unes des méthodes usitées par les astronomes; & l'on reconnoîtra de combien elle avance ou retarde dans les 24 heures, pour en tenir compte lors de l'observation.

On doit aussi être pourvu d'une lunette de quelques pieds, soit à réfraction, soit à réflexion: plus elle sera longue, plus on sera assuré de discerner exactement le moment des phases de l'éclipse. Il est aussi à propos qu'elle soit garnie d'un micrometre, du moins si l'on veut observer la quantité de l'éclipse.

F iij

86 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Lorsqu'on verra le moment de l'éclipse approcher, ce qu'on connoîtra toujours, soit par les almanachs ordinaires, soit par les éphémérides que les astronomes publient en divers endroits de l'Europe, on examinera avec attention l'instant où l'ombre de la terre entamera le disque de la lune. On doit être prévenu qu'il y aura toujours à cet égard quelque incertitude, à cause de la pénombre; car ce n'est pas une ombre épaisse & noire qui commence à couvrir le disque de la lune, elle est précédée par une ombre imparfaite, & qui s'épaissit par degrés; ce qui vient de ce que le disque du soleil est occulté par degrés à la lune; & cela fait que l'on ne peut fixer exactement la limite de la vraie ombre & de la pénombre. Ici, comme par-tout ailleurs, l'habitude fait beaucoup pour distinguer cette limite, ou ne commettre qu'une erreur légère.

Lorsqu'on sera assuré que le disque de la lune est entamé par la vraie ombre, on en marquera le moment, c'est-à-dire l'heure, la minute & la seconde à laquelle cela est arrivé.

On suivra de cette manière l'ombre sur le disque de la lune, & l'on remarquera à quelle heure, minute & seconde, cette ombre a atteint les taches les plus remarquables du disque lunaire; ce dont on tiendra note.

Si l'éclipse n'est pas totale, l'ombre, après avoir couvert partie du disque de la lune, diminuera; & l'on observera de même les moments où l'ombre abandonnera les taches qu'elle avoit couvertes, & enfin le moment où le disque de la lune cessera d'être touché par l'ombre: ce sera la fin de l'éclipse.

Si l'éclipse est totale, & avec séjour dans

l'ombre, on marquera le moment où elle a été totalement éclipsée, ainsi que celui où elle commencera à être éclairée, & enfin ceux où chaque tache sera abandonnée par l'ombre.

Cela fait, si l'on retranche l'heure du commencement de l'éclipse de celle de sa fin, on aura sa durée; & si l'on prend la moitié de cette durée, & qu'on l'ajoute au moment du commencement, on aura le milieu.

Pour faciliter ces opérations, les astronomes ont donné des noms à la plupart des taches dont le disque de la lune est couvert. La dénomination la plus usitée est celle de Langrenus, qui leur a donné, pour la plupart, les noms des astronomes & philosophes ses contemporains, ou qui avoient vécu avant lui. On y en a depuis ajouté quelques autres; mais il n'y a pas eu place pour les plus célèbres des modernes, comme les Huygens, les Descartes, les Newtons, les Cassinis. Hévélius, à mon gré plus judicieux, a donné à ces mêmes taches des noms tirés des lieux de la terre les plus remarquables: ainsi la plus haute montagne de la lune, il l'appelle le *mont Sinai*, &c. Cela est au surplus assez indifférent, & il suffit qu'on s'entende. Nous joignons ici une figure de la lune, Pl. 4. au moyen de laquelle, & du catalogue qui suit, on pourra facilement les reconnoître, en conférant les numéros de la planche avec ceux du catalogue.

1—Grimaldi.

5—Gassendi.

2—Galilée.

6—Schickard.

3—Aristarque.

7—Harpalus.

4—Képler.

8—Héraclide.

88 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

- | | |
|------------------------------|--|
| 9—Lamberge. | 25—Menelaus. |
| 10—Reinholde. | 26—Hermès. |
| 11—Copernic. | 27—Possidonius. |
| 12—Hélicon. | 28—Dionysius. |
| 13—Capuanus. | 29—Pline. |
| 14—Bouillaud. | 30—Catharina, Cyrillus,
Theophilus. |
| 15—Eratosthenes. | 31—Fracastor. |
| 16—Timocharis. | 32—Promontoire aigu. |
| 17—Platon. | 33—Messala. |
| 18—Archimede. | 34—Promont. des songes. |
| 19—L'isle du sinus
moyen. | 35—Proclus. |
| 20—Pitatus. | 36—Cléomede. |
| 21—Tycho. | 37—Snellius & Furnerius. |
| 22—Eudoxe. | 38—Petau. |
| 23—Aristote. | 39—Langrenus. |
| 24—Manilius. | 40—Taruntius. |

- | | |
|--------------------|------------------------|
| A—Mer des humeurs. | E—Mer de tranquillité. |
| B—Mer des nues. | F—Mer de sérénité. |
| C—Mer des pluies. | G—Mer de fécondité. |
| D—Mer de nectar. | H—Mer des crises. |

PROBLÈME XIX.

Observer une Eclipsé de Soleil.

1^o ON prendra les mêmes précautions, relativement à la mesure du temps, que pour les éclipses de lune, c'est-à-dire qu'on aura soin de régler au soleil une bonne pendule, la veille & le jour même de l'éclipsé.

2^o On aura une bonne lunette, c'est-à-dire au moins de trois ou quatre pieds, qu'on dirigera au soleil sur un support commode. Alors, si l'on veut considérer le soleil immédiatement avec ses yeux, on aura soin de se munir d'un morceau de glace noirci à la fumée d'une chandelle; ou mieux encore de deux petits morceaux de glace, dont les côtés enfumés seront tournés l'un vers l'autre, sans se toucher, au moyen d'un petit diaphragme de carton mis entre-deux. Ces deux petits morceaux de glace peuvent ensuite être mastiqués sur leurs bords, de manière à ne pouvoir se séparer; ce qui est à-la-fois commode & durable. Au moyen de ces verres, & en les interposant entre l'œil & la lunette, on considérera le soleil sans aucun risque pour la vue.

On examinera donc avec attention, vers le temps où l'éclipse doit commencer, le moment où le disque du soleil commencera à être écorné par le disque de la lune; ce sera le commencement de l'éclipse. S'il y a sur la surface du soleil quelque tache, on observera aussi le moment où le disque de la lune l'atteindra, & ensuite la laissera paroître. Enfin l'on observera avec toute l'attention possible, l'instant où le disque de la lune cessera d'écorner le bord du disque du soleil; ce sera la fin de l'éclipse.

Mais si, au lieu d'observer immédiatement avec les yeux, on veut faire une observation susceptible d'être vue par grand nombre de personnes à-la-fois, attachez à votre lunette, du côté de l'oculaire, un support qui porte une planchette ou un carton bien plan, à la distance de quelques pieds. Ce carton doit être perpendiculaire à l'axe de la lunette, & s'il n'est pas suffi-

samment blanc , on doit y coller dessus une feuille de papier blanc. On fait passer le bout de la lunette qui porte l'objectif , par l'ouverture d'une chambre obscure , ou considérablement obscurcie : alors , si l'on dirige l'axe de la lunette au soleil , l'image de cet astre vient se peindre sur le carton , & d'autant plus grande , qu'il sera plus éloigné. On aura , au reste , eu soin de tracer sur ce carton un cercle de la grandeur à peu près convenable , en sorte qu'en avançant ou reculant un peu le carton , l'image du soleil soit exactement comprise dans le cercle. Ce cercle doit être divisé par douze autres cercles concentriques , à égales distances entr'eux , en sorte que le diamètre du plus grand soit divisé en 24 parties égales , dont chacune représentera un demi-doigt.

Il est maintenant aisé de voir , que si , un peu avant l'éclipse , on fixe attentivement l'image du soleil , on verra le moment où elle commencera d'être écornée par l'entrée du corps de la lune , & qu'on pourra pareillement en observer la fin , ainsi que la grandeur.

On ne doit pas , au reste , se flatter d'atteindre , par ce moyen , à la même exactitude qu'en employant le premier , sur-tout si , en faisant usage de celui-ci , on a une longue lunette & un bon micrometre.

R E M A R Q U E S.

IL y a des éclipses de soleil partiales , c'est-à-dire où une partie seulement du disque solaire paroît couverte ; ce sont les plus communes. Il y en a de totales & d'annulaires.

Les éclipses totales arrivent lorsque le centre

de la lune passe sur celui du soleil, ou fort près, & que le diamètre apparent de la lune est égal à celui du soleil, ou plus grand. Dans ce dernier cas, l'éclipse totale peut être ce qu'on appelle *cum mora*, c'est-à-dire avec durée des ténèbres; telle fut la fameuse éclipse de 1706.

Dans les éclipses totales & *cum mora*, l'obscurité est si grande, qu'on voit les étoiles comme pendant la nuit, à plus forte raison Mercure & Vénus. Mais ce qui cause une sorte d'épouvante, c'est le ton lugubre que prend toute la nature dans les derniers moments de la lumière: aussi les animaux, saisis d'effroi, regagnent-ils leurs demeures, en le marquant par leurs cris: les oiseaux de nuit sortent de leurs retraites; les fleurs se resserrent; on sent de la fraîcheur, & la rosée tombe. Mais la lune ne laisse pas plutôt échapper un filet de lumière solaire, que tout est éclairé; le jour renaît dans un instant, & un jour plus grand que celui d'un temps couvert.

Il y a, nous l'avons dit plus haut, des éclipses vraiment annulaires: elles arrivent lorsque l'éclipse est bien près d'être centrale, & que le diamètre apparent de la lune est moindre que celui du soleil; ce qui peut arriver si, au temps de l'éclipse, la lune est la plus éloignée de la terre qu'il se peut, & le soleil le plus proche. L'éclipse de soleil du 1^{er} Avril 1764, fut de cette espèce pour une partie de l'Europe.

Dans les éclipses totales, on apperçoit souvent autour du soleil entièrement éclipse, un cercle lumineux de couleur d'argent, & large de la douzième partie du diamètre de la lune ou du soleil: il s'efface dès que la plus petite partie du soleil re-

92 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

commence à briller : il paroît plus vif vers le bord , & va en diminuant de vivacité , à mesure qu'il s'en éloigne. On est porté à croire que ce cercle est formé par l'atmosphère lumineuse qui environne le soleil : on a aussi conjecturé qu'il est produit par la réfraction des rayons dans l'atmosphère de la lune : enfin on l'a attribué à la diffraction de la lumière. Mais on doit voir à cette occasion les Mémoires de l'Académie des Sciences, années 1715 & 1748.

PROBLÈME XX.

Mesurer la hauteur des Montagnes.

ON peut mesurer la hauteur d'une montagne par les règles ordinaires de la géométrie ; car , supposons une montagne dont on veut sçavoir la Pl. 5, hauteur perpendiculaire au dessus d'une ligne ho-
fig. 9. rizontale donnée. Mesurez , si vous en avez la commodité , dans la plaine voisine , une ligne horizontale AB , qui soit dans le même plan vertical avec le sommet S de la montagne. Plus grande sera cette ligne , plus votre mesure sera exacte. Après cela , aux deux stations A , B , mesurez les angles SAE , SBE , qui sont les hauteurs apparentes sur l'horizon du sommet S , vu de A & de B. On sçait , par la trigonométrie rectiligne , trouver dans le triangle rectangle SEA , le côté EA , ainsi que la perpendiculaire SE , ou l'élévation du sommet S sur AE prolongé.

Concevez la verticale SFH tirée & coupant la ligne BE en F. Comme , dans ces sortes de dimensions , l'angle ESF , formé par cette verticale SFH , & par la perpendiculaire SE , fera presque

toujours extrêmement petit , & fort au dessous d'un degré , on peut regarder les lignes SE , SF , comme égales entr'elles (a). D'un autre côté , la ligne FH , comprise entre la ligne AE & la surface sphérique CA , est visiblement la quantité dont le vrai niveau est au dessous du niveau apparent , dans une longueur comme AF , ou , plus exactement , dans une longueur moyenne entre AF & BF : c'est pourquoi prenez la longueur moyenne entre AE & DE , qui different peu de AF & BF , & cherchez , dans la table des différences entre les niveaux apparents & véritables , la hauteur qui répond à cette distance moyenne ; ajoutez-la à la hauteur trouvée SE ou SF : vous aurez SH pour hauteur corrigée de la montagne , au dessus de la surface sphérique où sont situés les points A , B.

Ainsi , si l'on sçait de combien cette surface est plus élevée que celle de la mer , on sçaura de combien le sommet S de la montagne est plus haut que le niveau de la mer.

Autre Maniere.

On peut trouver des difficultés à établir une ligne horizontale , dont la direction se trouve dans le même plan vertical avec le sommet de la montagne. Dans ce cas , il vaudra mieux procéder ainsi.

Tracez votre base dans la situation la plus commode pour qu'elle soit horizontale. Nous suppo-

(a) Car elles ne différeront pas même d'une dix-millieme , dans le cas où cet angle seroit d'un degré ; ce qui supposeroit la distance des stations à la montagne , de plus de 50000 toises.

94 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Pl. 5, fig. 10. fons que ce soit la ligne ab ; que sc soit la perpendiculaire tirée du sommet s sur le plan horizontal passant par la ligne ab , & c le point auquel ce plan est rencontré par cette perpendiculaire : en concevant les lignes ac & bc tirées à ce point, on aura les triangles fac , sbc , rectangles en c ; & l'on trouvera ces angles, en mesurant des points a & b les hauteurs apparentes de la montagne sur l'horizon : on mesurera pareillement les angles sab , sba , dans le triangle asb .

Maintenant, puisqu'on connoîtra dans le triangle sab les angles sab , sba , ainsi que le côté ab , on déterminera aisément, par la trigonométrie rectiligne , un des côtés , par exemple sa . Ce côté étant déterminé, on trouvera pareillement dans le triangle acf rectangle en c , dont l'angle fac est connu , on trouvera , dis-je , le côté ac , & la perpendiculaire sc . On procédera ensuite comme dans la méthode précédente , c'est-à-dire qu'on cherchera quelle est la dépression du niveau réel au dessous du niveau apparent , pour le nombre de toises que comprend la ligne ac , & on l'ajoutera à la hauteur sc : la somme fera la hauteur du point s au dessus du niveau réel des points a , b .

Exemple. Soit la longueur ab horizontale, de 2000 toises ; l'angle sab , de 80 degrés 30 minutes ; l'angle sba , de 85 degrés 10 minutes : conséquemment l'angle bsa sera de 14 degrés 20 minutes. Au moyen de ces données, on trouvera dans le triangle asb , le côté sa de 8048 toises. D'un autre côté, que l'angle fac ait été mesuré, & trouvé de 18 degrés ; on trouvera, par le calcul trigonométrique, le côté ac de 7655 toises ; & enfin la perpendiculaire sc sur le plan horizontal passant par ab , se trouvera de 2486

toises. D'un autre côté, la dépression du niveau réel au dessous du niveau apparent, à la distance de 7655 toises, est de 8 toises 5 pieds : ajoutons ce nombre à celui déjà trouvé pour la hauteur sc , & nous aurons 2494 toises 5 pieds, ou 2496 toises pour la hauteur réelle de la montagne proposée.

R E M A R Q U E.

LORSQU'ON emploiera l'une ou l'autre de ces méthodes, si la montagne dont on mesure la hauteur est à une distance considérable, comme de Pl. 5, 10 ou 20 mille toises ; comme alors son sommet fig. 11, fera fort peu élevé sur l'horizon, il faudra corriger sa hauteur apparente, en ayant égard à la réfraction, de la manière suivante ; car autrement il en pourroit résulter une erreur très-considérable dans la mesure cherchée : on le sentira, en faisant attention que le sommet C de la montagne BC est vu par un rayon de lumière ECA, qui n'est pas rectiligne, mais qui est une courbe, & qu'on juge ce sommet C en D, suivant la direction de la tangente AD à la courbe ACE, qui, dans le petit espace AC, peut être regardée comme un arc de cercle. Ainsi l'angle DAB de la hauteur apparente de la montagne, excède la hauteur à laquelle paroîtroit son sommet, sans la réfraction de la quantité de l'angle CAD, qu'il faut déterminer. Or je trouve que cet angle CAD est, à bien peu de chose près, égal à la moitié de la réfraction qui conviendrait à la hauteur apparente DAB : ainsi il faudra chercher dans les tables qui sont entre les mains de tout le monde, la réfraction qui répond à la hauteur DAB apparente du sommet de la montagne, & ôter la moitié de cette hauteur :

96 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

le reste sera celle du sommet de la montagne , telle qu'on l'auroit eue sans la réfraction.

Supposons , par exemple , que le sommet de la montagne , vu de 10000 toises , parût élevé de 5 degrés : la réfraction qui convient à 5 degrés , est de $9' 54''$, dont la moitié est $4' 57''$: vous ôterez de 5° , & vous aurez $4^{\circ} 55' 3''$, que vous emploierez comme hauteur réelle.

On voit par-là que , pour procéder sûrement dans une pareille dimension , il faut choisir des stations qui ne soient qu'à une distance peu considérable de la montagne , en sorte que son sommet paroisse à une élévation de plusieurs degrés sur l'horizon. Sans cela , la variété des réfractions , qui sont assez inconstantes près de l'horizon , jettera beaucoup d'incertitude sur cette mesure.

Nous parlerons ailleurs d'une autre méthode pour mesurer les hauteurs des montagnes. Celle-ci emploie le barometre , & suppose qu'on puisse monter à leur sommet. Nous donnerons même une table des hauteurs des principales montagnes de la terre au dessus du niveau de la mer ; nous voulons dire de celles où il a été possible d'observer. Il nous suffira de dire ici , qu'on a trouvé que les plus hautes montagnes de l'univers , du moins de la partie de notre globe qui a été jusqu'à présent accessible aux sçavants , sont situées aux environs de l'équateur ; & c'est avec raison qu'un historien du Pérou dit qu'elles sont aux montagnes de nos Alpes & de nos Pyrénées , comme les tours & les clochers de nos villes sont aux édifices ordinaires. La plus haute connue jusqu'à ce moment , est celle de Chimborazo au Pérou , qui a 3220 toises d'élévation perpendiculaire au dessus du niveau de l'Océan.

Comme

Comme toutes les montagnes connues de notre Europe atteignent à peine les deux tiers de la hauteur de ces masses énormes, on peut juger par-là de la fausseté de ce que les anciens, & quelques modernes, comme Kircher, ont débité sur la hauteur des montagnes. Si on les en croit, le mont Ethna a 4000 pas géométriques de hauteur; les montagnes de la Norwege, 6000; le mont Hœmus, le Pic des Canaries, 10000; le mont Atlas, les montagnes de la Lune en Afrique, 15000; le mont Athos, 20000; le mont Cassius, 28000. On prétend avoir trouvé cela par la longueur de leur ombre: mais rien n'est plus déstitué de vérité; & si jamais quelque observateur monte sur ces montagnes, ou mesure géométriquement leur hauteur, il les trouvera fort inférieures aux montagnes du Pérou, comme il est arrivé au Pic des Canaries, qui, mesuré géométriquement par le P. Feuillé, a été trouvé n'excéder guere 2200 toises.

On voit encore par-là, que la hauteur des montagnes les plus élevées est très-peu de chose, en comparaison du diametre de la terre, & que la figure régulière de notre globe n'en est point sensiblement altérée; car le diametre moyen de la terre est d'environ 6583000 toises: ainsi, en supposant la hauteur d'une montagne égale à 3500 toises, ce ne sera qu'une 1880^e partie du diametre de la terre; ce qui est moindre que l'élévation d'une demi-ligne sur un globe de six pieds de diametre.

P R O B L Ê M E X X I.

Maniere de connoître les Constellations.

POUR apprendre à connoître le ciel, il faut d'abord se pourvoir de quelques bonnes cartes célestes, au moins d'un planisphere assez grand pour y distinguer facilement les étoiles de la première & seconde grandeur. Nous indiquerons, à la fin de cet article, les ouvrages les meilleurs en ce genre.

Muni d'une de ces cartes, & de celle qui renferme le pôle boréal, vous vous tournerez vers le Pl. 5, nord, & vous commencerez à chercher la grande fig. 12. Ourse, vulgairement appelée le Chariot. Elle est facile à connoître, car elle forme un des groupes les plus remarquables qui soient dans le ciel, par sept étoiles de la seconde grandeur, dont quatre forment un quarré irrégulier, & trois autres une prolongation en forme de triangle scalene très-obtus. D'ailleurs la comparaison de la figure de ces sept étoiles, présentée par la carte, vous fera facilement reconnoître dans le ciel celles qui lui correspondent. Lorsque vous aurez connu ces sept étoiles principales, vous examinerez sur la carte les configurations des étoiles voisines qui appartiennent à la grande Ourse, & vous apprendrez à reconnoître par-là les autres étoiles moins considérables qui composent cette constellation.

De la connoissance de la grande Ourse, on passe facilement à celle de la petite Ourse; car il n'y a qu'à tirer, comme vous le verrez par la Fig. 13. carte, une ligne droite par les deux du quarré de la grande Ourse les plus éloignées de la queue, ou les deux antérieures: cette ligne ira passer fort

près de l'étoile polaire , étoile de la 2^e grandeur , la seule aussi considérable dans un espace assez grand. Peu loin d'elle , sont deux autres étoiles de la 2^e & 3^e grandeur , qui , avec quatre autres un peu moindres , forment une figure fort approchante de celle de la grande Ourse , mais plus petite. C'est-là ce qu'on appelle la petite Ourse , dont on apprendra à connoître les autres étoiles , de la même manière qu'on a fait pour celles de la grande Ourse.

Menez maintenant une ligne droite par celles Pl. 5 , des étoiles du quarré de la grande Ourse la plus fig. 14 voisine de la queue , & par l'étoile polaire ; cette ligne vous conduira à un groupe fort remarquable , de cinq étoiles , en \wedge fort évasé : c'est la constellation de Cassiopée , dans laquelle parut en 1572 une nouvelle étoile très - brillante , qui s'affoiblit ensuite peu après , & disparut entièrement.

Si , après cela , vous tirez à travers cette constellation une ligne perpendiculaire à la ligne ci-dessus , elle vous conduira , d'un côté , à une assez belle étoile qui est au dos de Persée , & qu'on nomme *Algenib* ; & de l'autre , à la constellation Fig. 15. du Cygne , remarquable par une étoile de la première grandeur. Près de Persée , est la brillante de la Chevre , étoile de la première grandeur , appelée *Capella* , qui fait partie de la constellation du Cocher.

Décrivez ensuite une ligne droite par les deux dernières de la queue de la grande Ourse , vous arriverez dans le voisinage d'une des plus brillantes étoiles du ciel : c'est *Arcturus* , qui fait partie de Fig. 16. la constellation de Bootes.

On s'aidera ainsi successivement de la connoissance des étoiles d'une constellation , pour trouver

ses voisines. Il nous suffit d'avoir indiqué la méthode ; car on sent aisément que nous ne pouvons pas ainsi parcourir tout le ciel ; mais il n'est point de bon esprit qui ne puisse , dans une nuit , apprendre de cette manière à connoître une bonne partie du ciel , ou du moins les principales étoiles.

Les anciens n'ont connu , ou , pour mieux dire , n'ont enregistré dans leurs catalogues , que 1022 étoiles fixes , qu'ils divisèrent en 48 constellations ; mais leur nombre est bien plus considérable , même en se bornant à celles qui sont perceptibles à la vue simple. M. l'abbé de la Caille en a observé 1942 dans l'espace compris entre le tropique du Capricorne & le pôle austral , de partie desquelles il a formé de nouvelles constellations. Or cet espace est à toute la sphere , environ comme 3 à 10 : ainsi je pense qu'on peut fixer à environ 6500 , le nombre des étoiles fixes visibles à l'œil nu. C'est au reste une pure illusion , qui fait juger au premier coup d'œil qu'elles sont innombrables ; car , qu'on prenne un espace renfermé entre quatre , cinq ou six étoiles de la 2^e ou 3^e grandeur , & qu'on essaye de compter celles que comprend cet espace , on n'y trouvera pas grande difficulté , & l'on pourra se faire par-là un apperçu de leur nombre total , qui n'excédera pas beaucoup celui ci-dessus.

On divise les étoiles en étoiles de la première grandeur , de la seconde , de la troisième , &c. jusqu'à celles de la 6^e , qui sont les plus petites que l'œil nu puisse appercevoir. Il y en a 18 de la première grandeur , 70 de la seconde , 200 de la troisième , 452 de la quatrième , &c.

Quant aux constellations , le nombre de celles communément reconnues , est de 63 , dont 25

appartiennent à l'hémisphère boréal, 12 au zodiaque, & les 26 autres à l'hémisphère austral. Nous allons en donner ici le catalogue, avec le nombre des étoiles dont chacune est composée, & leur grandeur relative.

TABLE DES CONSTELLATIONS.

Constellations septentrionales.

<i>Nomb. des Constell.</i>		<i>Nomb. des Etoiles.</i>	<i>1^{re} grandeur.</i>	<i>2^e grandeur.</i>	<i>3^e grandeur.</i>	<i>4^e grandeur.</i>	<i>5^e grandeur.</i>	<i>6^e grandeur.</i>
1	<u>La petite Ourse .</u>	10	0	2	1	3	1	3
2	<u>La grande Ourse .</u>	35	0	7	3	12	8	5
3	<u>Le Dragon . . .</u>	35	0	1	10	14	8	2
4	<u>Céphée</u>	21	0	0	3	7	7	4
5	<u>Cassiopee</u>	28	0	0	5	5	3	15
6	<u>Persee</u>	42	0	2	4	12	12	12
7	<u>Le Charretier . .</u>	40	1	1	0	7	3	27
8	<u>Le Bouvier</u>	32	1	0	6	13	4	8
9	<u>Hercule</u>	62	0	0	9	21	11	21
10	<u>Le Cygne</u>	40	0	1	5	16	7	11
11	<u>Andromede</u>	27	0	3	1	11	10	2
12	<u>Le Triangle . . .</u>	6	0	0	0	3	1	2
13	<u>La Chevelure de</u> <u>Bérénice</u>	13	0	0	1	11	1	0
14	<u>La Couronne . . .</u>	21	0	1	0	5	8	7

Constellations septentrionales.

<i>Nomb. des Constell.</i>		<i>Nomb. des Etoiles.</i>	<i>1^{re} grandeur.</i>	<i>2^e grandeur.</i>	<i>3^e grandeur.</i>	<i>4^e grandeur.</i>	<i>5^e grandeur.</i>	<i>6^e grandeur.</i>
15	La Lyre	15	1	0	2	1	7	4
16	Pégase	23	0	4	3	6	3	7
17	Le petit Cheval .	4	0	0	0	4	0	0
18	Orion	56	2	4	4	16	11	19
19	Le petit Chien . .	10	1	0	1	0	3	5
20	Le Serpenteaire . .	30	0	1	7	9	10	3
21	Le Serpent	35	0	1	7	7	2	18

Constellations méridionales.

22	L'Aigle	27	0	1	6	1	5	14
23	Antinoïs	15	0	0	6	2	1	6
24	La Fleche	8	0	0	0	3	1	4
25	Le Dauphin	10	0	0	5	0	1	4

Signes du Zodiaque.

26	Le Bélier	19	0	0	3	1	2	13
27	Le Taureau	48	1	1	5	8	20	13
28	Les Gémeaux	34	0	3	4	7	9	11
29	L'Ecrevisse	32	0	0	2	4	6	20
30	Le Lion	43	2	2	5	13	7	14
31	La Vierge	45	1	0	5	6	11	22
32	La Balance	14	0	2	1	8	2	1

Signes du Zodiaque.

<i>Nomb. des Constell.</i>		<i>Nomb. des Etoiles.</i>	<i>1^{re} grandeur.</i>	<i>2^e grandeur.</i>	<i>3^e grandeur.</i>	<i>4^e grandeur.</i>	<i>5^e grandeur.</i>	<i>6^e grandeur.</i>
33	Le Scorpion . . .	35	1	1	9	10	11	3
34	Le Sagittaire . . .	30	0	2	7	8	8	5
35	Le Capricorne . .	28	0	0	4	1	7	16
36	Le Verseau d'eau .	42	0	0	4	7	23	8
37	Les Poissons . . .	36	0	0	1	6	19	10

Constellations méridionales.

38	La Baleine	29	0	2	7	14	5	1
39	L'Eridan	44	1	0	6	29	5	3
40	Le Lievre	13	0	0	4	4	4	1
41	Le grand Chien . .	19	1	1	5	4	8	0
42	L'Hydre	29	1	0	2	13	9	4
43	La Tasse	11	0	0	0	8	1	2
44	Le Corbeau	8	0	0	4	1	2	1
45	Le Poisson austral.	12	1	0	0	9	2	0
46	Le Phoenix	14	0	1	3	8	2	0
47	La Colombe	12	0	2	0	9	0	1
48	Le Navire Argo . .	51	1	7	10	23	7	3
49	Le Centaure	41	2	5	7	16	9	2
50	Le Loup	20	0	0	2	11	7	0
51	La Couronne austr.	13	0	0	0	4	7	2
52	La Grue	15	0	3	0	4	2	6

G iv

Constellations méridionales.

<i>Nomb. des Constell.</i>		<i>Nomb. des Etoiles.</i>	<i>1^{re} grandeur.</i>	<i>2^e grandeur.</i>	<i>3^e grandeur.</i>	<i>4^e grandeur.</i>	<i>5^e grandeur.</i>	<i>6^e grandeur.</i>
53	Hydrus	15	0	1	0	4	10	0
54	La Dorade	6	0	0	0	3	3	0
55	Le Poisson volant.	4	0	0	0	0	1	3
56	La Mouche	4	0	0	0	4	0	0
57	Le Triangle austral	4	0	3	0	0	1	0
58	L'Autel	6	0	0	0	5	1	0
59	Le Paon	16	0	1	2	1	6	6
60	L'Indien	15	0	0	0	6	3	0
61	Le Toucan	8	0	4	0	3	1	0
62	Le Caméléon	9	0	0	9	0	0	0
63	Apus , ou l'Oiseau d'Inde	12	0	0	0	1	11	0

Nous n'entrerons pas ici dans des détails physiques sur les étoiles ; nous les réservons pour un autre endroit , où nous parlerons de leurs distances , de leurs grosseurs , de leur mouvement , & de plusieurs autres objets relatifs à cette matière , comme les étoiles nouvelles , les étoiles changeantes ou périodiques , &c.

Les meilleures cartes célestes ont été long-temps celles de l'*Uranométrie* de Bayer , ouvrage publié en 1603 , in-fol. , & qui a eu de nombreuses éditions. Mais ces cartes ont cédé la place à celles

du magnifique *Atlas céleste* de Flamstéed, donné en 1729, à Londres, in-fol. Un astronome pratique ne peut pas se passer de cet ouvrage. Parmi les autres cartes ou planispheres, on a estimé celles que le P. Pardies donna en 1673, en six feuilles magnifiquement gravées par Duchange. On a aussi les deux planispheres de M. de la Hire, en deux feuilles. Le graveur Anglois Senex, a donné pareillement deux nouveaux planispheres, d'après les observations de Flamstéed, l'un en deux feuilles, où les deux hémispheres sont projetés sur le plan de l'équateur, l'autre où ils sont projetés sur le plan de l'écliptique. Au défaut de l'*Atlas céleste* de Flamstéed, on ne peut guere se passer de l'un de ces planispheres. Les astronomes modernes, M. de la Caille sur-tout, ayant ajouté dans l'hémisphere austral un assez grand nombre de constellations aux anciennes, on a formé en conséquence de nouveaux planispheres. Tel est celui de M. Robert, en deux feuilles, où le fond du ciel est lavé en bleu, en sorte que les constellations s'en détachent bien. Il est formé d'après les observations les plus modernes, & est accompagné d'une explication instructive sur la maniere de connoître le ciel.

Comme la connoissance des constellations & des étoiles du zodiaque est la plus importante aux astronomes, parceque cette bande circulaire est la route des planetes, Senex, dont nous avons parlé ci-dessus, donna, il y a une quarantaine d'années, le *Zodiaque étoilé*, d'après les observations de Flamstéed; &, comme il étoit difficile de se le procurer à Paris, le sieur Dheuland, graveur, en donna, plusieurs années après, c'est-à-dire en 1755, une nouvelle édition, avec les rectifi-

cations que nécessitoit l'intervalle de temps écoulé depuis l'édition de celui de Senex. Il fut dirigé dans ce travail par M. de Seligny, jeune officier de la Compagnie des Indes. Le Zodiaque de Dheuland est accompagné d'un catalogue détaillé des étoiles zodiacales, avec leurs longitudes & latitudes réduites à l'année 1755. Ce catalogue comprend 924 étoiles. Il est vrai que son auteur, pour les rendre plus utiles aux observations nautiques, a donné à son Zodiaque 10 degrés de latitude de chaque côté de l'écliptique. Il est aisé de voir, par ces détails, que quand on ne possède pas l'Atlas céleste de Flamstéed, on ne peut se dispenser d'avoir au moins le Zodiaque & le Catalogue de Dheuland, ou plutôt de Seligny, & même que la possession du premier ouvrage n'affranchit pas de la nécessité d'avoir le dernier.

On annonce en ce moment une nouvelle édition de l'*Atlas* de Flamstéed, réduite au tiers de la grandeur de l'original, avec un planisphere des étoiles australes observées par M. l'abbé de la Caille. M. Fortin, ingénieur pour les globes, (rue Saint-Jacques) qui est l'auteur de cet ouvrage, a réduit les positions des étoiles à l'année 1780; il y a aussi ajouté une carte des étoiles, qui montre les différentes figures qu'elles font, & leurs différents alignements. Cette dernière est très-commode pour apprendre à connoître le ciel: enfin c'est un présent utile que M. Fortin fait aux astronomes, vu la médiocrité du prix de ce nouvel Atlas, qui ne coûtera que 9 à 12 livres.



CHAPITRE II.

*Exposition sommaire des principales vérités
de l'Astronomie physique, ou du Système
de l'Univers.*

IL n'y a plus aujourd'hui de partage, entre les physiciens éclairés, sur la disposition des planètes & du Soleil. Tous ceux qui sont en état de peser les preuves déduites de l'astronomie & de la physique, reconnoissent que le soleil occupe le milieu d'un espace immense, dans lequel tournent autour de lui, à différentes distances, Mercure, Vénus; la Terre, sans cesse accompagnée de la Lune; Mars; Jupiter, suivi de ses quatre lunes ou satellites; Saturne, environné de son anneau, & accompagné de ses cinq satellites; un très-grand nombre enfin de comètes, qu'on a démontré n'être que des planètes dont l'orbite est extrêmement allongée.

La route de chacune des planètes autour du soleil n'est pas un cercle, mais elle est une ellipse plus ou moins allongée, dont cet astre occupe l'un des foyers; en sorte que, lorsque la planète est à l'extrémité de l'axe au-delà du centre, elle est à sa plus grande distance du soleil: elle en est au contraire le plus près, lorsqu'elle est à l'autre extrémité de ce même axe. Cette ellipse, au reste, n'est pas fort allongée: celle que décrit Mercure l'est le plus de toutes, car la distance de son foyer au centre, est un cinquième de son axe. Celle de Vénus est presque un cercle. Dans l'orbite de la

Terre, la distance du foyer au centre n'est que d'environ un 57^e de l'axe.

Deux loix fameuses, & dont la découverte mérite l'immortalité au célèbre Képler, reglent les mouvements de tous ces corps à l'entour du soleil. La premiere de ces loix est relative aux mouvements d'une planete, dans les différents points de son orbite elliptique. Elle consiste en ce que cette planete s'y meut tellement, que l'aire que décrit le rayon vecteur, c'est-à-dire la ligne continuellement tirée du soleil à la planete, croît uniformément dans des temps égaux, ou est toujours proportionnelle au temps; en sorte, par exemple, que si la planete a employé 30 jours à se mouvoir

Pl. 5, de A en π , & 20 à se mouvoir de π en p , l'aire fig. 17. mixtiligne $AS\pi$, sera à l'aire mixtiligne πSp , comme 30 à 20; ou $AS\pi$ à ASp , comme 30 à 50 ou 3 à 5. Ainsi, dans un temps double, cette aire est double, &c; d'où il suit que, lorsque la planete est la plus éloignée, elle a une moins grande vitesse sur son orbite. Les anciens étoient dans l'erreur, lorsqu'ils pensoient que ce retardement qu'ils remarquoient dans le mouvement d'une planete, du Soleil, par exemple, étoit une pure apparence optique; ce retardement est moitié réel, moitié apparent.

La seconde loi découverte par Képler, est celle qui regle les distances des planetes au Soleil, & leurs temps périodiques ou les temps de leurs révolutions. Suivant cette loi, les cubes des distances moyennes de deux planetes au Soleil, à l'entour duquel elles font leurs révolutions, sont toujours entr'eux comme les quarrés des temps périodiques; ainsi, si les distances moyennes de deux planetes au Soleil sont doubles l'une de

l'autre, les cubes de ces distances étant comme 1 & 8, les quarrés des temps périodiques seront comme 1 à 8, & conséquemment les temps eux-mêmes seront entr'eux comme 1 à la racine quarrée de 8.

Cette regle s'observe non-seulement à l'égard des planetes principales, celles qui tournent autour du soleil, mais encore à l'égard des planetes secondaires qui tournent autour d'une planete principale, comme les quatre satellites de Jupiter autour de Jupiter, & les cinq de Saturne autour de Saturne. Si la Terre avoit deux lunes, elles observeroient entr'elles cette loi, par une nécessité mécanique.

Ces deux loix, d'abord démontrées par les observations de Képler, l'ont ensuite été par Newton, d'après les principes & les loix du mouvement; & il faut n'être pas en état de sentir une démonstration, pour se refuser à des vérités aussi bien établies.

Nous allons maintenant présenter ce qu'il y a de plus remarquable sur chacun des corps célestes qui nous sont connus, en commençant par le soleil. Celui qui, témoin de ce curieux tableau, ne sera pas frappé, doit être mis au rang de ces êtres stupides, dont l'ame est incapable de tout sentiment réfléchi sur les œuvres les plus magnifiques de la Divinité.

§. I. *Du Soleil.*

Le Soleil est, comme nous l'avons dit, placé au milieu de notre système: source également de lumiere & de chaleur, c'est lui qui éclaire & qui vivifie toutes les planetes qui lui sont subordonnées. Que seroit le globe que nous habitons, sans

ses influences bénignes ! Car si la privation de sa lumière, pendant une partie de la révolution diurne de la terre, commence à plonger la nature dans l'engourdissement, quel seroit celui où la jetteroit l'absence absolue du soleil ? La terre ne seroit qu'un bloc, dont la dureté surpasseroit celle des marbres & des matieres les plus dures que nous connoissons ; nulle végétation, nul mouvement possible : elle seroit enfin le séjour des ténèbres, du repos & de la mort. Aussi ne peut-on refuser au Soleil le premier rang parmi les êtres inanimés ; & si l'on pouvoit excuser l'erreur d'adresser à la créature les hommages uniquement dus au Créateur, on seroit tenté d'excuser le culte que rendoient au Soleil les anciens Perses, & que lui rendent encore les Guebres leurs successeurs, & quelques peuples de l'Amérique.

Le Soleil est un globe de feu ou enflammé, dont le diamètre égale à peu près cent 11 fois celui de la Terre, ou est à peu près de 333 mille lieues : sa surface est conséquemment 12321 fois aussi grande que celle de la Terre, & sa masse 1367631 fois aussi grande. Sa distance à la terre est, suivant les observations les plus récentes, d'environ 21600 demi-diamètres de la Terre, ou d'environ trente-deux millions quatre cents mille lieues.

Cette masse énorme n'est pas absolument en repos : les astronomes modernes lui ont découvert un mouvement par lequel il tourne, en 25 jours, 12 heures autour de son axe. Ce mouvement se fait sur un axe incliné au plan de l'écliptique, d'environ $70^{\circ} \frac{1}{2}$, en sorte que l'équateur du Soleil est incliné à l'orbite de la Terre de cette même quantité.

C'est par le moyen des taches dont la surface

du Soleil est couverte en certains temps , qu'on a découvert ce phénomène. En effet , on remarque quelquefois avec le télescope , sur le disque du Soleil , des taches obscures , de forme ordinairement très-irrégulière , & souvent assez permanentes pour durer des mois entiers. Ce fut Galilée le premier qui fit cette découverte ; & par elle il porta un coup mortel à l'opinion des philosophes de son temps , qui , marchant sur les traces d'Aristote , réputoient les corps célestes des corps inaltérables. Il observa en différents temps , & à différentes reprises , de grosses taches sur le disque du Soleil ; il les vit s'approcher toujours , dans un même sens & presque en ligne droite , d'un des bords , ensuite disparoître , puis reparoître au bord opposé ; d'où il conclut que le Soleil avoit un mouvement de révolution autour de son centre. On remarque que ces taches emploient 27 jours 12 heures pour revenir au même point du disque où l'on a commencé de les observer ; d'où il résulte qu'elles mettent 25 jours 12 heures à faire une révolution complète (a) , & conséquemment que le Soleil met 25 jours 12 heures à faire sa révolution autour de son axe.

Il suit aussi de-là , qu'un point de l'équateur du Soleil , se meut quatre fois & un tiers environ plus vite qu'un point de l'équateur de la Terre , emporté par son mouvement diurne ; car la circonfé-

(a) La raison de cette différence est que , pendant que le Soleil fait une révolution complète sur son axe , la Terre , qui se meut dans son orbite , s'avance d'environ 25 degrés du même côté ; ce qui fait qu'il faut que la tache parcoure encore environ 25 degrés pour se replacer dans le même aspect à l'égard de la Terre.

rence d'un grand cercle solaire , étant cent onze fois aussi grande , ces points se mouvroient avec la même vitesse , si la révolution du Soleil étoit de cent onze jours. Or elle est quatre fois & un tiers plus rapide , étant seulement de 25 jours & quelques heures.

Les astronomes ont aussi eu la curiosité de mesurer la grandeur de quelques-unes des taches du Soleil , & ils ont trouvé qu'elles étoient quelquefois beaucoup plus grosses que la Terre.

A l'égard de la nature de ces taches , quelques physiciens ont conjecturé que ce pouvoit n'être que des parties mêmes de la substance ou du noyau du Soleil , qui , par les mouvements irréguliers d'un fluide énormément agité , restoient à découvert. Un astronome Anglois , M. Wilson , vient de renouveler cette idée dans les *Transactions Philosophiques* , ann. 1773 , avec cette différence que , suivant lui , la matiere lumineuse du soleil ne seroit pas fluide , mais d'une consistance telle que , par des circonstances particulieres , il pourroit quelquefois s'y former des excavations considérables , qui mettroient à découvert une portion du noyau du Soleil. Les talus de ces excavations forment , selon lui , les fécules , ou ce bord moins lumineux sans être noir , qui environne d'ordinaire les taches. Il s'efforce d'établir tout cela , par l'examen des phénomènes que devroient présenter de pareilles excavations , selon la maniere dont elles se présenteroient à un observateur.

Mais en voilà assez sur cette idée. D'autres physiciens astronomes ont pensé que ces taches n'étoient que des tourbillons de fuliginosités , qui restoient suspendus au dessus de la surface du Soleil , comme dans les explosions du Vésuve , on verroit
du

du haut de l'atmosphère la fumée couvrir une assez grande étendue de pays. D'autres enfin ont pensé que c'étoient des especes d'écumes produites par la combustion de matieres hétérogenes tombées sur sa surface. Il faut probablement se résoudre à ne rien sçavoir jamais de positif sur ce sujet.

Il s'écoule quelquefois des années entieres sans qu'on voie des taches sur le disque du Soleil; quelquefois on y en voit un très-grand nombre. On raconte qu'en 1637 elles furent si nombreuses, que la chaleur du Soleil & son éclat en furent un peu diminués. Si l'opinion de Descartes sur l'encroûtement des étoiles & leur changement en planètes opaques, eût été connue, on eût pu avoir l'appréhension de voir le Soleil subir, au grand malheur de l'espece humaine, cette étrange métamorphose.

Au reste, une certaine figure du Soleil, donnée d'après Kircher, & rapportée dans diverses mapemondes, ne doit être regardée que comme un jeu d'imagination. Jamais aucun astronome ne fit d'observation qui puisse servir à lui donner le moindre fondement.

M. Cassini découvrit en 1683, que non-seulement le Soleil a une lumière propre, mais qu'il est accompagné d'une espece d'atmosphère lumineuse, qui s'étend à une distance immense, puisque quelquefois elle atteint jusqu'à la Terre. Mais cette atmosphère n'est pas, comme celle de la Terre, à peu près sphérique; elle est lenticulaire, & située de maniere que sa plus grande largeur est à peu près dans la prolongation de l'équateur solaire. On voit en effet assez souvent, dans les temps extrêmement sereins, & peu après le coucher du Soleil, une lumière un peu inclinée à l'é-

114 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

cliptique , large de quelques degrés à l'horizon , & diminuant en pointe , qui s'élève jusqu'à 45° de hauteur. C'est principalement vers l'équinoxe du printemps & celui d'automne que ce phénomène se fait remarquer ; & comme il a été vu depuis , & en divers lieux , & par une foule d'astronomes , on ne peut satisfaire à ces apparences , qu'en reconnoissant autour du Soleil une atmosphère telle que nous venons de dire.

§. II. *De Mercure.*

Mercure est la plus petite de toutes les planetes , & la plus voisine du Soleil. Sa distance à cet astre est à peu près égale aux $\frac{38}{100}$ de celle de la Terre à ce même astre : ainsi Mercure circule à environ 12312000 lieues du Soleil. Cette position fait qu'il ne s'écarte guere de cet astre que de 28° ; enforte qu'il est assez difficile de l'appercevoir dans ces contrées. Quand il est vers ses plus grandes éloignations du Soleil , il paroît en croissant , comme la Lune vers ses quadratures ; mais il faut de bonnes lunettes pour appercevoir cette configuration.

Rien , au reste , n'a pu encore apprendre si Mercure a un mouvement autour de son axe , comme cela est assez probable.

Cette planete acheve sa révolution en 87 jours 23 heures , & son diametre est à celui de la Terre comme 1 à 3 , ou comme 2 à 5 ; enforte que son volume est à celui de la Terre comme 8 à 125 , ou comme 1 à $15\frac{5}{8}$.

La planete de Mercure , étant à une distance du Soleil qui n'est que les $\frac{38}{100}$ ou les $\frac{4}{10}$ de celle de la Terre à cet astre , & la chaleur croissant en

raison inverse des quarrés des distances , il suit de-là qu'il fait environ sept fois aussi chaud dans cette planete que sur notre globe , toutes choses d'ailleurs égales. Cette chaleur excède même de beaucoup celle de l'eau bouillante. Si donc cette planete est conformée comme la Terre , & qu'elle soit habitée , les êtres qui la peuplent doivent être d'une nature bien différente de la nôtre ; ce qui n'a rien de répugnant à la raison : car qui osera borner la puissance de la Divinité à des êtres à peu près semblables à ceux que nous connoissons sur notre Terre ? Nous verrons même ailleurs que la conformation de la surface de Mercure , & la nature de son fluide ambiant , pourroient être telles qu'il ne fût pas impossible à des êtres de notre nature d'y subsister.

§. III. *De Vénus.*

La planete de Vénus est la plus brillante du ciel. Tout le monde sçait que c'est elle qui , tantôt devançant le Soleil , est appelée *Lucifer* ou l'étoile du matin ; tantôt le suivant , paroît la premiere après son coucher , & porte alors le nom de *Vesper* , ou d'étoile du soir.

Cette planete circule autour du Soleil , à une distance de cet astre qui est à celle de la Terre , à peu près comme 72 à 100 ; conséquemment sa distance du Soleil est d'environ 23 millions 328 mille lieues : elle ne s'écarte du Soleil , à notre égard , que d'un angle d'environ 48° , & elle est sujette aux mêmes phases que la Lune.

La révolution de Vénus autour du Soleil est de 224 jours 14 heures 49 minutes ; son diametre est , suivant les observations les plus récentes &

H ij

les plus exactes , à celui de la Terre , comme 4 à 5 , enforte que son volume est à celui de la Terre comme 64 à 125.

On a découvert sur la surface de Vénus , des taches passageres , qui ont servi à démontrer la révolution de cette planete sur son axe ; mais la durée de cette révolution n'est pas encore mise hors de toute contradiction. M. Bianchini la fait de 24 jours , & M. Cassini de 23 heures 20 minutes. Nous inclinons néanmoins pour le dernier sentiment , qui se concilie avec les deux observations , au lieu que la détermination de M. Bianchini étant admise , il faut rejeter les observations de M. Cassini. Malheureusement ces taches , vues par Maraldi & Cassini , ne se voient plus , même avec les plus forts télescopes , du moins dans ce pays-ci ; on n'apperçoit plus aucune tache sur Vénus , enforte qu'on restera partagé jusqu'à ce que l'on en découvre de nouvelles.

Vénus peut quelquefois passer entre la Terre & le Soleil , de maniere à être vue sur le disque de cet astre. Elle y paroît alors comme une tache noire, d'environ une minute de diametre apparent. On l'a vue pour la premiere fois , passant ainsi sur le disque du Soleil , en Novembre 1631 : on l'a observée de nouveau dans cette circonstance , le 6 Juin 1761, & on vient de faire la même observation le 3 Juin 1769. On ne la verra plus passer sous le disque du Soleil , avant le 9 Décembre 1874. Cette observation , au succès de laquelle tous les souverains de l'Europe ont pris intérêt , a des utilités en astronomie , qu'on peut voir dans les livres qui en traitent expressément.

§. IV. *De la Terre.*

La Terre, ce globe que nous habitons, est la troisième dans l'ordre des planètes. Son orbite, qui a environ 32 millions 400 mille lieues de demi-diamètre, embrasse celles de Vénus & de Mercure. Elle fait sa révolution autour du Soleil en 365 jours 6 heures 11 minutes; car il faut distinguer la révolution réelle & complète de la Terre, d'avec la révolution tropique ou l'année solaire. Celle-ci n'est que de 365 jours 5^h 49' 50'', parcequ'elle représente seulement le temps du retour du Soleil d'un point équinoxial au même point; mais, comme les points équinoxiaux rétrogradent annuellement de 50'', (ce qui fait paroître les étoiles s'avancer chaque année de cette quantité) lorsque la Terre est revenue au point de l'équinoxe du printemps, il lui reste encore 50'' à parcourir pour atteindre le point de la sphere fixe où étoit l'équinoxe l'année précédente. Or elle y emploie environ 20 minutes, qui, ajoutées à l'année tropique, donnent la révolution complète, depuis un point de la sphere fixe, au même point de 365 jours 6^h 11'', comme nous avons dit plus haut.

Pendant une révolution de cette espece, la Terre, en conséquence des loix du mouvement, conserve toujours son axe parallele à lui-même, & elle fait sa révolution autour de cet axe, à l'égard des fixes, en 23^h 56'; car c'est à l'égard des fixes que cette révolution doit être mesurée, & non à l'égard du Soleil, qui a, en apparence, avancé dans le même sens d'environ un degré par jour. C'est ce parallélisme de l'axe de la Terre

H iij

118 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

qui occasionne la diversité des saisons, parcequ'il expose tantôt l'hémisphère boréal, tantôt l'hémisphère austral, plus directement au Soleil.

Ce parallélisme n'est néanmoins pas absolument sans altération. En vertu de certaines causes physiques, il a un petit mouvement par lequel il s'en écarte à chaque révolution, d'une quantité de 50 secondes, comme s'il avoit un mouvement conique extrêmement lent, à l'entour de l'axe immobile & fictif de l'écliptique. Par une suite de ce mouvement, le pôle apparent du monde dans les étoiles fixes, n'est pas fixe; il tourne autour du pôle de l'écliptique, & s'approche de certaines étoiles, tandis qu'il s'éloigne d'autres. L'étoile polaire n'a pas toujours été la plus voisine du pôle arctique: ce qui lui a fait donner ce nom; elle n'en est pas même encore à sa plus grande proximité: ce sera vers l'an 2100 de notre ère qu'elle en sera la plus proche, & sa distance du pôle sera alors de 28 à 29': le pôle arctique s'en éloignera alors, & de plus en plus; en sorte que, dans la suite des siècles, on aura une autre étoile polaire, & même d'autres successivement.

Nous avons dit que l'axe de la Terre est actuellement incliné de $23^{\circ} 28'$ & quelques secondes sur le plan de l'écliptique; ce qui cause l'inclinaison de l'écliptique à l'équateur, & produit la variété des saisons. Cette inclinaison est aussi variable, &, selon les observations modernes, elle diminue d'environ une minute par siècle: l'écliptique s'approche conséquemment avec lenteur de l'équateur, ou plutôt l'équateur de l'écliptique; & si ce mouvement se fait toujours avec la même vitesse, & dans le même sens, l'équateur se confondra avec l'écliptique dans environ 140 mille

ans, & alors il régnera sur la Terre un équinoxe & un printemps perpétuel.

§. V. *De la Lune.*

De tous les corps célestes qui nous environnent & qui nous éclairent, le plus intéressant, après le Soleil, est la Lune. Fidelle compagne de notre globe dans son immense révolution, elle nous tient souvent lieu du Soleil, &, par sa foible lumière, elle nous console de la privation de celle de cet astre. C'est elle qui, soulevant deux fois par jour les eaux de l'Océan, leur cause ce mouvement de réciprocation, si connu sous le nom de flux & reflux, mouvement peut-être nécessaire dans l'économie de ce globe.

La distance moyenne de la Lune à la Terre, est d'environ 60 demi-diamètres terrestres, ou 90 mille lieues. Son diamètre est à celui de la Terre, à peu près comme 133 à 500; en sorte que sa masse, ou plutôt son volume, est à celui de la Terre, comme 1 à environ 52.

La Lune est un corps opaque. Nous ne croyons pas avoir besoin de le prouver ici. Ce n'est point un corps poli comme un miroir; car, si cela étoit, il ne nous renverroit presque aucune lumière, puisqu'un miroir convexe disperse les rayons de manière qu'un œil tant soit peu éloigné ne voit qu'un point de la surface qui soit éclairé, au lieu que la Lune nous renvoie de tout son disque une lumière sensiblement égale.

D'ailleurs l'observation fait voir dans le corps de la Lune des aspérités plus grandes encore à son égard, que celles dont la Terre est couverte. Qu'on considère en effet la Lune quelques jours

après sa conjonction , on voit la limite de l'ombre comme dentelée ; ce qui ne peut être que l'effet de ses inégalités. Il y a plus , on apperçoit à peu de distance de cette limite , dans la partie qui n'est point encore éclairée , des points lumineux qui , croissant par degrés à mesure que la partie éclairée s'en approche , se confondent enfin avec elle , & forment les dentelures dont on a parlé : on voit enfin l'ombre de ces parties , lorsqu'elles sont entièrement éclairées , se porter plus ou moins loin , & changer de position à mesure qu'elles sont plus ou moins obliquement éclairées , & d'un côté ou d'un autre. C'est ainsi que , sur notre Terre , le sommet des montagnes est éclairé , tandis que les vallons & les plaines voisines sont encore dans l'ombre , & qu'elles jettent leur ombre plus ou moins loin , à droite ou à gauche , suivant l'élévation du Soleil & sa position. Galilée , le premier auteur de cette découverte , a mesuré géométriquement la hauteur d'une de ces montagnes , & a trouvé qu'elle étoit d'environ trois de nos lieues ; ce qui est , à peu de chose près , le double de la hauteur des pics les plus élevés des Cordillieres , les plus hautes montagnes connues de la Terre.

Nous avons parlé ailleurs des noms que les astronomes ont donnés à ces taches , & de leur usage dans l'astronomie ; ainsi nous ne le répéterons point ici , & nous passerons à quelque chose de plus intéressant.

Il y a sur la surface de la Lune des taches de différentes especes , les unes lumineuses , les autres en quelque sorte obscures. On a regardé pendant long-temps comme suffisamment constaté , que les taches les plus lumineuses étoient des portions

de terre, & les parties obscures des mers ; car , dit-on , l'eau absorbant une partie de la lumière , doit renvoyer un éclat plus foible que des terres , qui la réfléchissent fortement. Mais cela n'est pas fondé ; car si ces taches obscures , respectivement au reste de la Lune , étoient de l'eau , lorsqu'elles seroient éclairées obliquement , comme elles le sont à notre égard dans les premiers jours après la conjonction , elles devroient nous renvoyer la lumière la plus vive. C'est ainsi qu'un miroir , qui paroît noir quand on n'est pas au point où il réfléchit les rayons du Soleil , paroît au contraire très-éclatant quand on est à ce point.

Cela a fait penser à d'autres , que ces parties obscures étoient de vastes forêts ; & cela seroit plus probable. Nous ne doutons nullement que qui considéreroit d'une grande distance les vastes forêts qu'il y a encore en Europe , celles de l'Amérique , ne les vît plus brunes que le reste de la surface terrestre.

Mais ces taches sont-elles pour cela des forêts ? Cela n'est guere plus fondé , & en voici les raisons.

Il est comme démontré que la Lune n'a point d'atmosphère , car , si elle en avoit une , elle produiroit les effets de la nôtre. Une étoile dont la Lune approcheroit , changeroit de couleur ; & ses rayons , rompus par cette atmosphère , lui donneroient un mouvement irrégulier , à une distance même assez grande de la Lune. Or on n'apperçoit rien de semblable. Une étoile cachée par le bord obscur de la Lune , disparoît subitement sans changer de couleur , ni éprouver aucune réfraction sensible. Il est vrai que quelques astronomes ont cru voir , dans des éclipses totales du Soleil ,

éclairer & tonner dans la Lune ; mais c'est sans doute une illusion de leurs yeux , fatigués d'avoir considéré trop attentivement le Soleil. D'ailleurs , s'il y avoit dans la Lune une évaporation de vapeurs , s'il y avoit des nuages comme sur la Terre , on les auroit quelquefois apperçus cachant des parties connues de la Lune ; comme certainement un observateur placé dans la Lune , verroit quelquefois des portions assez grandes de la Terre , comme des provinces entières de la France , cachées pendant des jours , pendant des semaines entières , par les nuages qui les couvrent quelquefois aussi long-temps. M. de la Hire a démontré qu'une étendue grande comme Paris seroit perceptible à un observateur situé sur la Lune , au moyen d'un télescope d'environ 25 pieds , ou grossissant les objets environ 100 fois.

Or , s'il n'y a sur la surface de la Lune ni air dense , ni élévation des vapeurs , il est difficile de concevoir qu'il y ait aucune espece de végétation ; conséquemment des plantes , des arbres , des forêts ; enfin il n'est pas possible qu'il y ait des animaux. Ainsi il y a grande apparence que la Lune n'est pas habitée : d'ailleurs , si elle l'étoit , du moins par des animaux à peu près semblables à l'homme , ou doués de quelque raison , il seroit bien difficile qu'ils ne fissent pas des changements sur la surface de ce globe. Or , depuis l'invention du télescope jusqu'à présent , on n'y a pas apperçu la moindre altération.

La Lune présente toujours , à fort peu de chose près , la même face à la Terre ; il faut pour cela qu'elle ait ou un mouvement de révolution autour d'un axe à peu près perpendiculaire à l'écliptique , & dont la durée soit celle du mois lunaire , ou

qu'il y ait dans un de ses hémispheres une cause qui le fasse pencher vers la Terre. Cette dernière conjecture est la plus probable : car pourquoi la révolution de la Lune sur son axe seroit-elle ainsi précisément de 29 jours 12^h 44' ? Quoi qu'il en soit, la Lune présentant toujours la même face à la Terre, il s'ensuit que toute sa surface est éclairée par le Soleil dans le courant d'un mois lunaire : ainsi les jours sont, dans la Lune, égaux à environ 15 des nôtres, & les nuits de pareille durée.

Feignons, nonobstant ce que nous avons dit, qu'il y ait des habitants dans la Lune ; ils jouiront d'un spectacle assez singulier. Un observateur, par exemple, placé vers le milieu de son disque, verra toujours la Terre immobile vers son zénith, ou ayant seulement un mouvement de balancement, par les raisons que nous dirons plus bas : chaque habitant enfin de cet hémisphere, la verra toujours dans un même point de son horizon, tandis que le Soleil paroîtra faire dans un mois sa révolution ; au contraire, les habitants de l'hémisphere opposé ne la verront jamais ; & s'il y avoit des astronomes, sans doute il y en auroit qui feroient le voyage de l'hémisphere tourné à la terre, pour voir cette espece de Lune immobile, suspendue au ciel comme une lampe, & d'autant plus remarquable, qu'elle présente aux habitants lunaires un diamètre presque quadruple de celui que nous offre la Lune, avec une grande variété de taches faisant leurs révolutions dans l'intervalle de 24 heures : car on ne sçauroit presque douter que notre Terre, coupée de vastes mers, de très-grands continents, d'immenses forêts comme celles de l'Amérique, ne présente à la Lune un disque

varié de beaucoup de taches plus ou moins lumineuses.

Nous avons dit que la Lune présente toujours *sensiblement* le même disque à la Terre. En effet, cela n'est pas rigoureusement vrai. On reconnoît dans la Lune un mouvement qu'on appelle de libration, en vertu duquel les parties voisines du bord du disque visible à la Terre, s'approchent ou s'éloignent alternativement de ce bord par une espèce de balancement. On distingue principalement deux espèces de librations, l'une qu'on appelle de latitude, par laquelle des parties près du pôle austral ou boréal de la Lune, semblent se balancer du nord au sud & du sud au nord, par un arc qui peut aller jusqu'à 5 degrés. C'est un simple effet optique, produit par le parallélisme de l'axe de rotation de la Lune, qui est incliné de 2 degrés & demi à l'écliptique.

L'autre libration est celle en longitude, qui se fait autour de cet axe par un angle qui peut monter jusqu'à 7° & demi; &, comme elles se compliquent toutes deux, il n'est pas étonnant que ce phénomène ait occupé pendant long-temps infructueusement les philosophes. Les causes de la dernière ne sont même pas encore entièrement hors de contradiction. Quoi qu'il en soit, il est évident que les habitants de la Lune, s'il y en a qui sont situés près du bord du disque tourné vers la Terre, doivent voir notre globe alternativement se lever & se coucher, en décrivant un arc seulement de quelques degrés.

§. VI. *De Mars.*

La planète de Mars, qui se fait reconnoître aisément par son éclat rougeâtre, est la quatrième

dans l'ordre des planetes principales. Son orbite environne celle de Mercure, de Vénus & de la Terre; ainsi les mouvements de ces planetes doivent présenter aux habitants de Mars, les mêmes phénomènes que Mercure & Vénus présentent aux habitants de notre globe.

La révolution de Mars autour du Soleil est de 686 jours 23 heures 27 minutes, ou de près de deux ans. Sa distance moyenne au Soleil est environ les $\frac{3}{2}$ de celle de la Terre, ou, plus exactement, de 152000 parties, dont le rayon de l'orbite terrestre contient 100000.

On apperçoit quelquefois des taches sur le disque de Mars: elles ont servi à démontrer qu'il tourne sur un axe à peu près perpendiculaire à son orbite, & que cette révolution s'acheve en 24 heures 40 minutes. Ainsi les jours des habitants de Mars, s'il y en a, sont à peu près égaux aux nôtres, & il y regne un équinoxe perpétuel, puisque son équateur se confond avec son orbite.

Quant à la grosseur de Mars, elle est à peu près égale à celle de la Terre.

§. VII. *De Jupiter.*

Après Mars, suit dans l'ordre des planetes, celle de Jupiter. Sa distance du Soleil est environ 5 fois plus grande que celle de la Terre à cet astre, ou, plus exactement, ces distances sont entr'elles comme 52 à 10. La durée de sa révolution autour du Soleil est de 11 ans 317 jours 12 heures 20 minutes. Son diametre, comparé à celui de la Terre, est 10 fois aussi grand, en sorte que son volume est 1000 fois aussi considérable que celui de notre globe.

Cette masse n'empêche cependant pas que la révolution de Jupiter autour de son axe ne soit beaucoup plus prompte que celle de la Terre. En effet , les taches observées sur le disque de Jupiter ont appris que cette révolution est de $9^h 56'$, en sorte qu'elle est plus de deux fois aussi rapide ; & , comme un point de l'équateur de Jupiter est dix fois aussi éloigné de l'axe de cette planète, qu'un point de l'équateur de la Terre ne l'est de l'axe terrestre , il suit de-là que dans Jupiter ce point se meut avec une vitesse environ vingt-quatre fois aussi grande.

Aussi a-t-on observé que le globe de Jupiter n'est pas parfaitement sphérique , & même qu'il s'éloigne assez de la sphéricité parfaite : il est un sphéroïde aplati par les pôles ; & le diamètre de son équateur est à celui qui va d'un pôle à l'autre dans le rapport de 14 à 13 , suivant les observations les plus récentes , & faites avec les instruments les plus parfaits.

L'axe de Jupiter est presque perpendiculaire au plan de son orbite , car son inclinaison n'est que de 3 degrés : ainsi les jours & les nuits doivent , sur cette planète , être en tout temps presque égaux les uns aux autres.

La surface de Jupiter est le plus souvent parsemée de taches en forme de bandes , les unes obscures , les autres lumineuses : il y a des temps où l'on a peine à les appercevoir , & elles ne sont pas également marquées dans leur étendue , en sorte qu'elles sont comme interrompues : leur nombre varie aussi , & on ne les voit guère qu'avec de fortes lunettes , ou lorsque Jupiter est le plus voisin de la Terre. L'année 1773 a été très-propre à ces observations , parceque Jupiter s'est trouvé le

plus près de l'orbite de la Terre qu'il est possible.

La planète de Jupiter étant environ cinq fois plus éloignée du Soleil que la Terre, il est évident que le diamètre du Soleil doit y paroître cinq fois moindre, ou d'environ 6 minutes seulement : l'éclat du Soleil y sera conséquemment 25 fois moindre que sur la Terre. Mais une lumière 25 fois moindre que celle du Soleil est encore une lumière très-vive, & plus que suffisante pour donner un très-beau jour : ainsi les habitants de Jupiter (car probablement il y en a) ne sont pas à cet égard fort à plaindre.

Mais s'ils sont à cet égard traités moins favorablement que ceux de la Terre, ils sont à d'autres égards bien mieux partagés ; car, tandis que la Terre n'a qu'une Lune pour la dédommager de l'absence du Soleil, la planète de Jupiter en a quatre. Galilée en fit le premier la découverte, & elle lui servit à répondre à ceux qui objectoient contre le mouvement de la Terre l'impossibilité de concevoir comment la Lune pouvoit accompagner la Terre dans sa révolution. La découverte de Galilée leur ferma la bouche.

Les Satellites de Jupiter tournent autour de lui, dans des temps & à des éloignements indiqués par la table suivante.

Ordre des Satellites.	Distance en demi- diam. de Jupiter.	Temps périodiq.		
		J.	H.	M.
1 ^{er}	$5\frac{2}{3}$	1	18	27
2 ^e	9	3	13	14
3 ^e	$14\frac{23}{60}$	7	3	43
4 ^e	$25\frac{3}{10}$	16	16	32

Les habitants de Jupiter ont donc, à cet égard,

de grands avantages sur ceux de la Terre; car, avec leurs quatre Lunes, il est bien difficile qu'il n'y en ait pas toujours quelque'une sur l'horizon qui n'est pas éclairé du Soleil : ils les auront quelquefois toutes quatre, l'une en croissant, l'autre pleine, l'autre demi-pleine : ils les verront s'éclipser, comme nous voyons de temps en temps la Lune perdre sa lumière en entrant dans l'ombre projetée par la Terre, mais avec cette différence, que beaucoup plus près de Jupiter, eu égard à sa masse, elles ne sçauroient passer derrière lui, à l'égard du Soleil, sans souffrir d'éclipse.

Les astronomes ne se sont pas bornés à constater l'existence de ces Lunes attachées à Jupiter; ils ont plus fait; & l'on prédit leurs éclipses avec au moins autant d'exactitude que celles de notre Lune. Les Ephémérides astronomiques présentent à chaque jour du mois l'aspect des satellites de Jupiter, l'heure à laquelle leurs éclipses doivent arriver, & si elles sont visibles ou non sur l'horizon du lieu : on y trouve aussi le moment où quelqu'un de ces satellites doit se cacher derrière le disque de Jupiter, ou disparaître en passant au devant. Ces prédictions, au reste, ne sont pas de pures curiosités; on en tire une grande utilité pour la détermination des longitudes sur terre.

§. VIII. *De Saturne.*

Cette planète est de toutes la plus éloignée du Soleil, & celle qui présente le spectacle le plus singulier par ses cinq lunes & l'anneau qui l'environne. Elle fait sa révolution autour du Soleil en 29 ans 174 jours 6 heures 36 minutes; & sa distance moyenne à cet astre est neuf fois & demi plus grande que celle de la Terre au Soleil, ou,
plus

plus exactement , comme 954 à 100 ; enforte que si le demi-diametre de l'orbite de la Terre est de 32 millions 400 mille lieues , celui de l'orbite de Saturne fera de 309 millions 96000 lieues.

A une distance aussi immense , le diametre apparent du Soleil , pour un spectateur placé sur Saturne , n'est plus que les $\frac{2}{19}$ de ce qu'il est pour nous , c'est-à-dire d'environ $3\frac{1}{2}$: & sa lumiere doit être 90 fois moindre , ainsi que sa chaleur. Un habitant de Saturne , transporté dans la Laponie , que dis-je ? sur les glaces des pôles de la Terre , y éprouveroit une chaleur insupportable ; il y périroit , ce semble , plus vîte qu'un homme plongé dans l'eau bouillante , tandis qu'un habitant de Mercure geleroit dans les climats les plus ardents de notre zone torride.

Il est probable que Saturne a un mouvement de rotation sur son axe ; mais les meilleures lunettes n'ont encore fait voir sur sa surface aucun point remarquable , au moyen duquel on puisse appercevoir & déterminer cette rotation.

La nature semble avoir voulu dédommager Saturne de son éloignement du Soleil , en lui donnant cinq lunes , qu'on appelle ses satellites. La table suivante présente leurs distances du centre de Saturne en demi-diametres de cette planete , & la durée de leurs révolutions.

Satellites.	Distances.	Révolutions.		
		J.	H.	M.
1 ^{er}	$1\frac{19}{20}$	1	21	18
2 ^e	$2\frac{1}{3}$	2	17	41
3 ^e	$3\frac{1}{2}$	4	12	25
4 ^e	8	15	22	41
5 ^e	24	79	7	48

130 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Nous ne nous étendrons pas sur les avantages que tant de lunes doivent procurer à cette planète : ce que nous avons dit de Jupiter est , à plus forte raison , applicable à Saturne.

Mais quelque chose de plus singulier que ces cinq lunes , c'est l'anneau qui environne Saturne. Qu'on se représente un globe placé au milieu d'un corps circulaire , plat , mince , & évuidé concentriquement ; enfin , que l'œil soit à l'extrémité d'une ligne oblique au plan de cet anneau circulaire ; tel est l'aspect que présente Saturne considéré avec un excellent télescope , & telle est la position du spectateur terrestre. Le diamètre de Saturne est à celui du vuide de l'anneau , comme 3 à 5 , & la largeur de l'anneau est environ égale à l'intervalle entre l'anneau & Saturne. On est assuré que cet intervalle est vuide , car on a vu une fois une étoile fixe entre l'anneau & le corps de cette planète : ainsi cet anneau se soutient autour de Saturne , comme feroit un pont concentrique à la Terre , & par-tout également pesant.

Ce corps d'une conformation si singulière , est alternativement éclairé par le Soleil d'un côté & de l'autre ; car il fait , avec le plan de l'orbite de Saturne , un angle constant & d'environ $31^{\circ} 20'$, en restant toujours parallèle à lui-même ; ce qui fait qu'il présente au Soleil tantôt une face , tantôt l'opposée : ainsi les habitants de deux hémisphères opposés de Saturne , en jouissent alternativement. Quelques observations semblent prouver qu'il a un mouvement de rotation autour d'un axe perpendiculaire à son plan , mais cela n'est pas encore absolument démontré.

On voit quelquefois , de la Terre , la planète de Saturne sans anneau. C'est un phénomène aisé à expliquer.

Trois causes font disparoître l'anneau de Saturne. 1^o Il disparoît lorsque son plan prolongé passe par le Soleil, car alors sa surface est dans l'ombre, ou trop foiblement éclairée par le Soleil pour se faire appercevoir de si loin; & son tranchant est aussi trop mince pour que, quoique éclairé, on puisse le voir d'une pareille distance. Cela lui arrive lorsqu'il est vers le 19^e degré 45 minutes de la Vierge & des Poissons.

2^o On doit encore perdre de vue l'anneau de Saturne, lorsque son plan prolongé passe par la Terre; car alors le spectateur terrestre n'en apperçoit que le tranchant, qui est, comme nous l'avons dit, trop mince pour pouvoir affecter de si loin l'œil du spectateur terrestre; en effet ce n'est alors qu'un filet de lumière de quelques secondes de largeur.

3^o Enfin l'anneau de Saturne disparoît, lorsque son plan prolongé passe entre la Terre & le Soleil; car alors le plat de l'anneau, tourné vers la Terre, n'est pas celui que le Soleil éclaire. On ne sçauroit donc le voir de la Terre; mais alors on voit son ombre se projeter sur le disque de Saturne.

C'est une belle matière à conjectures que la nature de cet anneau singulier. Quelques-uns ont dit que ce pouvoit être une multitude de lunes, circulant si près les unes des autres, que leur intervalle ne s'apperçoit pas de la Terre, ce qui leur donne l'apparence d'un corps continu. Cela est peu probable.

D'autres ont conjecturé que c'étoit la queue d'une comète, qui, passant très-près de Saturne, en avoit été arrêtée. Mais un pareil arrangement d'un fluide circulant, seroit quelque chose de bien extraordinaire. Je crois qu'il faut admirer cet

132 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

ouvrage du souverain Artiste , créateur de l'univers , & attendre , pour former des conjectures sur sa nature , que la perfection des télescopes nous fournisse de nouveaux faits pour les appuyer.

La distance de Saturne au Soleil est telle , que toutes les planetes lui sont inférieures , comme le sont pour nous Vénus & Mercure. Il y a plus ; s'il y a des êtres intelligents sur cette planete , il est fort douteux qu'ils aient seulement connoissance de notre existence , & bien moins encore de celle de Mercure & de Vénus ; car , à leur égard , Mercure ne s'éloigne jamais du Soleil de plus de $2^{\circ} 25'$, Vénus de $4^{\circ} 15'$, & la Terre elle-même de 6° ; Mars s'en éloignera seulement de près de 9° , & Jupiter de $28^{\circ} 40'$: aussi les trois ou quatre premières de ces planetes sont beaucoup plus difficiles à apercevoir par les Saturniens , que ne l'est pour nous la planete de Mercure , qu'on voit à peine , parcequ'elle est presque toujours cachée dans les rayons du Soleil.

Il est cependant vrai que la lumiere du Soleil est d'un autre côté bien foible , & que la constitution de l'atmosphere de Saturne , si elle en a une , pourroit être telle , que l'on verroit encore ces planetes aussi-tôt que le Soleil seroit couché.

§. IX. *Des Cometes.*

Les cometes ne sont plus , comme on le croyoit autrefois , des signes de la colere céleste , des annonces de la peste , de la guerre ou de la famine. Il falloit que les hommes de ces temps fussent bien crédules , pour penser que des fléaux qui n'affectent qu'une infiniment petite portion d'un globe qui n'est lui-même qu'un point dans le

système de l'univers, dussent être annoncés par un dérangement de l'ordre naturel & immuable des cieux. Les comètes ne sont plus aussi, comme le pensèrent la plupart des philosophes anciens, & ceux qui suivirent leurs traces, des météores formés dans la moyenne région de l'air. Les observations astronomiques, faites dans divers endroits de la Terre à-la-fois, ont appris qu'elles sont toujours à une distance même beaucoup plus grande que la Lune, & conséquemment qu'elles n'ont rien de commun avec les météores formés dans notre atmosphère.

Ce que quelques philosophes anciens, comme Appollonius Myndien, & sur-tout Sénèque, ont pensé sur les comètes, s'est depuis vérifié. Selon eux, les comètes sont des astres aussi anciens, aussi durables que les planètes mêmes, dont les révolutions sont pareillement réglées; & si on ne les apperçoit pas toujours, c'est qu'elles font leur cours de manière que, dans une partie de leurs orbites, elles sont si éloignées de la Terre qu'on les perd de vue, & elles ne paroissent que dans la partie inférieure.

En effet Newton, & sur ses traces M. Halley, ont démontré, par les observations des différentes comètes de leur temps, qu'elles décrivent à l'entour du Soleil des orbites elliptiques, dont cet astre occupe un des foyers, & que ces orbites diffèrent seulement de celles des planètes connues, en ce que celles-ci sont presque circulaires, au lieu que celles des comètes sont extrêmement allongées; ce qui fait que, dans une partie de leur cours, elles se rapprochent assez de nous pour être apperçues; & dans le reste de leurs orbites, elles s'éloignent dans l'immensité des cieux, au

134 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

point de n'être plus visibles. Ils ont aussi enseigné comment, à l'aide d'un petit nombre d'observations du mouvement d'une comète, on peut déterminer la distance où elle passera ou a passé du Soleil, ainsi que le temps où elle en a été le moins éloignée, enfin son lieu dans le ciel pour un moment donné. Les calculs faits d'après ces principes, s'accordent avec l'observation d'une manière surprenante.

Les philosophes modernes ont fait plus; ils ont déterminé le retour de quelques-unes de ces comètes. Le célèbre M. Halley, considérant que si le mouvement des comètes se fait dans des ellipses, elles doivent avoir des révolutions périodiques, puisque ces courbes rentrent en elles-mêmes, examina avec attention les observations de trois comètes, qui parurent en 1531 & 1532, en 1607 & 1682; & ayant calculé la position & les dimensions de leurs orbites, il reconnut que ces trois comètes avoient à peu près la même orbite, & conséquemment que ce n'en étoit qu'une seule, dont la révolution s'achevoit dans environ 75 ans: il osa donc prédire que cette comète reparoitroit en 1758, ou 1759 au plus tard. Tout le monde sçait que cette prédiction s'est vérifiée dans le temps annoncé: ainsi il reste constant que cette comète a autour du Soleil une révolution périodique de 75 ans & demi. Suivant les dimensions de son orbite, déterminée par les observations, sa moindre distance du Soleil est de $\frac{585}{1000}$ du demi-diamètre de l'orbite terrestre; elle s'en écarte ensuite à une distance qui est égale à $35\frac{1}{2}$ de ces demi-diamètres; en sorte qu'elle s'éloigne de cet astre près de quatre fois autant que Saturne. L'inclinaison de l'orbite à l'écliptique est de $17^{\circ} 40'$,

dans une ligne allant du 23^e degré 45 minutes du Taureau , au 23^e degré 45' minutes du Scorpion.

Il y a encore trois comètes dont on espère avec fondement le retour ; ce sont celle de 1661, qu'on attend pour 1790 ; celle de 1556 , pour 1848 ; enfin celle de 1680 & 1681 , qu'on pense , quoique avec moins d'assurance , devoir reparoître vers 2256. Cette dernière a paru , par les circonstances qui ont accompagné son apparition , être la même que celle qu'on vit , suivant les historiens , 44 ans avant l'ère Chrétienne , celle de l'an 531 & celle de 1106 ; car il y a entre ces époques un intervalle de 575 ans. Cette comète auroit une orbite excessivement allongée , & s'éloigneroit du Soleil environ 135 fois autant que la Terre.

Cette comète a de plus cela de remarquable , que , dans la partie inférieure de son orbite , elle passa extrêmement près du Soleil , c'est-à-dire à une distance de sa surface qui étoit à peine une 6^e du demi-diamètre solaire ; d'où Newton conclut que , dans le temps de ce passage , elle fut exposée à une chaleur deux mille fois plus grande que celle d'un fer rougi à blanc. Il faut donc que ce corps soit extrêmement compacte , pour pouvoir résister à une chaleur si prodigieuse , qu'elle volatiliserait probablement tous les corps terrestres que nous connoissons.

Il y a aujourd'hui 63 comètes dont on a calculé les orbites , en sorte qu'on connoît leur position , & la moindre distance où la comète doit passer du Soleil : ainsi , quand il paroîtra quelque nouvelle comète qui décrira le même chemin , ou à peu de chose près , on pourra assurer que c'est la même qui a paru dans des temps antérieurs : on connoîtra alors la durée de sa révolution & la grandeur

136 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

de son axe ; ce qui déterminera l'orbite en entier : on sera enfin en état de calculer ses retours & les autres circonstances de son mouvement , comme ceux des autres planetes anciennement connues.

Les cometes ont cela de particulier , qu'elles sont communément accompagnées d'une chevelure ou d'une queue plus ou moins allongée. Ces queues ou chevelures sont transparentes , & plus ou moins longues : on en a vu qui avoient 45 , 50 , 60 & même 100 degrés de longueur ; telles furent celles des cometes de 1618 & de 1680. Quelquefois néanmoins cette queue se réduit à une espece de nuage lumineux & très-peu étendu , qui environne la comete en forme de couronne : telle étoit celle qui accompagnoit la comete de 1585. Il arrive aussi quelquefois que cette queue a besoin , pour être apperçue , d'un ciel plus serein & plus dégagé de vapeurs que celui de ces régions. La fameuse comete , revenue sur la fin de 1758 , paroissoit à Paris avoir à peine une queue de 4 degrés de longueur : à Montpellier, des observateurs la virent de 25° de longueur , & elle parut encore plus longue à des observateurs de l'isle de Bourbon.

Quant à la cause productrice des queues des cometes , il n'y a que deux sentimens à cet égard qui aient de la probabilité. Newton a pensé que c'étoit une traînée de vapeurs élevées par la chaleur du Soleil , lorsque la comete descend dans les régions inférieures de notre système. Aussi remarque-t-on que les cometes n'ont jamais de plus longue queue , que lorsqu'elles ont passé leur périhélie ; & cette queue semble être d'autant plus longue , qu'elles en ont passé plus près. Il ne laisse pas d'y avoir de fortes difficultés contre cette

opinion. Celle de M. de Mairan est que ces queues sont une traînée de la lumière zodiacale, dont les comètes se chargent en passant entre la Terre & le Soleil. Aussi remarque-t-on que les comètes qui n'atteignent pas jusqu'à l'orbe de la Terre, n'ont pas de queue sensible, & ont tout au plus une couronne : telles furent la comète de 1585, qui passa à une distance du Soleil d'un dixième plus grande que celle de la Terre ; celle de 1718, qui en passa à une distance à peu près égale ; celle de 1729, qui en passa à une distance environ quadruple ; & celle de 1747, qui en passa à une distance plus que double. Il est vrai que la comète de 1664, qui passa plus loin du Soleil que la Terre, eut une queue, mais elle fut médiocre ; & comme sa distance périhélie excédoit très-peu celle de la Terre au Soleil, & que l'atmosphère solaire s'étend quelquefois au-delà de l'orbe terrestre, il n'en résulte pas une objection de grand poids contre le sentiment de M. de Mairan.

Remarquons enfin qu'il n'en est pas des comètes comme des planètes. Toutes celles-ci font leurs révolutions dans des orbites peu inclinées à l'écliptique, & marchent du même sens : les comètes, au contraire, ont des orbites dont les inclinaisons à l'écliptique vont jusqu'à l'angle droit. D'ailleurs les unes marchent selon l'ordre des signes, & sont appelées *directes* ; les autres marchent dans le sens contraire, & on les nomme *rétrogrades*. Ces mouvements se compliquent enfin avec celui de la Terre ; ce qui leur donne une apparence d'irrégularité, qui doit excuser les anciens d'avoir été dans l'erreur sur la nature de ces astres.

On a vu plus haut qu'il y a des comètes qui

138 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

qui passent assez près de la Terre. Il en pourroit arriver quelque jour une catastrophe funeste pour notre globe , si la Divinité ne sembloit y avoir mis ordre par des circonstances particulieres. En effet, une comete comme celle de 1744, qui passa à une distance du Soleil , plus grande seulement que le rayon de l'orbite terrestre d'environ un 50^e, si elle éprouvoit quelque dérangement dans sa course, pourroit ou choquer la Terre ou la Lune, peut-être nous enlever cette derniere. Dans la multitude même des cometes qui descendent dans les régions inférieures de notre système , il pourroit se faire que quelqu'une , en se plongeant vers le Soleil , passât à si peu de distance de l'orbite terrestre, qu'elle nous menaçât d'un pareil malheur. Mais l'inclinaison très-variée des orbites des cometes sur l'écliptique , semble avoir été dirigée par la Divinité pour prévenir cet effet. Ce seroit , au surplus , un calcul curieux à faire , que de déterminer les moindres distances où quelques-unes de ces cometes peuvent passer de la Terre ; on connoitroit par-là celles dont on a quelque chose à redouter : si pourtant il pouvoit être utile de connoître le moment ou le danger d'une pareille catastrophe ; car à quoi bon être prévenu d'un malheur que rien ne peut ni retarder ni prévenir ?

Un auteur Anglois , doué de plus d'imagination & de connoissances que de justesse , le célèbre Whiston , a pensé que le déluge n'a été occasionné que par la rencontre de la Terre avec la queue d'une comete , qui retomba sur elle en vapeurs & en pluies : il a aussi avancé la conjecture que l'incendie universel , qui doit , selon les Livres saints , précéder le jugement dernier , sera causé par une comete comme celle de 1681, qui,

revenant du Soleil avec une chaleur deux ou trois mille fois plus grande que celle d'un fer rouge, s'approchera suffisamment de la Terre pour l'embraser jusques dans ses entrailles. Tout cela est plus hardi que judicieux. Et quant au déluge universel causé par la queue d'une comete, on peut, au contraire, dissiper toute crainte à cet égard. Quand on fera attention à la ténuité extrême de l'éther dans lequel nagent les cometes, on concevra aisément que toute la queue d'une comete, condensée, ne sçauroit produire une quantité d'eau suffisante pour l'effet que Whiston lui attribue.

M. Cassini avoit cru appercevoir que les cometes faisoient leurs cours dans une espece de zodiaque, qu'il avoit même désigné par ces vers :

*Antinoüs Pegasusque , Andromeda , Taurus ,
Orion ,
Procyon atque Hydrus , Centaurus , Scorpius ,
Arcus.*

Mais les observations de beaucoup de cometes ont fait voir que ce prétendu zodiaque cométique n'a aucune réalité.

§. X. Des Etoiles fixes.

Il ne nous reste plus à parler que des étoiles fixes. Nous allons rassembler ici tout ce que l'astronomie moderne renferme de plus curieux sur cet objet.

On distingue aisément les étoiles fixes des planetes. Les premieres ont, du moins dans ces contrées, & quand elles sont d'une certaine grosseur, un éclat accompagné d'un tremblement qu'on

appelle *scintillation*. Mais ce qui les distingue surtout , c'est qu'elles ne changent point de place les unes à l'égard des autres , du moins sensiblement : aussi sont-elles des espèces de points fixes dans le ciel , auxquels les astronomes ont toujours rapporté les positions des étoiles mobiles , comme la Lune , les planetes & les cometes.

Nous avons dit que les étoiles fixes sont , dans ces contrées , sujettes à une scintillation. Ce mouvement paroît dépendre de l'atmosphère ; car on assure que dans certaines parties de l'Asie , où l'air est d'une pureté & d'une sécheresse extrêmes , comme à Bender-Abassi , les étoiles ont une lumière absolument fixe , & que la scintillation ne se fait appercevoir que lorsque l'air se charge d'humidité , comme pendant l'hiver. Cette observation de M. Garcin , consignée dans l'*Histoire de l'Académie* , année 1743 , mériteroit d'être entièrement constatée.

La distance qu'il y a de la Terre aux étoiles fixes , est immense : elle est telle , que les 66 millions de lieues qu'a le diamètre de l'orbite terrestre , ne sont , pour ainsi dire , qu'un point en comparaison de cette distance ; car , dans quelque partie de son orbite que soit la Terre , les observations d'une même étoile ne présentent aucune différence d'aspect , aucune parallaxe sensible. Des astronomes prétendent néanmoins avoir découvert dans quelques fixes une parallaxe annuelle de quelques secondes. M. Cassini dit , dans un Mémoire sur la parallaxe des fixes , avoir reconnu dans *Arcturus* une parallaxe annuelle de sept secondes , & dans l'étoile appelée *Capella* une de huit. Cela donneroit la distance du Soleil à la première de ces étoiles , égale à environ 20250 fois le rayon de

l'orbite terrestre , qui , étant de 32400000 lieues , donneroit pour cette distance 656,100000000 lieues. Entre Saturne , la planete la plus éloignée de notre systême , restera enfin un espace égal à environ 2000 fois sa distance au Soleil.

Placées à des distances aussi énormes de nous , que peuvent être les étoiles , sinon d'immenses corps brillants de leur propre lumière , des soleils enfin semblables à celui qui nous chauffe , & autour duquel nous faisons nos révolutions ? Il est aussi très-probable que ces soleils amoncelés , pour ainsi dire , les uns sur les autres , ont une même destination que le nôtre , & qu'ils sont les centres d'autant de systêmes planétaires qu'ils vivifient & qu'ils éclairent. Il seroit , au surplus , ridicule de former des conjectures sur la nature des êtres qui peuplent ces mondes éloignés ; mais , quels qu'ils soient , qui pourra se persuader que notre Terre ou notre systême seul soit peuplé d'êtres capables de jouir d'un si bel ouvrage ? Qui croira qu'un tout immense & presque sans bornes ait été formé pour un point imperceptible , un infiniment petit ?

Les lunettes d'approche les plus parfaites n'augmentent en aucune maniere le diametre apparent des étoiles fixes ; au contraire , en augmentant seulement leur éclat , elles semblent tellement diminuer leur grosseur , qu'elles ne présentent qu'un point lumineux ; mais elles font appercevoir dans le ciel une foule d'étoiles que les yeux ne peuvent voir sans leur secours. Galilée , avec sa lunette , assez foible relativement à celles que nous employons , en compta dans les Pléiades , 36 invisibles à l'œil nu ; dans l'épée & le baudrier d'Orion , 80 ; dans la nébuleuse de la tête d'O-

tion, 21 ; dans celle du Cancer, 36. Le P. de Rhéita dit en avoir compté 2000 dans Orion, & 188 dans les Pléiades (a). Dans la partie seule de l'hémisphère austral, comprise entre le pôle & le tropique, M. l'abbé de la Caille en a observé plus de 6000 de la septième grandeur, c'est-à-dire perceptibles avec une bonne lunette d'un pied : une lunette plus longue en fait appercevoir d'autres apparemment plus éloignées, & ainsi de suite, sans qu'il y ait peut-être de bornes à cette progression. Quelle immensité dans les œuvres du Créateur ! & quelle raison de s'écrier, *Cæli enarrant gloriam ejus* !

Les étoiles fixes paroissent avoir un mouvement commun & général, par lequel elles tournent autour du pôle de l'écliptique : elles paroissent parcourir un degré en 72 ans. C'est par un effet de ce mouvement que toutes les constellations du zodiaque ont aujourd'hui changé de place. Le Bélier occupe la place du Taureau, celui-ci celle des Gemeaux, & ainsi de suite ; en sorte que les constellations ou les signes apparents sont avancés d'environ 30 degrés au-delà de la division du zodiaque à laquelle ils ont donné le nom. Mais ce mouvement n'est qu'une apparence, & nullement une réalité ; il vient de ce que les points équinoxiaux rétrogradent chaque année d'environ 51 secondes sur l'écliptique. L'explication de ce mouvement est au reste de nature à ne pouvoir ni ne devoir trouver place ici.

On a toujours été dans la persuasion que les étoiles fixes n'ont aucun mouvement réel, ou du

(a) Il y a apparence que le bon P. Rhéita avoit la vue fatiguée, ou qu'il a beaucoup exagéré.

moins n'en ont pas d'autre que celui par lequel elles changent de longitude. Mais les observations délicates de quelques astronomes modernes, ont fait découvrir dans plusieurs d'elles de petits mouvements particuliers, par lesquels elles se déplacent lentement. *Arcturus*, par exemple, a un mouvement par lequel il se rapproche de l'écliptique d'environ 4 minutes par siècle. La distance de cette étoile à une autre assez petite qui est dans son voisinage, a changé sensiblement depuis un siècle. *Sirius* paroît aussi avoir en latitude un mouvement de plus de 2 minutes par siècle, & il s'éloigne de l'écliptique. On observe de pareils mouvements dans *Aldebaran* ou l'œil du Taureau, dans *Rigel*, dans l'épaule orientale d'Orion, dans la Chevre, l'Aigle, &c. Quelques autres paroissent avoir un mouvement particulier, dans un sens parallèle à l'équateur; telle est la luisante de l'Aigle, car elle s'est rapprochée, dans 48 ans, de 73'' d'une étoile voisine, & éloignée de 48'' d'une autre. Peut-être toutes les étoiles sont-elles sujettes à de semblables mouvements, en sorte que, dans la suite des siècles, le spectacle du ciel sera tout autre qu'il n'est au moment actuel. Tant il est vrai qu'il n'est rien de permanent dans cet univers! Quant à la cause de ce mouvement, quelque étonnant qu'il paroisse au premier coup d'œil, il le paroîtra moins, si l'on se rappelle que Newton a démontré qu'un système planétaire entier peut avoir un mouvement progressif & uniforme dans l'espace, sans que les mouvements particuliers en soient troublés. Il n'est donc point surprenant que des soleils, tels que sont les étoiles fixes, aient un mouvement propre. Que dis-je? l'état de repos étant unique, & celui du mouve-

ment, dans une direction quelconque, étant infiniment varié, on devroit s'étonner davantage de les voir absolument en repos, que d'y découvrir quelque mouvement.

Mais ce ne sont pas là les seuls phénomènes que nous présentent les étoiles fixes ; il y en a qui ont tout-à-coup paru, & ensuite disparu. L'année 1572 est fameuse par un phénomène de cette espèce. On vit tout-à-coup paroître, au mois de Novembre de cette année, une étoile extrêmement brillante, dans la constellation de Cassiopée : elle égala d'abord en éclat la planète de Vénus quand elle est dans son périégée, & ensuite Jupiter lorsqu'il est le plus brillant ; trois mois après son apparition, elle n'étoit plus que comme les fixes de la première grandeur ; son éclat diminua enfin par degré jusqu'au mois de Mars de 1574, qu'elle disparut entièrement.

Il y a d'autres étoiles qui paroissent & disparaissent après des périodes réglées : telle est celle du cou de la Baleine. Lorsqu'elle est dans sa plus grande clarté, elle égale à peu près les étoiles de la seconde grandeur : elle conserve cet éclat une quinzaine de jours, après lesquels elle diminue, & disparoît entièrement : elle reparoît enfin, & revient à sa plus grande clarté, après une période d'environ 330 jours.

La constellation du Cygne présente elle seule deux phénomènes de la même espèce ; car il y a dans la poitrine du Cygne une étoile qui a une période de quinze ans, pendant dix desquels elle est invisible : elle paroît ensuite pendant cinq ans, en variant de grosseur & d'éclat. On en voit une autre dans le cou, près du bec : celle-ci a une période d'environ treize mois. Enfin l'on vit dans
la

la même constellation , en 1670 & 1671 , une étoile qui disparut en 1672 , & qu'on n'a pas revue depuis.

L'Hydre possède aussi une étoile de cette espèce. Elle a cela de remarquable , qu'elle ne paroît guère que quatre mois , après lesquels elle en reste vingt sans paroître , en sorte que sa période est d'environ deux ans. Elle ne passe pas les étoiles de la quatrième grandeur quand elle est dans son premier éclat.

Quelques étoiles enfin paroissent s'être éteintes depuis Ptolémée , car il en compte dans son catalogue , qu'on ne voit plus aujourd'hui : quelques autres ont changé de grandeur , & cette diminution de grandeur apparente est prouvée à l'égard de plusieurs étoiles. On peut ranger dans cette classe l'étoile B de l'Aigle , qui , au commencement du siècle dernier , étoit la seconde en éclat , & qui est actuellement à peine de la troisième grandeur. Telle est encore une étoile de la jambe gauche du Serpente.

Il nous reste à parler des étoiles appelées *nébuleuses*. On leur donne ce nom , parceque , considérées à la vue simple , elles ne se présentent que comme un petit nuage lumineux. Il y en a de trois espèces. Les unes sont formées de l'amas de grand nombre d'étoiles très-voisines , & comme entassées les unes sur les autres ; mais la lunette les fait voir distinctes & sans nébulosité. De ce nombre est la fameuse nébuleuse du Cancer , ou le *praesepe Cancri* : c'est un amas de 25 à 30 étoiles , qu'on compte avec la lunette. On en voit de semblables en plusieurs endroits du ciel.

D'autres nébuleuses sont formées d'une ou plusieurs étoiles distinctes , mais accompagnées ou

environnées d'une tache blanchâtre, au travers de laquelle elles semblent reluire. Il y en a deux de cette espece dans Andromede, une dans sa ceinture, & l'autre plus petite à un degré environ au midi de la premiere. Telles sont encore celle de la tête du Sagittaire, celle qui est entre Syrius & Procion, celle de la queue du Cygne, les trois de Cassiopée. Il est probable que notre Soleil paroît sous cette forme, vu des environs des étoiles fixes, qui sont situées vers la prolongation de son axe; car il a autour de lui une atmosphere lenticulaire & lumineuse qui s'étend jusques près de la Terre. M. l'abbé de la Caille a compté dans l'hémisphere austral, quatorze étoiles ainsi environnées de nébulosités; mais la plus remarquable apparence de ce genre, est celle de la nébuleuse de l'épée d'Orion; car quand on la regarde avec le télescope, on voit qu'elle est formée d'une tache blanchâtre & à peu près triangulaire, dans laquelle brillent sept étoiles, dont une est elle-même environnée d'un petit nuage plus clair que le reste de la tache. On est tenté de croire que cette tache a éprouvé quelque altération depuis Huygens qui la découvrit.

La troisieme espece de nébuleuses n'est formée que par une tache blanche, sans que la lunette même y fasse voir aucune étoile. On en voit quatorze de cette nature dans l'hémisphere austral, parmi lesquelles les *fameux nuages de Magellan*, voisins du pôle antarctique, tiennent le premier rang. Ce sont comme de petites portions détachées de la voie lactée. On se tromperoit, au reste, si l'on attribuoit l'éclat de cette partie du ciel à une multitude de petites étoiles plus entassées que par-tout ailleurs; car on n'y en voit pas un nombre suffi-

sant pour produire cet effet, & il y a des portions de la voie lactée, non moins brillantes que les autres, où il n'y a aucune étoile.

Qu'est-ce donc que la voie lactée, dira quelqu'un? Je lui répondrai que je n'en sçais rien; mais je crois pouvoir conjecturer avec quelque vraisemblance, que c'est une matiere semblable à celle de l'atmosphère solaire, & qui est répandue dans ces espaces célestes. En effet, si notre système entier étoit rempli d'une semblable matiere, il présenteroit aux étoiles fixes voisines la même apparence que la voie lactée. Au reste, pourquoi tous ces systèmes disséminés dans cette partie du ciel, sont-ils remplis de cette matiere lumineuse? c'est ce que certainement personne ne sçaura jamais.

Remarquons que la fameuse étoile nouvelle de Cassiopée prit naissance dans la voie lactée. Ce fut peut-être une quantité prodigieuse de cette matiere lumineuse, qui tout-à-coup se précipita sur un centre. Mais je ne trouve pas la même facilité à expliquer pourquoi & comment l'étoile disparut. Cette origine de la nouvelle étoile recevroit quelque probabilité, s'il est vrai qu'il y ait dans cet endroit de la voie lactée un vuide semblable aux autres endroits du ciel.

§. X. *Récapitulation de ce qu'on vient de dire sur le Système de l'Univers.*

Nous croyons devoir terminer ce chapitre par une comparaison sensible, & propre à faire connoître, par des mesures connues & familières, la petite place qu'occupe notre système planétaire dans l'immensité de l'univers; & à plus forte

148 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

raison la petite figure , qu'on me permette cette expression , qu'y fait notre Terre. Qu'elle est propre à humilier ces êtres orgueilleux qui , n'occupant eux-mêmes qu'un infiniment petit de cet atôme , pensent que l'Univers a été fait pour eux !

Pour se faire une idée de notre système comparé à l'Univers , qu'on se représente au milieu du jardin des Thuilleries , le Soleil comme un globe de 9 pouces 3 lignes de diamètre ; la planète de Mercure sera représentée par un globule d'environ $\frac{1}{3}$ de ligne de diamètre , placé à 28 pieds $\frac{1}{3}$ de distance ; Vénus le sera par un globe d'un peu moins d'une ligne , circulant à la distance de 54 pieds , du même centre ; placez à la distance de 75 pieds un globule d'une ligne de diamètre , voilà la Terre , ce théâtre de tant de passions & d'agitations , dont le plus grand potentat possède à peine un point sur la surface , & dont un espace , souvent imperceptible , excite entre les animalcules qui la couvrent , tant de débats & tant d'effusion de sang. Mars , un peu moindre que la Terre , sera représenté par un globule d'un peu moins d'une ligne , placé à la distance de 114 pieds ; Jupiter sera figuré par un globe de 10 lignes de diamètre , éloigné du globe central de 390 pieds ; enfin le globe représentant Saturne , devra avoir environ 7 lignes de diamètre , & être placé à environ 715 pieds.

Mais de-là aux étoiles fixes les plus voisines , la distance est immense. On se figurera peut-être que , dans notre supposition , il faudroit placer la première étoile à 2 ou trois lieues. C'est l'idée que je m'en étois formée d'abord , & avant que d'avoir employé le calcul ; mais j'étois dans une erreur grossière. Il faudroit placer cette première

étoile , je veux dire la plus voisine , à la distance où Lyon est de Paris , c'est-à-dire à cent & quelques lieues. Telle est à peu près l'idée qu'on doit avoir de l'éloignement où la première des étoiles fixes est du Soleil ; encore même est-il probable qu'il est beaucoup plus considérable , car nous avons supposé dans ce calcul , que la parallaxe de l'orbite terrestre étoit la même que la parallaxe horizontale du Soleil , c'est-à-dire de $8'' \frac{1}{2}$. Mais il est vraisemblable que cette parallaxe est beaucoup moindre , car il est difficile de croire qu'elle eût échappé aux astronomes , si elle eût été de cette grandeur.

Ainsi donc notre système solaire , c'est-à-dire celui de nos sept planètes principales & secondaires circulantes autour du Soleil , est à peu près à la distance des étoiles fixes les plus voisines , ce que feroit un cercle de 120 toises de rayon à un de 200 lieues qui lui seroit concentrique , & dans ce premier cercle notre Terre tient la place d'une ligne de diamètre.

Veut-on une autre comparaison propre à faire sentir la distance immense qu'il y a entre le Soleil , ce centre de notre système , & le plus proche de ses voisins. On sçait que la lumière se meut avec une rapidité telle , qu'elle parcourt la distance du Soleil à la Terre dans environ un demi-quart d'heure ; dans une seconde & demie , elle iroit à la Lune & en reviendrait , ou bien elle feroit dans une seconde quinze fois le tour de la Terre. Quel temps imaginerons-nous donc que la lumière emploieroit à venir à nous de l'étoile fixe la plus prochaine ? vingt-quatre heures ? une semaine ? Non ; ce sont 108 jours qu'elle mettra à faire ce trajet ; ou si la parallaxe annuelle n'est que de

150 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

deux ou trois secondes, ce qui paroît assez probable, ce temps seroit d'un an & plus.

Quel immense désert entre ce point habité & ses plus voisins ! N'est-il pas probable qu'il y ait, dans cet intervalle prodigieux, des planetes qui seront à jamais inconnues à l'espece humaine ?

L'astronomie moderne a cependant découvert que cet espace n'est pas entièrement désert : on connoît aujourd'hui soixante & quelques cometes qui s'y plongent à des distances plus ou moins grandes ; mais elles n'y pénètrent pas bien profondément. Celle de 1531, 1607, 1682, 1759, qui est la seule dont la révolution & l'orbite soient connues, ne s'y enfonce que d'environ trente-sept fois & demi le rayon de l'orbite terrestre, ou quatre fois la distance de Saturne au Soleil. Si celle de 1681 a une révolution de 575 ans, comme on le présume, elle s'éloigneroit d'environ cent-trente fois la distance de la Terre au Soleil, ou environ quatorze fois celle de Saturne à cet astre ; ce qui n'est encore qu'un point à l'égard de la distance des fixes les plus prochaines. Mais peut-être y a-t-il des cometes qui ne font leur révolution que dans dix mille ans, & qui s'approchent à peine du Soleil autant que Saturne : celles-ci alors s'enfonceroient dans l'espace immense qui nous sépare des premieres fixes, jusqu'à une cinquantieme de sa profondeur.

Si l'on veut voir une multitude de conjectures curieuses sur le systême de l'Univers, sur l'habitation des planetes, sur le nombre des cometes, &c. on doit lire le livre de M. Lambert, academicien de Berlin, qui est intitulé, *Systême du Monde* ; Bouillon, 1770, in-8°. Tout le monde connoît la *Pluralité des Mondes* de M. de Fon-

tenelle ; le *Cosmothéoros* du célèbre Huygens ; le *Somnium* de Képler ; enfin l'*Iter exstaticum* du P. Kircher. Le premier de ces ouvrages (*la Pluralité des Mondes*) est ingénieux & charmant, mais un peu précieux. Le second est sçavant & profond ; il plaira aux astronomes seuls , ainsi que le Songe de Képler. Quant au dernier, n'en déplaise aux manes du P. Kircher , on ne peut le regarder que comme un ouvrage tout-à-fait pédantesque & ridicule.

CHAPITRE III.

Du Calendrier , & des diverses questions qui y sont relatives.

TOUTES les nations policées tiennent compte du temps , soit écoulé , soit à venir , par des périodes qui dépendent du mouvement des astres ; & c'est même une des choses qui distinguent l'homme civilisé , de l'homme purement animal & sauvage : car , tandis que le premier est en état de compter à chaque instant la durée de son existence écoulée , de prévoir à point nommé le renouvellement de certains événements , de certains travaux ou devoirs ; ce dernier , plus heureux peut-être en cela , puisqu'il jouit du présent sans se rappeler presque le passé , & sans anticiper sur l'avenir , ce dernier , dis-je , ne sçauroit dire son âge , ni prévoir l'époque du renouvellement de ses occupations les plus familières : les événements les plus frappants dont il a été témoin , ou auxquels il a eu part , n'existent dans son esprit que

comme passés, tandis que l'homme civilisé les lie à des époques & des dates précises qui les rangent dans leur ordre. Sans cette invention, tout ce que les hommes ont fait jusqu'à ce moment seroit comme perdu pour nous; l'histoire n'existeroit pas; les hommes enfin, dont la vie en société exige le concours de ses différents individus dans certaines circonstances, ne sçauroient y mettre ce concert nécessaire; il ne sçauroit enfin exister de société vraiment civilisée, sans une convention de compter le temps d'une manière réglée: c'est-là ce qui a donné lieu à la naissance du calendrier, & des calendriers des diverses nations.

Mais avant d'aller plus loin, il est à propos de présenter quelques définitions & quelques faits historiques, nécessaires pour l'intelligence des questions qu'on proposera dans la suite.

Il y a deux especes d'années usitées par les nations différentes de l'univers: l'une est réglée par le cours du soleil, l'autre par celui de la lune. La première s'appelle *solaire*, & la seconde *lunaire*. L'année solaire est mesurée par une révolution du soleil le long de l'écliptique, depuis un point équinoxial, celui du printemps par exemple, jusqu'au même point; & il est, comme on l'a dit plus haut, de 365 jours 5 heures 49 minutes.

L'année lunaire est composée de douze lunaisons, & sa durée est de 354 jours 8 heures 44 minutes 3 secondes. De-là il suit que l'année lunaire est plus courte d'environ 11 jours que l'année solaire, & conséquemment que, si une année lunaire & une année solaire commencent le même jour, après trois années écoulées, le commencement de l'année lunaire devancera celui de l'année solaire, de 33 jours. Ainsi le commencement

de l'année lunaire parcourt successivement tous les mois de l'année solaire en rétrogradant. Les Arabes, & en général les Musulmans, ne comptent que par années lunaires ; les Hébreux & les Juifs n'en eurent jamais d'autres.

Mais les nations plus policées & plus éclairées ont toujours tâché de combiner ensemble les deux especes d'année. C'est ce que firent les Athéniens par le moyen du fameux cycle d'or, invention du mathématicien Méton, dont Aristophane fit l'objet de ses railleries : c'est ce que font aujourd'hui les Européens, ou en général les Chrétiens, qui ont pris des Romains l'année solaire pour l'usage civil, & l'année lunaire des Hébreux pour leur année ecclésiastique.

Avant Jules-César, le calendrier romain étoit dans un désordre inexprimable. Il est superflu d'entrer ici dans des détails sur ce sujet : il suffit de sçavoir que Jules-César voulant y remettre l'ordre, supposa, d'après son astronome Sosigènes, que la durée de l'année étoit précisément de 365 jours 6 heures. En conséquence il ordonna que dorénavant on feroit trois années de suite de 365 jours, & la quatrième de 366. C'est cette dernière année qu'on a depuis appelée *bissextile*, parceque le jour ajouté chaque quatrième année suivoit le sixième des calendes, & que pour ne rien déranger dans la dénomination des jours suivants, on le nommoit *bis sexto calendas*. Chez nous, on le met à la fin de Février, qui a alors 29 jours, au lieu de 28 qu'il a les années communes. On nomma cette forme d'année, l'*année Julienne*, & le calendrier qui l'emploie, le *calendrier Julien*.

Mais Jules - César se trompoit, en regardant

154 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

l'année solaire comme étant de 365 jours 6 heures précises; elle n'est que de 365 jours 5^h 49'; d'où il suit que l'équinoxe rétrograde continuellement, dans l'année Julienne, de 11 minutes par année; ce qui donne précisément 3 jours dans 400 ans. De-là est venu que, le concile de Nicée ayant trouvé l'équinoxe du printemps au 21 Mars, cet équinoxe, après environ 1200 ans écoulés, c'est-à-dire en 1500, arrivoit vers le 11. C'est pourquoi le pape Grégoire XIII, voulant réformer cette erreur, supprima en 1582 dix jours de suite, en comptant, après le 11 d'Octobre, le 21 du même mois; & par-là il ramena l'équinoxe du printemps suivant au 21 Mars: enfin, pour faire qu'il ne s'en écartât plus, il voulut que, dans la suite, on supprimât trois biffextiles dans 400 ans. C'est par cette raison que l'année 1700 n'a pas été biffextile, quoiqu'elle eût dû l'être suivant le calendrier Julien: les années 1800, 1900 ne le seront pas non plus, mais l'an 2000 le sera: les années 2100, 2200, 2300 ne le seront pas, mais seulement 2400: & ainsi de suite.

Tout cela est suffisant & plus que suffisant pour l'année solaire; mais la grande difficulté de notre calendrier vient de l'année lunaire, qu'il a fallu y lier. Car les Chrétiens, ayant pris leur origine chez les Juifs, ont voulu lier leur fête principale & la plus auguste, celle de Pâques, avec l'année lunaire, parceque les Juifs célébroient leur pâque à une certaine lunaison, sçavoir le jour de la pleine lune qui suivoit l'équinoxe du printemps. Mais le concile de Nicée établit à cet égard, pour ne pas faire concourir la pâque des Chrétiens avec la pâque des Juifs, que les premiers la célébreroient le dimanche après la pleine lune qui

tomberoit ou le jour de l'équinoxe du printemps , ou qui viendrait immédiatement après. De-là est née la nécessité de se former des périodes de lunaisons propres à trouver toujours avec facilité le jour de la nouvelle ou pleine lune de chaque mois , pour déterminer la lune pascalle.

Le concile de Nicée supposa l'exactitude parfaite du cycle de Méton , ou du nombre d'or , suivant lequel 235 lunaisons égalent précisément 19 années solaires. Ainsi , après 19 années , les nouvelles & pleines lunes eussent dû revenir les mêmes jours des mois. Il étoit aisé , d'après cela , d'assigner à chacune de ces années la place des lunaisons ; & c'est ce qu'on fit par le moyen des épactes , ainsi qu'on l'expliquera dans la suite.

Mais , dans la réalité , 235 lunaisons sont moindres que 19 années solaires Juliennes , d'une heure & demie environ ; d'où il arrive que , dans 304 ans , les nouvelles lunes rétrogradent d'un jour vers le commencement de l'année , & conséquemment de quatre dans 1216 ans : telle est la cause par laquelle , vers le milieu du seizième siècle , les nouvelles & pleines lunes avoient anticipé de quatre jours sur leurs places anciennes ; en sorte que l'on célébroit fréquemment la pâque contre la disposition du concile de Nicée

Grégoire XIII entreprit d'y remédier par une règle stable , & proposa le problème à tous les mathématiciens de l'Europe ; mais ce fut un médecin & mathématicien Italien , nommé *Aloisio Lilio* , qui en vint à bout le plus heureusement , par une nouvelle disposition d'épactes , que l'Eglise a adoptée. Voilà en quoi consiste toute la réformation du calendrier. On nomme ce nouvel arrangement , le *calendrier Grégorien*. Il commença à avoir lieu

156 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

en 1582 dans l'Italie, la France, l'Espagne, & autres pays Catholiques. Les Etats d'Allemagne, même Protestants, ne tarderent pas de l'adopter, du moins en ce qui concerne l'année solaire; mais ils le rejeterent en ce qui concerne l'année lunaire, & préférèrent de faire calculer astronomiquement le jour de la pleine lune pascalle; ce qui fait que nous ne célébrons pas toujours la pâque en même temps que les Protestants Allemands. Les Anglois ont été les plus opiniâtres à rejeter l'année Grégorienne, & à peu près par le même motif qui a fait long-temps exclure de leurs pharmacopées le quinquina, parcequ'on le devoit aux Jésuites: mais ils ont enfin senti qu'on doit prendre le bon & l'utile de toutes mains, même ennemies, & ils se sont conformés à la maniere de compter du reste de l'Europe. C'est en 1750 seulement que ce changement se fit. Avant cette époque, & depuis 1700, quand nous comptons le 21 d'un mois, ils comptoient seulement le 10. Dans la suite des siècles ils eussent eu l'équinoxe du printemps à Noël, & ensuite l'hiver à la S. Jean. Les Russes sont les seuls peuples de l'Europe qui tiennent encore au calendrier Julien. Leurs Papas ne haïssent pas moins les prêtres Romains, que les Anglois un Jésuite.

Après cette petite exposition historique, nous allons parcourir les principaux problèmes du calendrier.

PROBLÈME I.

Connoître si une année est bissextile, ou de 366 jours, ou non.

DIVISEZ le nombre qui marque le quantième de l'année par 4; s'il ne reste rien, l'année est

bissextille; s'il reste quelque chose, ce restant indiquera quelle année court après la bissextille. On propose, par exemple, l'année 1774. Divisez 1774 par 4, il restera 2: on en conclura que l'année 1774 est la seconde après la bissextille.

Il y a néanmoins quelques limitations à cette règle.

1^o Si l'année est une des centénaires, & est postérieure à la correction du calendrier par Grégoire XIII, c'est-à-dire à 1582, elle ne sera bissextille qu'autant que le nombre des siècles qu'elle désigne sera divisible par 4: ainsi 1600, 2000, 2400, 2800, ont été ou seront bissextilles; mais les années 1700, 1800, 1900, 2100, 2200, 2300, 2500, 2600, 2700, ne doivent pas être bissextilles: on en a vu plus haut la raison.

2^o Si l'année est centenaire, & précède 1582, sans être néanmoins au dessous de 474, elle a été bissextille.

3^o Entre 459 & 474, il n'y a point eu de bissextille.

4^o Il n'y en a point eu dans les six premières années de l'ère chrétienne.

5^o Comme la première bissextille après l'ère chrétienne fut la septième, & qu'elles se suivirent régulièrement, de quatre en quatre ans, jusqu'à 459, lorsque l'année donnée sera entre la 7^e & la 459^e, il faudra ôter 7 du nombre de l'année, & diviser le reste par 4: si le restant est zéro, l'année sera bissextille; sinon, le reste de la division montrera quelle année après la bissextille étoit l'année proposée. Soit, par exemple, l'année donnée la 148^e: ôtez 7, resteront 141, qui, divisés par 4, laissent 1 pour reste: ainsi la 148^e année après J. C. fut la première après la bissextille.

Du Nombre d'or, & du Cycle lunaire.

Le nombre d'or, ou le cycle lunaire, est une révolution de 19 années solaires, au bout desquelles le soleil & la lune reviennent, à peu de chose près, dans la même position. En voici l'origine.

L'année solaire Julienne étant, comme nous l'avons dit plus haut, de 365 jours 6 heures, & la durée d'une lunaison étant de 29 jours 12 heures 44 minutes, on a trouvé, en combinant ces durées, que 235 lunaisons faisoient, à peu de chose près, 19 années solaires : la différence n'est en effet que de 1^h 31'. Ainsi l'on voit qu'après 19 ans solaires, les nouvelles lunes doivent retomber aux mêmes jours des mois, & presque à la même heure. Si, dans la première de ces années solaires, la nouvelle lune est arrivée le 4 Janvier, le 2 Février, &c. au bout de 19 ans les nouvelles lunes arriveront pareillement les 4 Janvier, 2 Février, &c; & cela arrivera éternellement, si l'on suppose que les 235 lunaisons équivalent précisément à 19 révolutions solaires. Il suffira donc d'avoir déterminé une fois, pendant 19 années solaires, les jours des mois où arriveront les nouvelles lunes; & quand on saura quel rang tient dans cette période une année donnée, on saura aussi-tôt quels jours de chaque mois tombent les nouvelles lunes.

Ce cycle parut aux Athéniens si ingénieusement imaginé, que, lorsque Méton l'astronome le leur proposa, il fut reçu avec acclamation, & écrit en lettres d'or dans la place publique. Voilà d'où lui est venu le nom de nombre d'or. On le dé-

nomme moins pompeusement , cycle lunaire , ou cycle de Méton , du nom de son inventeur.

P R O B L Ê M E II.

Trouver le Nombre d'or d'une année proposée , ou le rang qu'elle occupe dans le cycle lunaire.

AJOUTEZ un à l'année proposée , & divisez la somme par 19 , sans avoir égard au quotient : s'il reste zéro , l'année proposée aura 19 de nombre d'or ; s'il reste un autre nombre , qui doit nécessairement être moindre que 19 , ce sera le nombre d'or cherché.

Soit proposée , par exemple , l'année 1780. Ajoutez 1 , & divisez la somme 1781 par 19 ; le restant après la division sera 14 ; ce qui indique que 14 est le nombre d'or de l'année 1781 , ou que cette année est la quatorzième dans le cycle lunaire de 19 ans.

Si l'année proposée étoit 1728 , on trouveroit , par une semblable opération , que le restant de la division par 19 seroit zéro ; ce qui fait voir que 19 étoit le nombre d'or de cette année.

On ajoute 1 au nombre proposé , parceque la première année de l'ère chrétienne avoit 2 de nombre d'or.

S'il étoit question d'une année avant J. C. , par exemple la 25^e , il faudra ôter 2 de ce nombre , & diviser le reste , qui est ici 23 , par 19 ; la division étant faite , il restera 4 , qu'on ôtera de 19 : le restant 15 sera le nombre d'or de la 25^e année avant l'ère chrétienne.

R E M A R Q U E.

IL est aisé de voir que quand on a trouvé le nombre d'or d'une année, on peut, par la seule addition, avoir le nombre d'or de l'année suivante, en ajoutant 1 au nombre d'or trouvé. On peut aussi, par la seule soustraction, avoir le nombre d'or de l'année précédente, en ôtant 1 du même nombre d'or trouvé. Ainsi, ayant trouvé 14 pour le nombre d'or de l'année 1780, en ajoutant 1 à ce nombre trouvé 14, on a 15 pour le nombre d'or de l'année 1781; & en ôtant 1 du même nombre trouvé 14, on a 13 pour le nombre d'or de l'année 1779.

De l'Épacte.

L'épacte n'est autre chose que le nombre de jours dont la lune est vieille à la fin d'une année donnée. On en concevra aisément la formation, en faisant attention que l'année lunaire ou douze lunaisons sont moindres qu'une année Julienne, de 11 jours environ: ainsi, supposant qu'une année lunaire & qu'une année solaire commencent ensemble au 1^{er} Janvier, la lune sera vieille de 11 jours à la fin de cette année; car il y aura eu douze lunaisons complètes, & 11 jours écoulés d'une treizieme, conséquemment, à la fin de la seconde année, la lune sera vieille de 22 jours, & à la fin de la troisieme elle le seroit de 33 jours. Mais, comme ces 33 jours excèdent une lunaison, on en intercale une de 30 jours, en sorte que cette année a 13 lunaisons, & que la lune est seulement vieille de 3 jours à la fin de cette troisieme année.

Telle

Telle est donc la marche des épactes. Celle de la première année du cycle lunaire , ou qui répond au nombre d'or 1 , est XI ; on ajoute ensuite perpétuellement XI ; & quand la somme excède XXX , on soustrait XXX , & le restant est l'épacte , à l'exception de la dernière année du cycle , où le produit de l'addition étant seulement 29 , on retranche 29 pour avoir 0 d'épacte ; ce qui annonce que la nouvelle lune arrive à la fin de cette année , qui est aussi le commencement de la suivante. Ainsi l'ordre des épactes est , XI , XXII , III , XIV , XXV , VI , XVII , XXVIII , IX , XX , I , XII , XXIII , IV , XV , XXVI , VII , XVIII , XXIX.

Cet arrangement eût été parfait & éternel , si 19 années solaires de 365 jours 6 heures eussent précisément égalé 235 lunaisons , comme le supposoient les anciens astronomes ; mais malheureusement cela n'est pas. D'un côté l'année solaire n'est que de 365 jours 5 heures 49 minutes ; & d'ailleurs les 235 lunaisons sont moindres d'une heure & demie que les 19 années Juliennes ; en sorte que , dans 304 ans , les nouvelles lunes réelles précèdent d'un jour les nouvelles lunes calculées de cette manière. De-là il arrivoit qu'au milieu du seizième siècle , elles précédoient de quatre jours le calcul ; car il s'étoit écoulé quatre révolutions de 304 ans depuis le concile de Nicée , où l'usage du cycle lunaire avoit été adopté pour supputer la pâque : de-là la nécessité de corriger le calendrier , pour ne pas célébrer le plus souvent cette fête contre les dispositions de ce concile , qu'on verra plus bas. Cela a occasionné quelques changements dans le calcul des épactes , qui forment deux cas : l'un est celui où l'on propose des

162 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

années antérieures à la réformation du calendrier , ou à 1582 ; le second est celui où il est question d'années postérieures à cette époque. L'on va traiter ces deux cas dans le problème suivant.

PROBLÈME III.

Une année étant donnée , trouver son Épacte.

I. SI l'année proposée est antérieure à 1582 , quoique postérieure à l'ère chrétienne , ce qui forme le premier cas , cherchez , par le problème précédent , le nombre d'or de l'année proposée ; multipliez-le par 11 , & du produit retranchez 30 autant de fois que cela se peut : le restant sera l'épacte cherchée.

Soit proposée , par exemple , l'année 1489. Son nombre d'or , par le problème précédent , est 8 : multipliez 8 par 11 , & divisez le produit 88 par 30 ; le reste 28 sera l'épacte de 1489.

De même , si on regarde 1796 comme une année Julienne , c'est-à-dire , si ceux qui n'ont pas reçu la réformation veulent sçavoir l'épacte de 1796 , après avoir trouvé 11 , nombre d'or de 1796 , multipliez 11 par 11 ; le produit sera 121 , qui , divisé par 30 , laissera 1 pour reste : ce sera l'épacte de 1796 , regardée comme année Julienne.

II. Nous supposons maintenant que l'année proposée est postérieure à la réformation , ou à 1582 ; ce qui est le second cas. Multipliez , dans ce cas , le nombre d'or par 11 , & ôtez du produit le nombre de jours retranchés par la réformation de Grégoire XIII , sçavoir 10 , si l'année est entre 1582 & 1700 ; 11 jours entre 1700 & 1800 ; 12 jours entre 1800 & 1900 ; 13 jours entre 1900

& 2100, &c : divisez le restant du produit ci-dessus, après cette soustraction, par 30, & ayez seulement attention au reste : ce sera l'épacte cherchée.

Qu'il soit proposé de trouver l'épacte de l'année Grégorienne 1693, dont le nombre d'or étoit 3. Multipliez 3 par 11 ; du produit 33 ôtez 10 : le restant 23 ne pouvant être divisé par 30, fut l'épacte de 1693.

Si on demande l'épacte de l'année 1796, dont le nombre d'or est 11, multipliez 11 par 11 ; du produit 121 retranchez 11 : le restant 110 étant divisé par 30, il reste 20, qui sera l'épacte de cette année.

REMARQUES.

L'ÉPACTE peut se trouver sans la division, en cette sorte. Faites valoir 10 l'extrémité d'en haut du pouce de la main gauche, 20 la jointure du milieu, & 30, ou plutôt 0, la dernière ou la racine. Comptez le nombre d'or de l'année proposée, sur le même pouce, en commençant à compter 1 à l'extrémité, 2 à la jointure, 3 à la racine ; ensuite 4 à l'extrémité, 5 à la jointure, 6 à la racine ; de même 7 à l'extrémité, 8 à la jointure, 9 à la racine ; ainsi de suite, jusqu'à ce que vous soyiez parvenu au nombre d'or trouvé, auquel vous n'ajouterez rien s'il tombe à la racine, parceque nous lui avons attribué 0 : mais vous y ajouterez 10 s'il tombe à l'extrémité, & 20 s'il tombe à la jointure, parceque nous les avons fait valoir autant. La somme sera l'épacte qu'on cherche, pourvu qu'on en ôte 30 quand elle sera plus grande.

Le nombre d'or de 1486 étoit 8. En comptant

164 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

8 sur le pouce , comme on vient de dire , & commençant à compter 1 sur l'extrémité du pouce , 2 sur la jointure , 3 sur la racine , puis 4 sur l'extrémité , &c. on trouvera que 8 tombe sur la jointure. Ajoutez 20 , qui a été attribué à la jointure , au nombre d'or 8 , vous aurez 28 , qui est l'épacte cherchée de l'année 1489. De même si on veut sçavoir l'épacte vieille de 1726 , dont le nombre d'or sera 17 , commencez à compter 1 sur l'extrémité du pouce , 2 sur la jointure , &c. jusqu'à ce que vous ayiez compté 17 , qui tombera sur la jointure ; puis ajoutez 20 , nombre attribué à la jointure , au nombre d'or 17 ; de la somme 37 ôtez 30 , il restera 7 pour l'épacte vieille de 1726.

Par le même artifice , on pourra trouver l'épacte pour quelque année que ce soit du dernier siècle , pourvu que l'on fasse valoir 20 l'extrémité du pouce , 10 la jointure , 0 ou rien la racine , & que l'on commence à compter 1 sur la racine , 2 à la jointure , &c.

PROBLÈME IV.

Trouver la nouvelle lune d'un mois proposé dans une année donnée.

CHERCHEZ d'abord l'épacte de l'année proposée , & si vous avez un calendrier romain , tel qu'il est à la tête du Bréviaire ou d'un Missel , cherchez dans le mois donné cette épacte : le jour qui lui répondra , sera celui de la nouvelle lune.

Qu'il soit question , par exemple , de trouver le jour de la nouvelle lune de Mai de l'année 1726 , dont l'épacte étoit XXVI. Je cherche ce nombre XXVI dans le mois de Mai , & je trouve qu'il

répond au 3 : ainsi la lune fut nouvelle le 3 Mai 1726.

Mais si l'on n'a pas un calendrier romain, on s'y prendra ainsi.

Cherchez, par les deux problèmes précédents, l'épacte de l'année ; ajoutez à cette épacte le nombre des mois écoulés depuis le mois de Mars, & retranchez la somme de 30 : ce sera le quantième du mois où arrive la nouvelle lune.

On demande, par exemple, le jour de la nouvelle lune en Juillet 1769. Le nombre d'or de 1769 est 3 ; le produit de 3 par 11 est 33, dont, suivant la règle, il faut ôter 11 : le restant 22, étant moindre que 30, est l'épacte cherchée. Lorsqu'on compte Juillet, le nombre des mois écoulés depuis Mars inclusivement est 4 ; ainsi, ajoutant 4 à l'épacte, la somme est 26 ; ce qui étant ôté de 30, reste 4 : ainsi la lune a été nouvelle le 4 Juillet 1769. Elle l'a été plus exactement le 3 à 3^h 49' de l'après-midi.

REMARQUE.

IL ne faut pas s'attendre à une exactitude parfaite dans des calculs de cette nature. L'arrangement irrégulier des mois de 31 jours, les nombres moyens qu'on est obligé de prendre pour la formation des périodes, dont ces calculs sont dérivés, les inégalités enfin des révolutions lunaires, sont cause que l'erreur peut être à peu près de 48 heures.

On arrivera à un peu plus d'exactitude, en se servant de la table suivante, qui indique ce qu'il faut ajouter à l'épacte pour chaque mois commençant.

L iij

166 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Janvier 2	Juillet 5
Février 3	Août 7
Mars 1	Septembre 7
Avril 2	Octobre 8
Mai 3	Novembre 10
Juin 4	Décembre 10

PROBLÈME V.

Trouver l'âge de la lune un jour proposé.

AL'ÉPACTE de l'année, ajoutez, conformément à la table ci-dessus, le nombre qui convient au mois dans lequel est le jour proposé; ajoutez à cette somme le nombre qui indique le quantième de ce jour: si la somme n'égale pas 30, ce sera l'âge de la lune au jour donné: si elle est 30, cela indiquera que la lune est nouvelle ce jour-là: si elle surpasse 30, retranchez-en ce nombre; le restant sera l'âge de la lune.

On demande l'âge de la lune au 20 Août 1769. L'épacte de 1769 est 22: le nombre à ajouter pour le mois d'Août, dans la table précédente, est 7; ce qui, ajouté à 22, forme 29: à 29 ajoutez encore 20, quantième du jour proposé, la somme sera 49, dont 30 étant ôté, il reste 19: ce sera l'âge de la lune au 20 Août; ce qui est en effet conforme à ce qui est indiqué par les Ephémérides.

Du Cycle solaire, & de la Lettre dominicale.

On appelle cycle solaire, une révolution perpétuelle de 28 années, dont voici l'origine.

1. On a disposé dans le calendrier, les sept premières lettres de l'alphabet, A B C D E F G, enforte que A réponde au 1^{er} Janvier, B au 2, C

au 3, D au 4, E au 5, F au 6, G au 7; A au 8, B au 9, & ainsi de suite par plusieurs révolutions de sept. Les sept jours de la semaine, qu'on nomme aussi fêtes, sont représentés par ces sept premières lettres.

2. Parceque dans une année de 365 jours il y a 52 semaines & un jour, & que ce jour de reste est le premier d'une 53^e révolution, une année commune de 365 jours doit commencer & finir par un même jour de la semaine.

3. Dans cette disposition, une même lettre de l'alphabet répond toujours à une même fête de la semaine, pendant le cours d'une année commune de 365 jours.

4. Ces lettres, servant toutes alternativement à marquer le dimanche dans une suite de plusieurs années, sont pour cela appelées *lettres dominicales*.

5. Il suit de-là que, si une année commence par un dimanche, elle finira aussi par un dimanche: ainsi le 1^{er} Janvier de l'année suivante sera un lundi, qui répondra à la lettre A, & le septieme sera un dimanche, qui répondra à la lettre G. Cette lettre G sera la lettre dominicale de cette année-là. Par la même raison, l'année d'après aura F pour lettre dominicale; celle qui suivra aura E; & ainsi de suite, en circulant dans un ordre rétrograde de celui de l'alphabet. C'est de cette circulation des lettres qu'est venu le nom de *cycle solaire*, parceque le dimanche, chez les payens, étoit appelé *dies solis*, jour du soleil.

6. S'il n'y avoit point d'années bissextiles à ajouter, tous les différents changements de lettres dominicales se feroient dans l'espace de sept ans. Mais cet ordre est interrompu par les années bissextiles, dans lesquelles le 24 Février répond à

168 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

deux différentes séries de la semaine. Ainsi la lettre F, qui auroit marqué un samedi dans une année commune, marquera un samedi & un dimanche dans une année bissextile : ou, si elle eût marqué un dimanche dans une année commune, elle marqueroit un dimanche & un lundi dans une année bissextile, &c. D'où il suit que la lettre dominicale change dans cette année, & que celle qui marquoit un dimanche dans le commencement de l'année, marquera un lundi après l'addition du bissextile. On voit par-là la raison pourquoi on donne deux lettres dominicales à chaque année bissextile, l'une qui sert depuis le 1^{er} de Janvier jusqu'au 24 Février, & l'autre depuis le 24 Février jusqu'à la fin de l'année ; de sorte que la deuxième lettre dominicale seroit naturellement celle de l'année suivante, si on n'y avoit point ajouté de bissextile.

7. Enfin toutes les variétés possibles qui arrivent aux lettres dominicales, tant dans les années communes que dans les bissextiles, se font dans l'espace de 4 fois 7, ou 28 ans ; car, après sept bissextiles, le même ordre des lettres dominicales revient & circule comme auparavant. C'est cette révolution de 28 ans qu'on appelle *cycle solaire*, ou *cycle de la lettre dominicale*.

Ce cycle a été inventé pour connoître facilement les dimanches d'une année proposée, en connoissant la lettre dominicale de cette année.

PROBLÈME VI.

Trouver la Lettre dominicale d'une année proposée.

1^o **P**OUR trouver la lettre dominicale d'une année proposée, suivant le calendrier nouveau,

ajoutez au nombre de l'année proposée sa quatrième partie, ou sa plus prochainement moindre, si ce nombre ne se peut exactement diviser par 4; ôtez 5 de la somme pour le siècle 1600, 6 pour le siècle suivant 1700, 7 pour le siècle 1800, & 8 pour les siècles 1900, 2000, parceque les années 1700, 1800, 1900, ne seront point bissextiles; 9 pour le siècle 2100, 10 pour le siècle 2200, & 11 pour les siècles 2300 & 2400, parceque les trois années 2100, 2200, 2300, ne seront point bissextiles; & ainsi de suite. Divisez le reste par 7; &, sans avoir égard au quotient, le reste de la division vous fera connoître la lettre dominicale qu'on cherche, en la comptant depuis la dernière G vers la première A; de sorte que s'il ne reste rien, la lettre dominicale sera A; s'il reste 1, la lettre dominicale sera G; s'il reste 2, la lettre dominicale sera F; & ainsi des autres.

Ainsi, pour trouver la lettre dominicale de l'année 1693, ajoutez à ce nombre 1693 sa quatrième partie 423. Après avoir ôté 5 de la somme 2116, divisez le reste 211 par 7; puis, sans avoir égard au quotient 301, le reste 4 fait connoître qu'en l'année 1693 on eut D pour lettre dominicale, puisqu'elle est la quatrième, en commençant à compter depuis la dernière lettre G, par un ordre rétrograde.

Observez que pour avoir sûrement, par cette pratique, la lettre dominicale d'une année bissextile, il faut d'abord trouver la lettre dominicale de l'année qui la précède, puis prendre la lettre précédente, qui servira jusqu'au 24 Février de l'année bissextile; ensuite la lettre qui précède, pour la faire servir le reste de l'année.

Si je veux trouver la lettre dominicale de 1724,

170 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

je cherche d'abord celle de 1723, en lui ajoutant sa quatrième partie prochainement moindre 430; ôtant 6 de leur somme 2153, & divisant le reste 2147 par 7: sans avoir égard au quotient, le reste 5, après la division, me fait voir que la lettre dominicale de cette année 1723 est C, qui est la cinquième des sept premières lettres de l'alphabet, en les comptant par ordre rétrograde. Connoissant que C est la lettre dominicale de 1723, il sera aisé de connoître que B doit être la lettre dominicale de l'année suivante 1724. Mais comme 1724 est bissextile, B ne servira que jusqu'au 24 Février, & on prendra A qui précède B, pour le faire servir depuis le 24 Février jusqu'à la fin de l'année: d'où l'on voit que B & A sont les deux lettres dominicales de l'année bissextile 1724.

2^o Pour trouver le cycle solaire, ou plutôt le quantième du cycle solaire d'une année proposée, ajoutez 9 à l'année proposée, & divisez la somme par 28: s'il ne reste rien, 28 étoit le nombre du cycle solaire de cette année; s'il reste quelque chose, ce restant est le nombre du cycle solaire qu'on cherche.

Si on demande, par exemple, quel quantième du cycle solaire étoit l'an 1693, ajoutez 9, la somme sera 1702, qui étant divisée par 28, le restant de la division sera 22: l'année 1693 étoit donc la 22^e du cycle solaire.

La raison de cette règle est, que la première année de J. C. étoit la 1^o du cycle solaire; ou autrement, qu'à la première année de J. C. il y avoit 9 années du cycle déjà révolues.

REMARQUES.

I.

ON peut, sans division, & au moyen de la table suivante, trouver le cycle solaire d'une année quelconque avec beaucoup de facilité.

Cette table, que l'on voit ci-dessous, est ainsi construite.

Ayant mis vis-à-vis des dix premières années les mêmes nombres pour les cycles solaires des mêmes années, & 20 pour le cycle solaire de la 20^e, au lieu de mettre 30 pour celui de la 30^e année, vous ne mettrez que 2, qui est l'excès de 30 sur 28, ou sur la période du cycle solaire. Pour la 40^e année, vous ajouterez les nombres qui répondent à 30 & à 10, sçavoir 2 & 10, & ainsi des autres, en ôtant toujours 28 de la somme, quand elle est plus grande. Telle est la construction de la table. Voici son usage.

1	1	100	16
2	2	200	25
3	3	300	20
4	4	400	8
5	5	500	24
6	6	600	12
7	7	700	0
8	8	800	16
9	9	900	4
10	10	1000	20
20	20	2000	12
30	2	3000	4
40	12	4000	24
50	22	5000	16
60	4	6000	8
70	14	7000	0
80	24	8000	20
90	6	9000	12

Premièrement, si l'année proposée, dont on cherche le cycle solaire, est dans la table ci-dessus, on aura ce cycle solaire, en prenant le nombre correspondant à l'année proposée dans la colonne à droite, & en y ajoutant 9: ainsi, ajoutant 9 à 12, qui répond à l'an 2000, on aura 21 pour le cycle solaire de l'an 2000.

172 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Mais si l'année donnée ne se trouve pas exactement dans la table ci-dessus, on la divisera en plusieurs années qui s'y puissent trouver. On ajoutera ensemble tous les nombres qui se trouveront dans la colonne à droite vis-à-vis de ces années qui sont à gauche. La somme de tous ces nombres étant augmentée de 9, donnera le cycle solaire de l'année proposée, pourvu qu'on ôte 28 de cette somme autant de fois qu'il sera possible, quand elle sera plus grande.

Comme, pour trouver le cycle solaire de l'année 1693, on réduira ce nombre d'années 1693 en ces autres quatre, 1000, 600, 90, 3, auxquels répondent, dans la table précédente, ces quatre nombres, 20, 12, 6, 3, dont la somme 41 étant augmentée de 9, donne cette seconde somme 50; d'où ôtant 28, il restera 22 pour le nombre du cycle solaire de l'année 1693.

II.

On ajoute 9 à la somme de tous ces nombres, parceque le cycle solaire avant la première année de J. C., étoit 9; par conséquent ce cycle avoit commencé dix ans avant la naissance de J. C.; ce qu'on peut connoître en cette sorte.

Sçachant, par tradition ou autrement, le cycle solaire d'une année, par exemple, que 22 est le cycle solaire de l'année 1693, ôtez 22 de 1693; divisez le reste 1671 par 28; enfin ôtez de 28 le reste 19 de la division: le nombre restant 9 sera le cycle solaire avant la première année de J. C.

III.

On pourra, de la même façon, construire une table propre pour connoître le nombre d'or d'une année proposée, avec cette différence, qu'au lieu

d'ôter 28 , il faut ôter 19 , parceque la période de ce cycle est 19 ; & qu'au lieu d'ajouter 9 , il faut ajouter seulement 1 , parceque le nombre d'or avant la premiere année de J. C. étoit 1 : par conséquent ce cycle avoit commencé deux ans avant la naissance de J. C. , c'est-à-dire que la premiere année de J. C. avoit 2 de nombre d'or, &c.

IV.

On peut encore trouver la lettre dominicale d'une année proposée , d'une autre maniere que celle que nous venons de donner. Cette lettre dominicale étant trouvée , servira à faire connoître la lettre qui convient à chaque jour de la même année , comme vous allez voir.

Divisez le nombre des jours qui se sont écoulés inclusivement depuis le 1^{er} de Janvier jusqu'au jour proposé , qui doit être un dimanche , quand on veut trouver la lettre dominicale de l'année : autrement on trouvera seulement la lettre qui convient au jour proposé ; divisez , dis-je , ce nombre de jours par 7 : s'il ne reste rien de la division , la lettre qu'on cherche fera G ; s'il reste quelque chose , ce nombre restant fera connoître le nombre de la lettre qu'on demande , en la comptant selon l'ordre de l'alphabet , depuis la premiere lettre A.

Ainsi , pour connoître la lettre qui convient au 26 d'Avril de l'année 1693 , en divisant par 7 le nombre 116 des jours compris entre le 1^{er} de Janvier & le 26 d'Avril inclusivement , le reste de la division est 4 , qui fait connoître que la quatrieme D convient au jour proposé ; lequel étant un dimanche , on en conclut que la lettre dominicale de l'année 1693 étoit D.

PROBLÈME VII.

Trouver quel jour de la semaine tombe un jour donné d'une année proposée.

AJOUTEZ au nombre donné des années, sa quatrième partie, ou sa plus proche qui soit moindre, quand il n'en a pas une exactement ; à cette somme ajoutez encore le nombre des jours écoulés depuis le 1^{er} Janvier inclusivement, jusqu'au jour proposé aussi compris ; de cette seconde somme ôtez 13 pour ce siècle-ci, & divisez le reste par 7 : le nombre qui restera après la division, sera le dimanche s'il reste 1, le lundi s'il reste 2, & ainsi de suite ; s'il ne reste rien, ce sera un samedi.

Ainsi, pour sçavoir à quel jour de la semaine tomboit le 27 Avril de l'année 1769, ajoutez à 1769 sa quatrième partie la plus prochaine 442, & à ce nombre celui de 117, nombre des jours depuis le 1^{er} Janvier jusqu'au 27 Avril inclusivement ; la somme sera 2328, dont vous ôterez 13 : le restant 2315 étant divisé par 7, le reste sera 5, ce qui indique le jeudi. Ainsi le 27 Avril 1769 a dû être un jeudi.

REMARQUE.

Si l'année proposée étoit entre 1582 & 1700, il ne faudroit ôter que 12 de la somme formée de la manière ci-dessus.

Si l'année étoit antérieure à 1582, il ne faudroit ôter que 2. Cela vient de ce qu'en 1682 on ôta dix jours du calendrier ; & si l'on en ôte 13 dans le siècle présent, c'est que le biffextile sup-

primé en 1700 , forme l'équivalent d'un onzieme jour omis.

Par la même raison il faudra , dans le dix-neuvieme siecle , ôter 14 ; dans le vingtieme , 15 ; dans le vingt-unieme , aussi 15 ; &c.

PROBLÈME VIII.

Trouver la fête de Pâques , & les autres fêtes mobiles.

SUIVANT l'ordonnance du concile de Nicée , la pâque chrétienne doit se célébrer le dimanche après la pleine lune qui arrive le jour de l'équinoxe du printemps , qui est censé fixé au 21 Mars , ou qui le suit immédiatement. Ainsi , s'il arrivoit que ce jour de pleine lune fût le dimanche même , alors ce dimanche ne seroit pas pascal , mais seulement le dimanche après : telle fut la constitution du concile de Nicée , relativement à la pâque : d'où il est aisé de déterminer le dimanche pascal par diverses méthodes.

Premiere Maniere.

Il est aisé de voir , d'après ce qu'on vient de dire , que le commencement de la lune pascalle est entre le 8 Mars & le 5 Avril inclusivement.

Pour trouver donc le jour de la pâque l'année 1769 , par exemple , cherchez l'épacte de cette année par les méthodes données ci-dessus ; elle est 22 : ensuite , si vous avez un calendrier romain , cherchez entre le 8 Mars & le 5 Avril cette épacte ; vous la trouverez vis-à-vis le 8 : ce sera , comme on l'a dit plus haut , le jour de la nouvelle lune.

176 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Comptez 14 après la date de ce jour , ce qui vous conduira au 22 ; le premier dimanche après , qui tombe le 26 , fera le dimanche de Pâques.

Ou bien comptez trois dimanches après le jour de la nouvelle lune , qui tombe depuis le 8 Mars jusqu'au 5 Avril ; le troisieme fera celui de Pâques.

Cette derniere regle est exprimée par ces deux vers latins , pour l'intelligence desquels il faut remarquer que suivant la maniere de compter des anciens Romains , encore suivie dans les expéditions de la cour de Rome , les nones tomboient toujours le 7 Mars.

*Post Martis nonas ubi sit nova luna require :
Tertia lux domini proxima Pascha dabit.*

Cela est encore exprimé par ces deux vers françois ;

*De Mars après le 7 cherchez lune nouvelle :
Trois dimanches comptés , le 3 Pâques s'appelle.*

Cela s'entend aisément sans autre explication.

Seconde Maniere.

Comme on peut ne pas avoir sous sa main un calendrier romain , on trouvera encore le jour de Pâques au moyen de la table suivante. Elle est composée de neuf colonnes , ou de sept cases , dont chacune contient neuf colonnes. Chacune de ces cases porte à la premiere colonne une des lettres dominicales ; les sept suivantes contiennent les nombres des épactes ; enfin la neuvieme le jour de la pâque.

TABLE

TABLE pour trouver la Fête de Pâques.

A	23	22	21	20	19			26	Mars.
	18	17	16	15	14	13	12	2	Avril.
	11	10	9	8	7	6	5	9	Avril.
	4	3	2	1	*	29	8	16	Avril.
	27	26	25	24				23	Avril.
B	23	22	21	20	19	18		7	Mars.
	17	16	15	14	13	12	11	3	Avril.
	10	9	8	7	6	5	4	10	Avril.
	3	2	1	*	29	28	27	17	Avril.
	26	25	24					24	Avril.
C	23	22	21	20	19	18	17	28	Mars.
	16	15	14	13	12	11	10	4	Avril.
	9	8	7	6	5	4	3	11	Avril.
	2	1*	29	28	27	26	25	18	Avril.
	25	24						25	Avril.
D	23							22	Mars.
	22	21	20	19	18	17	16	29	Mars.
	15	14	13	12	11	10	9	5	Avril.
	8	7	6	5	4	3	2	12	Avril.
	1*	29	28	27	26	25	24	19	Avril.
E	23	22						23	Mars.
	21	20	19	18	17	16	15	30	Mars.
	14	13	12	11	10	9	8	6	Avril.
	7	6	5	4	3	2	1	13	Avril.
	*	29	28	27	26	25	24	20	Avril.
F	23	22	21					24	Mars.
	20	19	18	17	16	15	14	31	Mars.
	13	12	11	10	9	8	7	7	Avril.
	6	5	4	3	2	1	*	14	Avril.
	29	28	27	26	25	24		21	Avril.
G	23	22	21	20				25	Mars.
	19	18	17	16	15	14	13	1 ^{er}	Avril.
	12	11	10	9	8	7	6	8	Avril.
	5	4	3	2	1	*	9	15	Avril.
	28	27	26	25	24			22	Avril.

178 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Pour en faire usage , il faut connoître l'épacte & la lettre dominicale. On propose , par exemple , l'année 1769. Son épacte étoit 22, & sa lettre dominicale A. Cherchez donc dans la case A , & dans l'une des colonnes des épactes , celle de l'année 22 , vous la rencontrerez dans le premier rang horizontal , vis-à-vis lequel , dans la neuvieme colonne , vous aurez le 26 Mars.

En 1771, l'épacte étoit 14 , & la lettre dominicale F. Dans la case où se trouve F , à la premiere colonne , cherchez 14 dans les sept suivantes : elle se trouve dans la seconde rangée horizontale , dans la continuation de laquelle , à la neuvieme colonne , on lit le 31 Mars : ainsi , en 1771 , Pâques tomba le 31 Mars.

Troisieme Maniere.

Si vous n'avez ni calendrier romain , ni la table précédente , servez-vous de cette méthode.

Si l'épacte de l'année proposée ne surpasse pas 23 , ôtez-la de 44 ; le reste donnera le jour de Mars pour le terme de pâques , s'il ne surpasse pas 31 , car s'il excède 31 , le surplus donnera le jour d'Avril pour le terme de pâques.

Mais si l'épacte courante est plus grande que 23 , ôtez-la de 43 , ou seulement de 42 , quand elle sera 24 ou 25 ; le reste sera le jour d'Avril pour le terme de pâques.

Ainsi , pour avoir le terme de pâques en 1769 , dont l'épacte étoit 22 , ôtez-la de 44 ; le restant 22 indique le 22 Mars pour le terme de pâques ; le dimanche après a été le dimanche pascal.

En 1666 l'épacte étoit 24. Otant 24 de 42 , le restant est 18 ; le 18 Avril a été le terme de pâques , & le dimanche après celui de la pâque.

REMARQUE.

PUISQUE la fête de pâques regle toutes les autres fêtes mobiles, il sera facile de connoître les jours auxquels ces fêtes doivent se célébrer, ayant une fois connu le jour de pâques ; car le lundi après le cinquieme dimanche, c'est-à-dire 35 jours après pâques, viennent les *rogations*, après lesquelles, sçavoir le jeudi suivant, suit immédiatement l'*Ascension* de N. S. J. C., le quarantieme jour après pâques. Dix jours après, ou le cinquantieme jour après pâques, on célèbre la fête de la *Pentecôte*. Le dimanche suivant, sçavoir 56 jours après pâques, on célèbre la fête de la *sainte Trinité*. Et le jeudi suivant, ou 11 jours après la pentecôte, c'est-à-dire, 60 jours après pâques, arrive la *fête-Dieu*.

Le neuvieme dimanche avant pâques est la *Septuagésime*, qui est éloignée de pâques de 63 jours. Le dimanche suivant, ou le huitieme dimanche avant pâques, est la *sexagésime*, qui est éloignée de pâques de 56 jours. Le dimanche suivant, ou le septieme dimanche avant pâques, est la *Quinquagésime*, qui est éloigné de pâques de 49 jours. Enfin le mercredi suivant, qui est éloigné de pâques de 46 jours, est le jour *des Cendres*.

Pour le dimanche de l'*Avent*, qui ne dépend point de pâques, c'est celui qui arrive ou le 30 de Novembre, fête de S. André, ou le dimanche qui est le plus proche de cette fête ; ce qui est facile à connoître par la lettre dominicale.

L'Eglise appelle *Quadragesime* le premier dimanche du carême : *Reminiscere* le second dimanche du carême : *Oculi* le troisieme dimanche du carême : *Lætare* le quatrieme dimanche du ca-

180 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

rême: *Judica* le dimanche de la passion, qui est le cinquieme dimanche du carême: & *Hosanna* le dimanche des rameaux, qui est le sixieme dimanche de carême, ou le premier dimanche avant pâques.

Elle appelle *Quasimodo* le premier dimanche après pâques: *Misericordia* le second dimanche après pâques: *Jubilate* le troisieme dimanche après pâques: *Cantate* le quatrieme dimanche après pâques: & *Vocem Jucunditatis* le cinquieme dimanche après pâques, ou le dimanche avant les rogations.

Enfin les *Quatre-temps* se trouvent par le moyen de ce petit vers:

Post Pent. Cruc. Luc. Cin. sunt tempora quatuor anni.

dont le sens est tel. Les Quatre-temps arrivent le mercredi d'après la Pentecôte, le mercredi d'après l'Exaltation de la Croix, en Septembre; le mercredi d'après la fête de sainte Luce, en Décembre; & enfin le mercredi d'après les Cendres.

P R O B L Ê M E IX.

Trouver quel jour de la semaine commence chaque mois d'une année.

IL faut d'abord trouver la lettre dominicale. Cela fait, servez-vous de ces deux vers latins:

*Astra Dabit Dominus, Gratiſque Beabit Egenos,
Gratia Chriſticolæ Feret Aurea Dona Fideli.*

Ou bien de ces deux vers françois:

*Au Dieu De Gloire Bien Espere;
Grand Cœur, Faveur Aime De Faire.*

dont voici l'usage.

Les six mots du premier vers répondent aux six premiers mois de l'année, sçavoir, Janvier, Février, Mars, Avril, Mai & Juin; & les six mots du second vers aux six derniers mois, Juillet, Août, Septembre, Octobre, Novembre & Décembre. Chaque lettre capitale de ces douze mots est celle du premier jour de chaque mois, & indique le jour de la semaine par le rang qu'elle tient dans l'alphabet, lorsque la lettre dominicale est A : ainsi en 1769, la lettre dominicale étant A, l'on voit du premier coup d'œil, que Janvier commençoit par un dimanche, Février par un mercredi, Mars par un Mercredi, Avril par un Samedi, &c.

Mais lorsque la lettre dominicale ne sera pas A, mais C, par exemple, qui est la troisième de l'alphabet, comptez, pour le mois donné, deux lettres de plus, après celle qui lui convient suivant ces vers : cette lettre sera celle qui indiquera le jour de la semaine. En 1773, par exemple, la lettre dominicale étoit C. Qu'on veuille donc sçavoir par quel jour de la semaine commençoit le mois de Mai; le mot qui lui convient est *Beabit* ou *Bien*. Comptez deux lettres dans la suite des dominicales; la seconde D, qui indique mercredi, annonce que le premier jour de Mai 1773 étoit un mercredi.

Si l'on proposoit le mois d'Avril de la même année, dont le mot est *Gratis* ou *Gloire*, comme G est la septième des lettres dominicales, vous recommenceriez par A, & le B, seconde lettre après G, indiqueroit que le 1^{er} Avril 1773 étoit un lundi.

P R O B L Ê M E X.

*Connoître les mois de l'année qui ont 31 jours ,
& ceux qui n'en ont que 30.*

Pl. 5.
fig. 18.

ELEVEZ le pouce A , le doigt du milieu C , & l'auriculaire E , ou petit doigt de la main gauche ; abaissez les deux autres , sçavoir l'index B , qui suit le pouce , & l'annulaire D , qui est entre le doigt du milieu & l'auriculaire. Après cela , commencez à compter Mars sur le pouce A , Avril sur l'index B , Mai sur le doigt du milieu C , Juin sur l'annulaire D , Juillet sur l'auriculaire E ; continuez à compter Août sur le pouce , Septembre sur l'index , Octobre sur le doigt du milieu , Novembre sur l'annulaire , Décembre sur l'auriculaire ; enfin , en recommençant , continuez à compter Janvier sur le pouce , & Février sur l'index : alors tous les mois qui tomberont sur les doigts élevés A , C , E , auront 31 jours , & ceux qui tomberont sur les doigts abaissés B , D , n'en auront que 30 , excepté le mois de Février , qui a 28 jours dans les années communes , & 29 dans les bissextiles.

P R O B L Ê M E XI.

Trouver le jour de chaque mois , auquel le soleil entre dans un signe du zodiaque.

LE soleil entre dans chaque signe du zodiaque vers le 20 de chaque mois de l'année ; sçavoir , au premier degré du Bélier vers le 20 Mars , au premier degré du Taureau vers le 20 Avril , & ainsi de suite. Pour sçavoir ce jour un peu plus

exactement , servez-vous de ces deux vers artificiels ;

*Inclita Laus Justis Impenditur, Hæresis Horret ,
Grandia Gesta Gerens Felici Gaudet Honore.*

dont voici l'usage.

Distribuez les douze mots de ces deux vers aux douze mois de l'année, en commençant par Mars, que vous attribuerez à *Inclita* ; & en finissant par Février, qui répondra à *Honore*. Considérez quel est le nombre de la première lettre de chaque mot dans l'alphabet ; car si de 30 vous ôtez ce nombre, le reste donnera le jour du mois qu'on cherche.

Par exemple , *Inclita* répond au mois de Mars, & au signe du Bélier ; sa première lettre I est la neuvième lettre de l'alphabet : si l'on ôte 9 de 30, le reste 21 fait connoître que le 21 de Mars le soleil entre dans le Bélier. Pareillement *Gaudet* répond au mois de Janvier & au signe du Verseau ; sa première lettre G est la septième dans l'ordre alphabétique : en ôtant 7 de 30, le reste 23 fait connoître que le 23 Janvier le soleil entre au Verseau. Il en est ainsi des autres.

P R O B L Ê M E XII.

Trouver le degré du signe où le soleil se rencontre en un jour proposé de l'année.

IL faut d'abord chercher dans le mois proposé le jour auquel le soleil entre dans un des signes du zodiaque, & quel est ce signe. Cela fait, si le jour proposé précède ce jour, il est évident que le soleil est alors dans le signe qui précède ; c'est pourquoi il faut ôter de 30 degrés la différence

184 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

du quantieme proposé , d'avec celui où le soleil entre dans un nouveau signe : le restant indiquera le quantieme du degré du signe précédent où se trouve le soleil.

Soit proposé , par exemple , le 18 Mai. On trouve par le problème précédent , qu'en Mai le soleil entre le 21 dans le signe des Gemeaux. Or , comme le 18 précède le 21 de trois jours , ôtez 3 de 30 ; le restant 27 indiquera qu'au 18 Mai le soleil se trouvera dans le 27^e degré du Taureau.

Mais si le quantieme proposé du mois étoit postérieur au jour du même mois où le soleil entre dans un nouveau signe , alors il faudra prendre le nombre des jours dont ils different : ce sera le degré de ce signe où se trouvera le soleil au jour donné.

Supposons , par exemple , qu'on ait proposé le 27 Mai. Comme le soleil entre le 21 Mai dans les Gemeaux , & que la différence de 21 à 27 est 6 , on en conclura que le soleil est au 27 Mai dans le 6^e degré des Gemeaux.

PROBLÈME XIII.

Trouver le lieu de la lune dans le zodiaque , un jour proposé de l'année.

ON trouvera premièrement le lieu du soleil dans le zodiaque , comme il a été enseigné au problème précédent ; & ensuite la distance de la lune au soleil , ou l'arc de l'écliptique compris entre le soleil & la lune , comme nous allons enseigner.

Ayant trouvé par le problème V l'âge de la lune , & l'ayant multiplié par 12 , divisez le produit par 30 ; le quotient donnera le nombre des

signes, & le reste de la division donnera le nombre des degrés de la distance de la lune au soleil. C'est pourquoi si, selon l'ordre des signes, on compte cette distance, dans le zodiaque, en commençant depuis le lieu du soleil, on aura le lieu de la lune qu'on cherche.

Comme si l'on veut sçavoir le lieu où étoit la lune le 28 Mai 1693, le soleil étant au 27^e degré du Taureau, & l'âge de la lune étant 14, multipliez 14 par 12, & divisez le produit 168 par 30 : le quotient 5, & le reste 18 de la division, font connoître que la lune est éloignée du soleil de 5 signes & de 18 degrés. Si donc on compte 5 signes & 18 degrés dans le zodiaque depuis le 27^e degré du Taureau, qui est le lieu du soleil, on tombera sur le 15^e degré du Scorpion, c'étoit le lieu moyen de la lune.

PROBLÈME XIV.

Trouver à quel mois de l'année appartient une lunaison.

DANS l'usage du calendrier romain, chaque lunaison est estimée appartenir au mois où elle se termine, suivant cette ancienne maxime des computistes :

In quo completur, mensi lunatio detur.

C'est pourquoi, pour sçavoir si une lunaison appartient à un mois proposé de quelque année que ce soit, par exemple au mois de Mai 1693, ayant trouvé, par le problème V, que l'âge de la lune au dernier jour de Mai étoit 27 ; cet âge 27 fait connoître que la lune finit au mois suivant,

c'est-à-dire au mois de Juin, & que par conséquent elle appartient à ce mois. Il fait aussi connoître que la lunaison précédente a fini au mois de Mai, & que par conséquent elle appartient à ce mois. Il en est ainsi des autres.

P R O B L Ê M E X V.

*Connoître les années lunaires qui sont communes ,
& celles qui sont embolismiques.*

CE problème est aisé à résoudre par le moyen du précédent, par lequel on connoît facilement qu'un même mois solaire peut avoir deux lunaisons. Car il se peut faire que deux lunes finissent en un même mois, qui aura 30 ou 31 jours, comme Novembre, qui a 30 jours, où une lune peut finir le premier de ce mois, & la suivante le dernier ou le 30 du même mois : alors cette année aura treize lunes, & sera par conséquent embolismique. En voici un exemple.

En l'année 1712, la première lune de Janvier étant finie au huitième de ce mois, la deuxième de Février au sixième, la troisième de Mars au huitième, la quatrième d'Avril au sixième, la cinquième de Mai aussi au sixième, la sixième de Juin au quatrième, la septième de Juillet aussi au quatrième, la huitième d'Août au deuxième, la neuvième de Septembre au premier, la dixième d'Octobre aussi au premier, l'onzième aussi d'Octobre au trentième du même mois, la douzième de Novembre au vingt-neuvième, & la treizième de Décembre au vingt-huitième ; on connoît que cette année, ayant treize lunes, fut embolismique.

On connoît que toutes les années civiles lunai-

tes du calendrier nouveau , qui ont leur commencement au premier de Janvier , sont embolismiques , quand elles ont pour épacte * 29 , 28 , 27 , 26 , 25 , 24 , 23 , 22 , 21 , 19 , & aussi 18 , quand le nombre d'or est 19.

Ainsi l'on connoît qu'en l'année 1693 , dont l'épacte étoit 3 , l'année lunaire civile fut embolismique , c'est-à-dire qu'elle eut treize lunes : ce qui arriva à cause que le mois d'Août eut deux lunaïsons , une lunaïson étant finie le premier de ce mois , & la suivante étant finie le trentième du même mois.

P R O B L Ê M E X V I.

Trouver combien de temps la lune doit éclairer pendant une nuit proposée.

AYANT trouvé par le problème V l'âge de la lune , & l'ayant augmenté d'une unité , multipliez la somme par 4 , si cette somme ne passe pas 15 ; car si elle passe 15 , il la faut ôter de 30 , & multiplier le reste par 4 ; après quoi divisez le produit par 5 : le quotient donnera autant de douzièmes parties de la nuit , pendant lesquelles la lune luit. Ces douzièmes parties sont appelées *heures inégales*. Il faut les compter après le coucher du soleil , lorsque la lune croît , & avant le lever du soleil , lorsque la lune décroît.

Si l'on veut sçavoir le temps que la lune éclaira pendant la nuit du 21 Mai 1693 , où l'âge de la lune étoit 17 , ajoutez 1 à 17 , & ôtez la somme 18 de 30 ; il restera 12 , lequel étant multiplié par 4 , & le produit 48 étant divisé par 5 , le quotient donnera 9 heures inégales , & $\frac{3}{5}$ pour le

188 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

temps pendant lequel la lune éclaira la nuit avant le lever du soleil.

Si je veux sçavoir combien de temps la lune éclaira pendant la nuit du 14 au 15 de Février de l'année 1730, je trouve d'abord que l'âge de la lune du 14 Février est 26, auquel ayant ajouté 1, la somme sera 27. Je retranche cette somme 27 de 30, il reste 3, que je multiplie par 4; je divise le produit 12 par 5, le quotient est $2\frac{2}{5}$, qui font des heures inégales, c'est-à-dire huit douzièmes parties de l'arc nocturne, qu'on réduira en heures égales & astronomiques par la remarque suivante.

R E M A R Q U E.

IL est aisé de réduire les heures inégales en heures égales ou astronomiques, qui sont la vingt-quatrième partie d'un jour naturel, comprenant le jour & la nuit, lorsque l'on sçait la longueur de la nuit au jour proposé. Comme dans ce premier exemple, sçachant qu'à Paris la nuit du 21 Mai est de 8 heures 34 minutes, en divisant ces 8 heures 34 minutes par 12, on aura 42 minutes & 50 secondes pour la valeur d'une heure inégale, laquelle étant multipliée par $9\frac{3}{4}$, qui est le nombre des heures inégales, pendant lesquelles la lune éclaire depuis son lever jusqu'au lever du soleil, on aura 6 heures égales, & environ 51 minutes, pour le temps compris entre le lever de la lune & le lever du soleil.

C O R O L L A I R E.

Par-là on peut *trouver l'heure du lever de la lune*, lorsqu'on sçait l'heure du lever du soleil; car si à l'heure du lever du soleil, qui est 4 heures & 27

minutes , on ajoute 12 heures , & que de la somme 16 heures & 17 minutes on ôte 6 heures & 51 minutes , qui est le temps compris entre le lever de la lune & le lever du soleil , on aura au reste 9 heures & 26 minutes pour l'heure du lever de la lune.

PROBLÈME XVII.

Trouver facilement les Calendes , les Nones & les Ides de chaque mois de l'année.

CETTE dénomination des nones , des ides & calendes , étoit une grande bizarrerie dans le calendrier romain ; mais , comme elle a subsisté dans les expéditions de la Cour de Rome , il peut être utile de sçavoir la réduire à notre maniere de compter.

On le fera facilement au moyen de ces trois vers latins.

*Principium mensis cujusque vocato Calendas ,
Sex Maius Nonas , October, Julius & Mars ,
Quatuor at reliqui ; dabit Idus quilibet octo.*

En voici la traduction en vers françois.

*A Mars , Juillet , Octobre & Mai
Six Nones les gens ont donné ;
Aux autres mois quatre gardé ;
Huit Ides à tous accordé.*

Le sens de ces vers est , que le premier jour de chaque mois est toujours dénommé *calendes* ;

Que dans les mois de Mars , Mai , Juillet & Octobre , les nones sont au septieme jour , & dans tous les autres au cinquieme ;

190 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Enfin, que les ides sont huit jours après les nones, sçavoir, les quinziemes de Mars, Mai, Juillet & Octobre, & les treiziemes jours des autres mois.

Il faut présentement remarquer que les Romains comptoient les autres jours à rebours, allant toujours en diminuant; & ils donnoient le nom de nones d'un mois, aux jours qui sont entre les calendes & les nones de ce mois; le nom des ides d'un mois, aux jours qui sont entre les nones & les ides de ce mois; & le nom de calendes d'un mois, aux jours qui restent depuis les ides jusqu'à la fin du mois précédent.

Ainsi dans les quatre mois, par exemple, Mars, Mai, Juillet & Octobre, où les nones ont 6 jours, le deuxieme jour du mois s'appelle VI^o *nonas*, c'est-à-dire le sixieme jour avant les nones, la préposition *ante* étant sous-entendue. De même le troisieme jour se nomme V^o *nonas*, pour dire le cinquieme jour des nones, ou avant les nones; & ainsi des autres. Mais au lieu d'appeller le sixieme jour du mois II^o *nonas*, on dit *pridie nonas*, c'est-à-dire la veille des nones. On dit aussi *postridie calendas*, le jour d'après les calendes; *postridie nonas*, le jour d'après les nones; *postridie idus*, le jour d'après les ides.

P R O B L Ê M E X V I I I.

Connoître quel quantieme des Calendes, des Nones & des Ides répond à un certain quantieme d'un mois donné.

IL faut faire attention à la remarque qu'on vient de faire, qui est que tous les jours qui sont entre

les calendes & les nones , appartiennent aux nones; les jours qui sont entre les nones & les ides, portent le nom des ides; & que ceux qui sont entre les ides & les calendes du mois suivant, portent le nom des calendes de ce même mois. Cela supposé,

1^o Si le quantieme du mois appartient aux calendes , ajoutez 2 au nombre des jours du mois, & de la somme retranchez le nombre donné. Le reste fera le quantieme des calendes.

Si vous voulez sçavoir , par exemple , à quel quantieme des calendes le 25 Mai répond : ce jour appartient aux calendes , puisqu'il est entre les ides de Mai & les calendes de Juin. Le mois de Mai a 31 jours , auquel nombre ajoutez 2 ; de la somme 33 retranchez 25 , il restera 8 , qui marque que le 25 de Mai répond au 8^e des calendes de Juin , c'est-à-dire que le 25 Mai étoit appelé chez les Romains VIII^o *calendas Junii*.

2^o Si le quantieme du mois appartenoit aux ides ou aux nones , ajoutez 1 au nombre des jours écoulés depuis le premier du mois jusqu'aux ides ou aux nones inclusivement ; de cette somme retranchez le nombre donné , qui est le quantieme du mois : le reste fera précisément le quantieme des nones & des ides.

Je suppose , par exemple , que le quantieme du mois soit le 9 Mai. Ce jour appartient aux ides, parcequ'il se trouve entre le septieme jour des nones & le quinzieme jour des ides. Si on ajoute 1 à 15 , & que de la somme 16 on retranche 9 , le reste 7 marque que le 9^e de Mai répond au 7^e des ides de ce mois ; c'est-à-dire que le 9^e du mois de Mai étoit appelé chez les Latins VII^o *idus Maii*.

192 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

De même , si le quantieme du mois étoit le 5^e de Mai , ce jour appartient aux nones , parcequ'il est entre le 1 & le 7. Ajoutant donc 1 à 7, & de la somme 8 ôtant 5 , qui est le quantieme du mois , le reste 3 montre que le 5^e Mai répond au 3^e des nones ; c'est-à-dire que ce jour-là étoit appelé chez les Romains III^o *nonas Maii*.

PROBLÈME XIX.

Le quantieme des Calendes , des Ides , ou des Nones , étant donné , trouver quel quantieme du mois doit y répondre.

ON satisfera à cette question par une méthode toute semblable à celle qu'on vient de donner dans le problème précédent. Il y a néanmoins cette différence , qu'au lieu de soustraire le quantieme du mois pour avoir le quantieme des calendes , &c. on soustrait le quantieme des calendes pour avoir celui du mois.

Je cherche , par exemple , à quel quantieme du mois doit répondre VI^o *calendas Junii* , le 6 des calendes de Juin. Puisque les calendes se comptent en rétrogradant depuis le 1^{er} Juin vers les ides de Mai , il est clair que le 6 des calendes de Juin répond à un des jours du mois de Mai. Et comme ce mois a 31 jours , j'ajoute 2 à 31 ; de la somme 33 je retranche 6 , qui est le quantieme des calendes : il reste 27 , qui marque que le 6 des calendes de Juin répond au 27 Mai.

On fera la même chose à l'égard des nones & des ides.

REMARQUE.

IL sera facile de satisfaire aux deux questions précédentes ,

précédentes , si on a un calendrier où les jours des calendes , des nones & des ides soient marqués vis-à-vis les quantiemes des mois , comme on les voit dans le calendrier ecclésiastique.

Du Cycle d'Indiction.

L'indiction est un espace de quinze années , au bout desquelles on commence de nouveau à compter par une circulation perpétuelle. On l'a appelé indiction , parceque , selon quelques auteurs , elle servoit à indiquer l'année du paiement d'un tribut à la république ; ce qui lui fit donner le nom d'*indiction romaine*.

On l'appelle aussi *indiction pontificale* , parceque la Cour de Rome s'en sert dans ses bulles & dans toutes ses expéditions. Voici l'origine qu'on attribue à cet usage. L'empereur Constantin donna en 312 un édit , par lequel il autorisoit dans l'empire l'exercice de la religion Chrétienne. Quelques années après , le concile de Nicée fut assemblé , & condamna l'hérésie d'Arius ; ce qui arriva en 328 : ainsi , dans l'espace de quinze ans , le Christianisme triompha de la persécution & de l'hérésie. Cette durée de quinze années fut regardée comme une période mémorable ; & , pour en conserver la mémoire , on établit le cycle d'indiction , dont le commencement fut fixé au 1^{er} Janvier de l'année 313 , pour le commencer avec l'année solaire , quoique , selon l'institution de Constantin , l'époque de ce cycle eût été fixée au mois de Septembre de l'an 312 , date de son édit en faveur des Chrétiens. Ce ne fut cependant que l'empereur Justinien qui ordonna de compter par années d'indiction dans les actes publics.

Quoi qu'il en soit de ces origines , que le
Tome III. N

194 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

P. Petau trouve fort douteuses, il est certain que la première année de l'indiction est la 313^e de J. C. Ainsi l'an 312 auroit eu 15 d'indiction, si dès-lors on eût compté ainsi; & en divisant 312 par 15, on trouve que le reste est 12; ce qui fait voir que la douzième année de J. C. avoit 15 d'indiction: par conséquent ce cycle eût commencé trois ans avant J. C.; ou autrement la première année de l'ère chrétienne eût eu 4 d'indiction; ce qui donne la solution du problème suivant.

PROBLÈME XX.

Trouver le nombre de l'Indiction Romaine qui répond à une année donnée.

AJOUTEZ 3 au nombre de l'année, & divisez la somme par 15: ce qui restera indiquera le nombre de l'indiction courante.

Soit, par exemple, proposée l'année 1780. Ajoutez 3, vous aurez 1783; divisez par 15, le reste sera 13: ainsi en 1780 on comptera 13 d'indiction.

On trouvera de même qu'en 1769 on comptoit 2.

Lorsqu'il n'y aura aucun reste, alors on aura 15 d'indiction.

De la Période Julienne, & de quelques autres Périodes de ce genre.

La période Julienne est une période formée par la combinaison des trois cycles; sçavoir, le lunaire de 19 ans, le solaire de 28, & celui d'indiction de 15. La première année est censée avoir été celle où l'on eut 1 de cycle lunaire, 1 de cycle solaire, & 1 d'indiction.

Si l'on multiplie ensemble les nombres 19, 28 & 15, le produit 7980 est le nombre des années comprises dans la période Julienne; & par les loix des combinaisons, on est assuré qu'il ne sçau-roit y avoir dans une révolution deux de ces années qui aient à-la-fois les mêmes nombres.

Cette période, au reste, n'est qu'une période feinte; mais elle est commode, à cause de son étendue, pour y rapporter les commencements de toutes les eres connues, même celles de la création du monde, si l'époque en étoit certaine; car, suivant la chronologie commune, cette époque devance seulement l'ere chrétienne de 3950 ans. D'ailleurs le commencement de la période Julienne devance cette même ere de 4714 ans; d'où il suit que la création du monde répond à l'an 764 de la période Julienne.

On demandera comment l'on a trouvé que l'année de la naissance de J. C. est la 4714^e de cette période. Le voici. On démontre par un calcul rétrograde, que si les trois cycles, sçavoir le solaire, le lunaire, & celui d'indiction, avoient eu cours lors de la naissance de J. C., l'année où il naquit auroit eu 2 de cycle lunaire, 10 de cycle solaire, & 4 d'indiction. Or ces caracteres sont propres à l'an 4714 de la période, comme on le verra dans le problème suivant. Il faut donc adapter cette année à celle de la naissance de J. C.; d'où, en remontant & calculant les intervalles des événements antérieurs dans les historiens profanes, & ensuite les livres saints, l'on trouve entre cette année & la création d'Adam, 3950. Si donc on ôte 3950 de 4714, on trouvera 764. Le commencement de la période devance donc la création du monde de 764 ans.

PROBLÈME XXI.

Etant donnée une année de la période Julienne, trouver combien elle a de cycle lunaire, de cycle solaire, & d'indiction.

SOIT, par exemple, donnée l'année 6522 de la période Julienne. Divisez ce nombre par 19, le restant, sans avoir égard au quotient, sera 5 ; ce sera le nombre d'or. Divisez ce même nombre par 28, le restant de la division sera 26 ; ce sera le nombre du cycle solaire. Divisez enfin 6522 par 15, le reste de la division sera 12 ; ce qui montre que cette année a 12 d'indiction. Lorsqu'il ne reste rien en divisant l'année donnée par le nombre d'un de ces cycles, c'est ce nombre même qui est celui du cycle. Si, par exemple, l'année donnée étoit la 6525^e, en divisant par 15, il ne resteroit rien ; ce qui donneroit 15 pour l'indiction.

Mais si l'on veut trouver à quelle année de l'ère Chrétienne répond une année de la période Julienne, par exemple la 6522^e, il n'y a qu'à en ôter 4714 ; le restant 1808 sera le nombre des années écoulées depuis le commencement de l'ère Chrétienne.

Tout cela porte avec soi sa démonstration

PROBLÈME XXII.

Etant donnés les nombres des cycles lunaire, solaire & d'indiction, qui répondent à une année, trouver son rang dans la période Julienne.

MULTIPLIEZ le nombre du cycle lunaire par 4200, celui du cycle solaire par 4845, celui de l'indiction par 6916.

Ajoutez ces produits en un , & divisez la somme par 7680 ; le nombre restant après la division indiquera l'année de la période Julienne.

Soit le nombre du cycle lunaire 2 , celui du cycle solaire 10 , celui d'indiction 4 , ce qui est le caractère de la première année de l'ère Chrétienne ; vous aurez pour premier produit 8400 , pour second 48450 , pour troisième 27664 : leur somme est 84714. Divisez ce nombre par 7980 , le restant se trouvera 4714 : ainsi l'année à laquelle conviennent , dans la période Julienne , les caractères ci-dessus , est la 4714^e , ou l'origine de la période Julienne devance l'ère Chrétienne de 4713 ans.

REMARQUES.

I. IL y a une autre période , appelée *Dionysienne* , qui est le produit des nombres 19 du cycle lunaire , & 28 du cycle solaire , & qui comprend par conséquent 532 années. Elle fut imaginée par Denys le Petit , vers le temps du concile de Nicée , pour renfermer toutes les variétés des nouvelles lunes & des lettres dominicales ; en sorte qu'après 532 ans , elles devoient se renouveler dans le même ordre ; ce qui eût été très-commode pour le calcul de la pâque & des fêtes mobiles : mais elle supposoit que le cycle lunaire étoit parfaitement exact ; ce qui n'étant pas , cette période n'est plus d'aucun usage.

II. Comme parmi les cycles de la période Julienne , il y en a un , sçavoir celui d'indiction , qui est purement d'institution politique , c'est-à-dire qui n'a nulle relation avec les mouvements célestes , il eût peut-être été avantageux de substituer à ce dernier cycle celui des épactes , qui est

198 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

astronomique , & dont la révolution est de 30 ans : alors le nombre des années de la période eût été de 15960 ans. Cette période de 15960 années a été appelée par le P. Jean-Louis d'Amiens , capucin , son inventeur , la *période de Louis le Grand*. Mais les chronologistes ne paroissent pas lui avoir fait l'accueil qu'espéroit son auteur.

De quelques Epoques ou Eres célèbres dans l'Histoire.

I.

La premiere de ces époques est celle des Olympiades. Elle tire son nom des jeux olympiques , qui se célébroient , comme tout le monde sçait , avec beaucoup de solemnité dans la Grece , tous les quatre ans révolus , vers le solstice d'été. Les jeux olympiques avoient été fondés par Hercule. Mais étant tombés en désuétude , ils furent rétablis par Iphitus , un des Héraclides , ou des descendants de ce héros , l'an 776 avant l'ere Chrétienne ; & depuis ce temps ils continuerent à se célébrer avec beaucoup d'exactitude , jusqu'à ce que la conquête de la Grece par les Romains y mit fin. Ainsi l'ere ou l'époque des olympiades commence l'an 776 avant J. C. , au solstice d'été.

PROBLÈME XXIII.

Changer les années des Olympiades en années de l'Ere Chrétienne , ou au contraire.

1. **I**L faut pour cela retrancher l'unité du nombre qui désigne le quantieme de l'olympiade ; ensuite multiplier le restant par 4 , & y ajouter le nombre

des années complètes de l'olympiade ; enfin ôter de cette somme 775, ou, si elle est moindre, l'ôter de 776 : on aura, dans le premier cas, l'année courante de l'ère Chrétienne, & dans le second, l'année avant cette ère.

On propose, par exemple, la troisième année de la soixante-seizième olympiade. J'ôte l'unité de 76, reste 75, qui, multipliés par 4, donnent 300. Les années complètes d'une olympiade, lorsque court la troisième, sont 2 : j'ajoute donc 2 à 300, ce qui me donne 302. Or 302 sont moindres que 775 ; ainsi j'ôte 302 de 776 : le restant est 474, ou l'année courante avant J. C.

Soit proposée la deuxième année de la 201^e olympiade. J'ôte 1 de 201, restent 200, qui, multipliés par 4, donnent 800 ; à quoi j'ajoute une année complète, ce qui donne 801 ; j'en ôte 775, il reste 261, qui est l'année de l'ère Chrétienne à laquelle répond la deuxième année de la 201^e olympiade.

2. Pour convertir au contraire les années chrétiennes en années d'olympiades, il faut ôter de 776 le nombre des années, si elles sont antérieures à J. C. ; ou au contraire leur ajouter 775, s'il est question d'une année postérieure à l'ère Chrétienne ; ensuite diviser ce qui en résultera par 4 : le quotient, augmenté de l'unité, sera le nombre de l'olympiade ; & le restant, pareillement augmenté de l'unité, sera l'année courante de cette olympiade.

Qu'on propose, par exemple, l'année 1715. En y ajoutant 775, on a 2490 ; ce nombre divisé par 4, donne au quotient 622, & il reste 2 : ainsi en 1715 on tenoit la troisième année de la 623^e olympiade : ou, plus exactement ; le dernier

200 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

semestre de l'année 1715 avec le premier de 1716, répondoient à la troisième année de la 623^e olympiade.

II.

L'ère de l'hégyre est celle que suivent la plus grande partie des sectateurs de Mahomet ; c'est l'époque des Arabes , des Turcs, des Africains , &c ; & conséquemment la connoissance de leur histoire exige qu'on sçache réduire les années de l'hégyre en années chrétiennes , & au contraire.

Pour cet effet, il faut d'abord observer que les années de l'hégyre sont purement lunaires ; & comme l'année lunaire , ou 12 lunaisons complètes , forment 354 jours 8 heures 48 minutes , si l'on faisoit toujours l'année de 354 ou de 355 jours , la nouvelle lune s'écarteroit bientôt sensiblement du commencement de l'année. Pour prévenir cet inconvénient , on a imaginé une période de 30 années , dans laquelle il y a 10 années communes , ou de 354 jours & 11 embolismiques , ou de 355 jours. Ces dernières sont la 2^e , la 5^e , la 7^e , la 10^e , la 13^e , la 15^e , la 18^e , la 21^e , la 24^e , la 26^e & la 29^e.

On doit encore observer que la première année de l'hégyre commença le 15 Juillet de l'an 622 de J. C.

PROBLÈME XXIV.

Trouver l'année de l'Hégyre qui répond à une année Julienne donnée.

POUR résoudre ce problème , il faut d'abord observer que 228 années Juliennes forment à très-peu près 235 années de l'hégyre.

Cela supposé , qu'on propose , par exemple ,

l'année 1770 de notre ere. Il faut commencer par diminuer ce nombre de 621, parceque il y avoit au commencement de l'ere de l'hégyre, 621 ans complets de notre ere déjà écoulés. Le restant fera 1149. Faites ensuite cette proportion: si 228 années Juliennes donnent 235 années de l'hégyre, combien en donneront 1149 années? & vous trouverez 1184 avec un reste de 99 jours. Ainsi l'année 1770 des Chrétiens se trouve coïncider, du moins en partie, avec la 1184 de l'hégyre.

Si vous voulez, au contraire, trouver l'année chrétienne qui répond à une année donnée de l'hégyre, faites l'opération inverse; le nombre qui en résultera sera celui des années Juliennes écoulées depuis le commencement de l'hégyre. Il n'y aura donc qu'à y ajouter 621, & vous aurez l'année de J. C. courante.

Nous n'en dirons pas davantage sur cet objet; mais nous allons terminer ceci par un tableau qui présentera les dates des événements principaux de l'histoire, & celles du commencement des eres les plus célèbres, liées soit à la période Julienne, soit à l'avénement de J. C.

<i>Epoques des Evénements & des Eres les plus célèbres.</i>	<i>An. de la P. Jul.</i>	<i>Avant J. C.</i>
LA création du monde.	764	3950
Le déluge selon le texte hébreu. .	2420	2294
La prise de Troye.	3530	1184
Le commencement de l'ere des Olympiades.	3938	776
Le comm. de l'ere de Nabonassar. .	3967	747
La fondation de Rome.	3961	752
La mort d'Alexandre.	4390	324
Le comm. de l'ere Julienne . . .	4669	45

202 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

<i>Epoques des Evénements & des Eres les plus célèbres.</i>	<i>An. de la P. Jul.</i>	<i>Après J. C.</i>
Le comm. de l'ere Chrétienne. .	4714	0
Le comm. de l'ere de l'Hégyre. .	5336	622
La prise de Constantinople par les Turcs.	6175	1461
La découverte de l'Amérique. . .	6206	1492
L'année courante 1778	6492	1778

Ainsi il reste encore 1488 ans pour achever la premiere période Julienne.

Nous dirons enfin , pour résumer tout ce qu'on a dit jusqu'à présent sur cette matiere , que l'année courante 1778 est ,

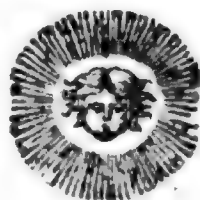
Depuis la création du monde , selon le calcul vulgaire , la 5728^e.

De la période Julienne , la 6492^e.

De l'ere des Olympiades , la 2^e de la 639^e Olympiade.

De l'ere de Nabonassar , la 2524^e.

De l'ere de l'Hégyre , la 1192^e.







110



10.

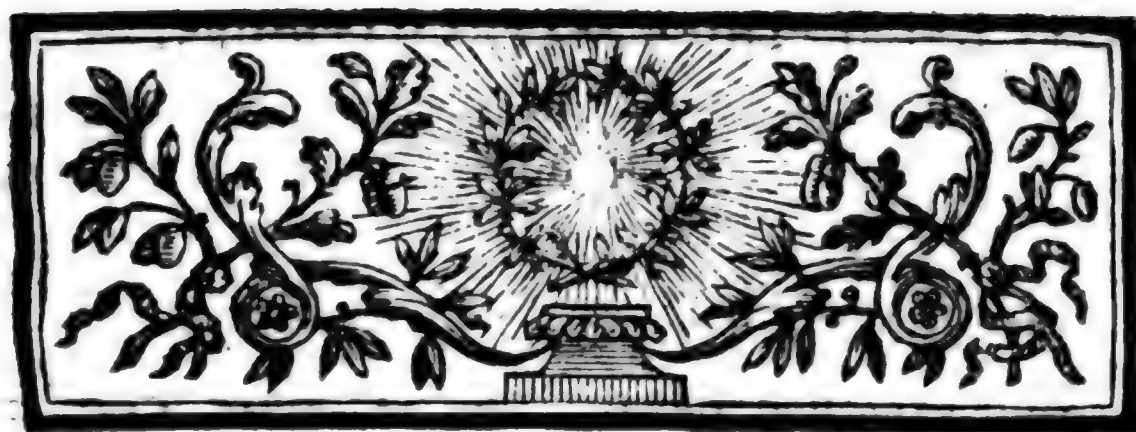


Fig. 14



Verde





RÉCRÉATIONS
MATHÉMATIQUES
ET
PHYSIQUES.

SEPTIEME PARTIE,
*CONTENANT les Problèmes les plus
curieux & les plus remarquables de la
Gnomonique.*

LA gnomonique est la science de tracer sur un plan, ou même sur une surface quelconque, un cadran solaire, c'est-à-dire une figure dont les différentes lignes marquent au soleil, par l'ombre d'un style, les différentes heures de la journée. Cette science est par conséquent dépendante de la géométrie & de l'astronomie, ou du moins suppose les connoissances de la sphere.

Il y a beaucoup de gens qui font des cadrans solaires, sans avoir une idée nette du principe qui

204 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

sert de base à cette partie des mathématiques : c'est pourquoi il est à propos de commencer par l'expliquer ici.

Principe général des Cadrans solaires.

Concevez une sphere avec ses douze cercles horaires ou méridiens qui divisent l'équateur , & conséquemment tous ses paralleles, en vingt-quatre parties égales. Que cette sphere soit placée dans sa position convenable pour lieu du cadran, c'est-à-dire que son axe soit dirigé au pôle du lieu , ou élevé de l'angle égal à la latitude. Imaginez présentement un plan horizontal coupant cette sphere par son centre. L'axe de la sphere sera le style , & les différentes intersections des cercles horaires avec ce plan seront les lignes horaires ; car il est évident que si les plans de ces cercles étoient infiniment prolongés , ils formeroient dans la sphere céleste les cercles horaires qui divisent la révolution solaire en vingt-quatre parties égales. Conséquemment , lorsque le soleil sera arrivé à un de ces cercles , par exemple à celui de trois heures après midi , il sera dans le plan du cercle semblable de la sphere ci-dessus , & l'ombre du style ou de l'axe tombera sur la ligne d'intersection de ce cercle avec le plan horizontal : c'est pourquoi ce sera la ligne de 3 heures ; & ainsi des autres.

Pl. 1 , Tout ceci est expliqué dans la *fig. 1* , *planche fig. 1. premiere* , qui représente une partie de la sphere avec six des cercles horaires. *Pp* est l'axe dans lequel tous ces cercles s'entre-coupent ; *AHBh* le plan horizontal , ou l'horizon de la sphere prolongé indéfiniment ; *AB* la méridienne , *DE* le diametre de l'équateur qui est dans le méridien , & *DHEh* la circonférence de l'équateur , dont

DHE est une moitié, & **DH** le quart. Ce quart de l'équateur est divisé en six parties égales, **D I**, **I 2**, **2 3**, **3 4**, **4 5**, **5 6**, par lesquels passent les cercles horaires, dont les plans coupent évidemment l'horizon dans les lignes **C I**, **C 2**, **C 3**, **C 4**, **C 5**, **C 6** : ces lignes sont les lignes horaires, lesquelles, en les supposant prolongées jusqu'à **AF**, qui est perpendiculaire à la méridienne **CA**, donnent les lignes horaires **C I**, **C II**, **C III**, **C IV**, **C V**, **C VI**. Le style sera une portion **CS** de l'axe de la sphere, lequel doit conséquemment faire avec la méridienne & dans son plan un angle **SCA**, égal à celui de la hauteur du pôle ou **PCA**.

Si l'imagination du lecteur est fatiguée de ce raisonnement, & c'est sans doute ce qui arrivera à plusieurs, il lui sera aisé de la soulager avec une figure solide; car on peut faire une sphere divisée par ses douze cercles horaires: coupez-la ensuite de maniere que l'un de ses pôles soit éloigné du plan de la coupe, d'un angle égal à la hauteur du pôle du lieu. Placez enfin cette sphere ainsi coupée, sur un plan horizontal, en sorte que le pôle soit dirigé vers celui de ce lieu. Vous verrez facilement sur ce plan horizontal les lignes d'intersection des cercles horaires avec lui; & la coupe commune de tous les cercles, qui est l'axe, désignera la position du style.

Nous avons supposé la coupe de la sphere faite par un plan horizontal, afin de fixer les idées. Si ce plan est vertical, la chose sera la même, & les lignes d'intersection seront les lignes horaires d'un cadran vertical. Si ce plan est déclinant ou incliné, on aura un cadran déclinant ou incliné: il est même aisé de voir que cela est vrai de toute surface, quelle que soit sa forme, convexe, con-

cave, irrégulière, & quelle que soit sa position.

On appelle *style*, la ligne ou la verge de fer, ordinairement inclinée, dont l'ombre sert à montrer les heures. C'est, comme nous l'avons dit, une partie CS de l'axe de la sphere, & alors il montre l'heure par l'ombre de toute sa longueur.

On pose néanmoins quelquefois à des cadrans un style droit, comme SQ ; mais alors il n'y a que l'ombre du sommet S qui montre l'heure, parceque ce sommet est un point de l'axe de la sphere.

Le centre du cadran est le point, comme C , où concourent toutes les lignes horaires. Il arrive quelquefois néanmoins que ces lignes ne concourent point : c'est le cas des cadrans dont le plan est parallèle à l'axe de la sphere; car il est évident que, dans ce cas, les intersections des cercles horaires doivent être des lignes parallèles. On nomme ces cadrans, *sans centre*. Les verticaux, orientaux & occidentaux, les cadrans tournés directement au midi, & inclinés à l'horizon d'un angle égal à celui de la latitude, ou qui prolongés passeroient par le pôle, sont de ce nombre.

La méridienne est, comme tout le monde sçait, l'intersection du plan du méridien avec celui du cadran. Elle est toujours perpendiculaire à l'horizon, lorsque le plan du cadran est vertical.

La ligne soustylaire est celle sur laquelle tombe le plan perpendiculaire au plan du cadran, & mené par le style. Comme cette ligne est une des principales à considérer dans les cadrans déclinants, il est nécessaire de s'en former une idée très-distincte. Pour cet effet, concevez que, d'un point quelconque du style, soit abaissée une per-

pendiculaire au plan du cadran; que par le style & par cette perpendiculaire, soit mené un plan qui sera nécessairement perpendiculaire à celui du cadran, il le coupera dans une ligne passant par le centre & par le pied de cette perpendiculaire: ce sera la ligne soustylaire.

Cette ligne est la méridienne du plan, c'est-à-dire qu'elle donne le moment auquel le soleil est le plus élevé sur l'horizon de ce plan. Cette méridienne du plan doit bien être distinguée de celle du lieu, ou de la ligne de midi du cadran; car cette dernière est l'intersection du plan du cadran avec le méridien du lieu, qui est le plan passant par le zénith du lieu & par le pôle; au lieu que la méridienne du plan du cadran est l'intersection de ce plan avec le méridien, ou le cercle horaire passant par le pôle & par le zénith du plan.

Dans le plan horizontal, ou tout autre qui n'a aucune déclinaison, la soustylaire & la méridienne du lieu se confondent; mais dans tout plan qui n'est pas tourné directement au midi ou au nord, ces lignes font des angles plus ou moins grands.

L'équinoxiale enfin est l'intersection du plan de l'équateur avec le cadran: on peut aisément se démontrer que cette ligne est toujours perpendiculaire à la soustylaire.

PROBLÈME I.

Trouver sur un plan horizontal la ligne méridienne.

L'INVENTION de la ligne méridienne est la base de toute la science des cadrans solaires; mais, comme elle est en même temps la base de toute

opération astronomique , & que , par cette raison , nous en avons traité au long dans la partie de cet ouvrage qui a l'astronomie pour objet , nous ne nous répéterons pas ici , & nous y renverrons notre lecteur. Nous nous bornerons à enseigner ci-dessous une pratique ingénieuse & peu connue.

Nous donnerons aussi plus loin une manière de déterminer en tout temps , & par une observation unique , la position de la ligne méridienne , pourvu que la latitude du lieu soit connue.

P R O B L Ê M E I I.

Comment on peut trouver la méridienne par trois observations d'ombres inégales.

ON trouve ordinairement la ligne méridienne sur un plan horizontal , au moyen de deux ombres égales d'un style perpendiculaire , l'une prise avant , l'autre après midi. C'est pour cette raison qu'on décrit du pied du style plusieurs cercles concentriques ; mais , malgré cette précaution , il peut arriver , & sans doute il est arrivé souvent , qu'on n'aura pu avoir deux ombres égales l'une à l'autre. Dans ce cas , doit-on regarder son opération comme manquée ? Non , pourvu qu'on ait trois observations au lieu de deux. Voici comment , dans ce cas , on devra opérer. On doit cette méthode , qui est ingénieuse , à un assez ancien auteur de gnomonique , appelé *Muzio oddi da Urbino* , qui l'a donnée dans un traité intitulé , *gli Orologi solari nelle superficie piane*. C'étoit un auteur très-dévot , car il remercie pieusement N. D. de Lorette de lui avoir inspiré les pratiques enseignées dans son ouvrage.

Soit

Soit P le pied du style, & PS sa hauteur; que les trois ombres projetées soient PA, PB, PC, Pl. 2, que nous supposons inégales, & que PC soit la fig. 2. moindre. Au point P, élevez sur PA, PB, PC, les perpendiculaires PD, PE, PF, égales entr'elles & à PS, & tirez DA, EB, FC; sur les deux plus grandes desquelles, sçavoir DA, EB, vous prendrez DG, EH, égales à FC; de G & H menez sur PA, PB, les perpendiculaires GI, HK, & joignez les points I & K par une ligne indéfinie; faites IM & KL perpendiculaires à IK, & égales à GI, KH, & tirez ML, qui concourra avec IK dans un point N, par lequel & par C, menez CN; ce sera la perpendiculaire à la méridienne: conséquemment, en menant de P la ligne PO, perpendiculaire à CN, ce sera la méridienne cherchée.

Comme la démonstration de cette pratique seroit un peu longue, nous la supprimons, & nous nous bornons à renvoyer notre lecteur au cinquième livre de l'ouvrage de Schotten, intitulé *Exercitationes Mathematicæ*.

PROBLÈME III.

Trouver la méridienne d'un plan, ou la ligne soustylaire.

CETTE opération est facile, d'après ce que nous avons dit plus haut sur la ligne soustylaire; car, puisque cette ligne est la méridienne du plan, il n'y a qu'à le considérer comme s'il étoit horizontal, & y tracer la méridienne par la même opération: la ligne qui en résultera sera la soustylaire, dont la connoissance est très-nécessaire pour

Tome III.

O

la description des cadrans inclinés ou déclinants ,
& ceux qui sont à-la-fois l'un & l'autre.

PROBLÈME IV.

Trouver un Cadran équinoxial.

Pl. 2, **D'**UN point C comme centre, décrivez un
fig. 3. cercle AEDB ; menez les deux diamètres AD ,
EB , qui se coupent à angles droits au centre C ;
divisez ensuite chaque quart de cercle en six parties
égales , & menez les rayons C₁ , C₂ , C₃ , & les
autres que vous voyez dans la figure. Ces rayons
seront les lignes qui marqueront les heures , par le
moyen d'un style que l'on plantera à plomb sur le
plan du cadran , qui sera placé dans le plan de l'é-
quateur. La ligne AD doit concourir avec le plan
de la méridienne , & le point A doit être tourné
du côté du midi.

REMARQUES.

I.

CE cadran équinoxial étant placé , si les lignes
horaires regardent le ciel , il est appelé *supérieur* ;
mais si elles regardent la terre , il est nommé *in-
férieur*.

II.

Le cadran équinoxial supérieur ne montre les
heures du jour que dans le printemps & l'été ; &
le cadran inférieur ne les montre que pendant
l'automne & l'hiver ; mais dans les équinoxes ,
lorsque le soleil est dans l'équateur , ou qu'il en est
fort près , les cadrans équinoxiaux ne sont d'aucun
usage , puisqu'ils ne sont point éclairés du soleil.

III.

On sçait qu'à Paris l'élevation du plan de l'équateur est de 41 degrés, qui est le complément de l'élevation du pôle: ainsi l'angle du plan du cadran avec l'horizon doit être, à Paris, de 41°.

IV.

D'où l'on voit qu'il est aisé de construire un cadran équinoxial universel, que l'on ajustera à telle élévation de pôle que l'on voudra. Il ne faut que joindre deux pieces d'ivoire ou de cuivre ABCD, Pl. 2, & CDEF, qui s'ouvriront à discrétion par une fig. 4. charniere mise en CD; décrire sur les deux surfaces de la piece ABCD deux cadrans équinoxiaux, & mettre un style qui traversera à plomb par le centre I la piece ABCD. On ménagera au milieu G de la piece CDEF, une petite boîte pour y placer une aiguille aimantée, que l'on couvrira d'un verre. On attachera à cette même piece un quart de cercle HL, divisé en degrés que l'on fera passer par une ouverture faite en H, dans la piece ABCD. Les degrés & minutes doivent commencer à se compter du point L.

Quand on voudra se servir de ce cadran pour quelque lieu que ce soit, on mettra l'aiguille aimantée dans la méridienne, ayant pourtant égard à sa déclinaison dans ce lieu, & l'on fera faire aux deux pieces ABCD, & CDEF un angle BCF, qui soit égal à l'élevation de l'équateur du lieu où l'on se trouve. On observera de tourner le quart de cercle du côté du midi. L'un ou l'autre des cadrans équinoxiaux montrera l'heure de ce lieu, à l'exception du jour de l'équinoxe.

O ij

PROBLÈME V.

Trouver les divisions horaires sur un cadran horizontal, avec deux ouvertures de compas seulement.

Pl. 2, **M**ENEZ la méridienne SM, & du point C, fig. 5. pris vers le milieu comme centre, décrivez le cercle ETOP, avec un rayon CE, première ouverture de compas; puis, du centre O & avec un rayon égal au diamètre OE du premier cercle, décrivez le cercle EAMB; & du point E comme centre, avec le même rayon EO, le cercle AOBS: ces deux cercles se couperont en A & B, qui seront les centres de deux autres cercles égaux XIEF, ZLEG. Observez les intersections F & G, afin de tirer les lignes EG, EF. Cela étant fait, par les points A, B, menez la droite XACBZ, qui fera l'équinoxiale, & qui sera coupée tant par les cercles décrits ci-dessus, que par les lignes EG, EF, & le centre C du premier cercle, en 11 points, qui seront ceux des heures: c'est pourquoi on y inscrira les nombres 7, 8, 9, 10, 11, 12, 1, 2, 3, 4, 5.

Il faut maintenant trouver le centre du cadran, dont les points ci-dessus sont les divisions horaires, ce que vous ferez ainsi.

Pour cet effet, du point E sur le cercle ETOP, prenez vers T ou P un arc EK égal au complément de la hauteur du pôle, par exemple de 40 degrés, si la hauteur du pôle étoit de 50 degrés; tirez CK, & faites KN perpendiculaire à CK: elle coupera la méridienne en V, qui sera le centre du cadran; en sorte que, tirant de ce point V

les lignes V7, V8, V9, &c. on aura les lignes horaires depuis 7 heures du matin jusqu'à 5 du soir. Enfin par le point V on tirera une parallèle à la ligne équinoxiale, ce fera la ligne de 6 heures. Les 7 & 8 heures du matin, prolongées au-delà du centre V, donneront les 7 & 8 heures du soir; comme les 4 & 5 heures du soir donneront, étant pareillement prolongées, les 4 & 5 heures du matin. Du point V enfin, ou de quelque autre pris à discrétion, on décrira une ou deux circonférences de cercle qui serviront à terminer les lignes horaires, auxquelles on inscrira les nombres des heures.

PROBLÈME VI.

Construire le même Cadran par une seule ouverture de compas.

MENEZ par un point C deux lignes SM, 7 5, Pl. 3, perpendiculaires l'une à l'autre; de ce même point fig. 6. C, décrivez le cercle ETOP, de quelque ouverture de compas que ce soit; puis, l'ouverture de compas étant la même, portez une pointe sur O, l'autre sur Q; de Q détournez au point 4, & de 4 par deux tours sur 5; de 5 revenez par quatre tours sur 1 1.

Mettez encore le compas sur O & sur N; de N détournez sur 8, & de 8 par deux tours sur 7; de 7 revenez par quatre tours sur 1. Ensuite vous tirerez les lignes EN, EQ, qui donneront sur la ligne 7 5, 2 heures & 10 heures, & le cadran sera fait. Le centre du cadran se trouvera, comme on a dit dans le problème précédent.

O ii

PROBLÈME VII.

Construction des autres Cadrans principaux & réguliers.

J'APPELLE cadrans réguliers, ceux dans lesquels les lignes horaires, de côté & d'autre de la méridienne, font des angles égaux. Ces cadrans sont conséquemment l'équinoxial, l'horizontal, les deux verticaux, l'un méridional, l'autre septentrional, & le polaire. Nous avons parlé de l'équinoxial & de l'horizontal; nous allons parler des verticaux, soit méridional, soit septentrional.

Du Cadran vertical méridional.

Pl. 2, Si le cadran vertical est tourné directement au fig. 5. midi, il n'y a qu'à faire l'angle ECK ou l'arc EK égal à la hauteur du pôle: ensuite, ayant fait l'angle CKV droit, le point V fera pareillement le centre du cadran; & l'angle CVK , qui se trouvera alors égal au complément de la hauteur du pôle, désignera l'angle que le style doit faire avec le plan du cadran dans celui du méridien.

Du Cadran septentrional.

Fig. 5. Si le cadran vertical est septentrional, il n'y aura qu'à faire comme ci-dessus l'angle OCk égal à la hauteur du pôle, & l'angle CkH droit: le point H fera le centre du cadran, & l'angle CHR fera l'angle du style avec le méridien. Ce style, au lieu d'être incliné vers le bas avec la méridienne, regardera au contraire en haut, comme il est aisé de le concevoir, vu la position du pôle à l'égard d'un plan vertical tourné directement au nord.

Des Cadrans polaires.

Pour faire un cadran polaire, décrivez, comme on l'a enseigné, la méridienne 12, 12, & menez-lui une perpendiculaire XZ; sur cette ligne, faites de part & d'autre du point M, la construction enseignée dans le Problème V; puis par les points de division menez des lignes parallèles: Pl. 4.
fig. 8. ce seront les lignes horaires. Car il est aisé de voir que le pôle étant dans la prolongation de ce plan, elles ne doivent concourir qu'à une distance infinie, ou que le centre du cadran est infiniment éloigné; d'où il suit que les lignes doivent être parallèles.

On élèvera le style perpendiculairement au point M, & de la longueur de la ligne 12, 3; ou bien l'on placera à cette distance de la méridienne 12, 12, & parallèlement à cette ligne, une verge de fer, qui en soit éloignée de la longueur de la ligne 12, 3: elle montrera l'heure de toute sa longueur.

PROBLÈME VIII.

Des Cadrans verticaux, orientaux & occidentaux.

APRÈS les cadrans qu'on vient d'enseigner à construire, les plus simples sont les cadrans tournés directement au levant ou au couchant. Leur construction tient encore à la même division enseignée dans le Problèmes V.

Menez une verticale, telle que AB, le long du plan, au moyen d'un fil à plomb; puis ayant pris vers le bas un point I, faites, à main droite pour le cadran oriental, & à main gauche pour l'occi-

216 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

dental, l'angle AIL égal au complément de la hauteur du pôle, par exemple, de 41° pour Paris; ensuite, ayant pris un point F à discrétion sur cette ligne, tirez-lui la perpendiculaire SM, & Pl. 3, appliquez sur la ligne IFL les points des heures fig. 7, trouvés par la construction ci-dessus, le point F n^o 1. étant réputé celui de midi; mais vous aurez attention de ne marquer en dessus que deux de ces points de division; vous tirerez enfin par tous ces Pl. 4, points de divisions autant de paralleles à la ligne fig. 7, n^o 2. SM: ce seront les lignes horaires. La ligne passant par F, sera celle de 6 heures; les deux au dessus seront, dans le cadran oriental, 4 & 5 heures du matin, & les lignes au dessous seront, 7, 8, 9, 10, 11 heures du matin. Dans les cadrans occidentaux, les lignes au dessus de F marqueront 8 & 7 heures du soir; & au dessous vers le bas, ce seront les lignes de 5, 4, 3, 2, 1 heures du soir. Il est aisé de voir que ces cadrans ne sçauroient marquer midi, car le dernier ne commence qu'à cette heure à être éclairés du soleil; & le premier cesse à la même heure de l'être. L'aiguille ou le style s'y place parallèlement à la ligne SM, sur un ou deux supports perpendiculaires au plan du cadran, & à une distance égale à celle de 6 heures à 3 ou 9.

P R O B L È M E I X.

Décrire un Cadran horizontal, ou vertical méridional, sans avoir besoin de trouver les points horaires sur l'équinoxiale.

QUE la ligne AB soit la méridienne du cadran, que nous supposerons horizontal, & C son centre;

faites l'angle HCB égal à celui de l'élévation du pôle, pour avoir la position du style, en imaginant le plan du triangle relevé verticalement au dessus de celui du cadran. Du point B pris à vo- Pl. 5,
lonté, mais cependant en sorte que CB soit d'une fig. 9.
grandeur raisonnable, menez la perpendiculaire BF à CH.

Maintenant du point C décrivez, avec le rayon CB, un cercle BDAE; & du même centre, avec le rayon BF, soit décrit un autre cercle MQNP; divisez ensuite toute la circonférence du premier cercle en 24 parties égales, BO, OO, CO, &c; que la circonférence du second le soit pareillement en 24 parties égales, NR, RR, &c; enfin, des points O de division du grand cercle, tirez des perpendiculaires à la méridienne, & des points R, correspondants du petit cercle, tirez des parallèles à cette méridienne: ces parallèles & perpendiculaires se rencontreront dans des points qui serviront à déterminer les lignes horaires. Par exemple, les lignes O₃, R₃, qui partent des troisièmes points de division correspondants O & R, se rencontrent en un point 3, par lequel menant C₃, ce sera la position de la ligne de 3 heures; & ainsi des autres.

Il est évident que plus les cercles seront grands, plus les lignes tirées des points de division O & R donneront leurs intersections distinctes.

Il est remarquable que tous ces points d'intersection se trouvent dans la circonférence d'une ellipse, dont le grand axe est égal à deux fois CB, & le petit PQ égal à deux fois CN ou deux fois BF.

La raison de cette construction sera aisément devinée par les géomètres.

PROBLÈME X.

Tracer un Cadran sur un plan quelconque, vertical ou incliné, déclinant ou non, enfin sur une surface quelconque, & même dans l'absence du soleil.

CE problème comprend, comme l'on voit, toute la gnomonique; & il n'est personne qui ne soit en état de le mettre en pratique, pourvu qu'il sçache trouver la méridienne, & faire un cadran équinoxial. En voici la solution.

Pl. 5, Après avoir échaffaudé, s'il est nécessaire, tra-
fig. 10. cez une méridienne sur une table, de la manière qu'on l'a enseigné dans le premier problème; posez, au moyen de cette méridienne, dans la situation convenable, un cadran équinoxial, en sorte que le plan de ce cadran soit élevé de l'angle nécessaire, c'est-à-dire de la hauteur de l'équateur, & que sa ligne de midi se rapporte avec celle ci-dessus tracée; ajustez le long de l'axe un fil, ou ficelle qui, étant tendue, aille rencontrer le plan où le cadran doit être décrit: le point où elle rencontrera ce plan, est le lieu où doit être posé le style ou l'axe, en sorte qu'il soit en ligne droite ou qu'il n'en fasse qu'une avec la ficelle, & avec le style du cadran équinoxial.

Cela fait, & l'axe du cadran étant fixé, pour tracer toutes les lignes horaires, prenez une bougie ou un flambeau, & présentez-le au cadran équinoxial, en sorte que son style marque midi; l'ombre que jettera en même temps la ficelle ou l'axe du cadran à décrire, fera la ligne de midi. Ainsi vous en prendrez un point qui, avec le centre, servira à déterminer cette ligne. Faites changer

de position à la bougie , en sorte que le cadran équinoxial marque une heure ; l'ombre que jettera la ficelle , ou l'axe du cadran que vous décrirez , fera la ligne d'une heure , & ainsi de toutes les autres.

REMARQUES.

I. Si le plan sur lequel on a proposé de décrire un cadran étoit tellement situé qu'il ne pût être rencontré par l'axe prolongé , suivant la méthode précédente , il faut attacher sur ce plan deux soutiens pour arrêter une verge de fer , en sorte qu'elle fasse une même ligne avec la ficelle , & vous opérerez du reste comme on vient de le dire.

II. Au lieu d'un cadran équinoxial , rien n'empêche de se servir d'un cadran horizontal , qu'on placera en sorte que la ligne de midi réponde à la méridienne tracée.

III. On peut faire aussi cette opération pendant le jour , & le soleil luisant. Alors vous vous servirez d'un miroir , dont la réflexion fera le même effet que le flambeau employé ci-dessus.

PROBLÈME XI.

Décrire dans un parterre un Cadran horizontal avec des herbes.

ON pourroit décrire , par les méthodes ordinaires , un cadran horizontal dans un parterre , en marquant les lignes des heures avec du buis ou autrement , & en faisant servir de style quelque arbre planté bien droit sur la ligne méridienne , & terminé en pointe , comme un cyprès ou un sycomore.

Au lieu d'un arbre , une personne pourra aussi

servir de style , en se plaçant bien droite au lieu marqué sur la méridienne , relativement à sa hauteur ; car , suivant cette hauteur , la place doit varier. Elle sera plus voisine du centre du cadran pour une personne moins élevée , & au contraire. Une figure placée sur un piédestal , serviroit à-la-fois , dans un semblable parterre , & d'ornement & de style.

P R O B L Ê M E X I I .

*Décrire un cadran vertical sur un carreau de vitre ,
où l'on puisse connoître les heures aux rayons
du soleil , & sans style.*

M. OZANAM , rapporte qu'il fit autrefois un cadran vertical déclinant , sur un carreau de vitre d'une fenêtre , où l'on pouvoit sans style connoître les heures au soleil.

Je détachai , dit-il , un carreau de vitre , collé en dehors contre le châssis de la fenêtre ; j'y traçai un cadran vertical , selon la déclinaison de la fenêtre & la hauteur du pôle sur l'horizon , ayant pris pour longueur du style l'épaisseur du châssis de la même fenêtre. Je fis ensuite recoller ce carreau de vitre en dedans contre le châssis , ayant donné à la ligne méridienne une situation perpendiculaire à l'horizon , telle qu'elle doit être dans les cadrans verticaux. Je fis coller en dehors contre le même châssis , vis-à-vis du cadran , un papier fort , qui n'étoit point huilé , afin que , les rayons du soleil le pénétrant moins , la surface du cadran en fût plus obscure. Et pour pouvoir connoître les heures au soleil sans l'ombre d'un style , je fis un petit trou avec une épingle dans le papier , vis-à-vis le pied du style , que j'avois marqué dans le ca-

dran. Le trou représentant le bout du style, & les rayons du soleil passant au travers, faisoient sur la vitre une petite lumière, qui montrait agréablement les heures dans l'obscurité du cadran.

PROBLÈME XIII.

Décrire trois Cadrans, & même quatre, sur autant de plans différents, où l'on puisse connoître l'heure par l'ombre d'un seul axe.

PRÉPAREZ deux plans rectangulaires ABCD, Pl. 6, CDEF, d'une largeur égale; joignez-les selon la fig. 11, 12. ligne CB, en sorte qu'ils fassent un angle droit: ainsi l'un étant horizontal, l'autre sera vertical.

Partagez après cela leur commune largeur BC, en deux également en I, & tirez les perpendiculaires IG, IH, qui seront prises pour les méridiennes des deux plans; prenez ensuite le point G à volonté pour le centre du cadran horizontal; & faisant GI la base d'un triangle rectangle GIH, dont l'angle en G soit égal à la hauteur du pôle, vous aurez le point H pour le centre du cadran vertical méridional, de la même latitude. Tracez donc ces deux cadrans, qui auront les mêmes points de division sur leur commune section BC.

Vous placerez ensuite un fil de fer servant d'axe, & allant du point H au point G: ce sera l'axe & le style commun des deux cadrans.

Enfin, d'un rayon à volonté, tracez un cercle, sur lequel vous décrirez un cadran équinoxial, que vous placerez sur l'axe HG, en sorte que cet axe passe par son centre, & qu'il soit perpendiculaire à son plan, & enfin que la ligne de 12 heures soit dans le plan du triangle GIH.

222 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Ce triple cadran étant exposé au soleil, de manière que la ligne GI soit horizontale & dans le plan de la méridienne, il est évident que le même axe GH montrera l'heure sur les trois cadrans à-la-fois.

Si vous voulez un quatrieme cadran montrant l'heure à-la-fois au moyen du même style, menez dans le plan du triangle GH une parallele à GH, & par cette ligne un plan perpendiculaire à celui de la méridienne, lequel coupera le plan vertical dans la ligne LK, & l'horizontal dans la ligne MN, les lignes horaires de l'un & l'autre cadran feront coupées par ces deux lignes dans des points dont on joindra les correspondants; par exemple, le point de section de 11 heures sur l'une, avec le point de section de 11 heures sur l'autre; ce qui donnera sur ce plan les lignes horaires paralleles, comme cela doit être dans un cadran polaire sans déclinaison : ces quatre cadrans montreront en même temps l'heure, au moyen du même style ou axe GH.

Autre Maniere.

Prenez un cube ABCD, dont ayant divisé les côtés AB, CE, FD, en deux également en H, G, I, vous menerez les lignes GH, GI; puis prenant ces lignes pour méridiennes du plan horizontal CD, & du vertical CA, & le point G pour centre, vous décrirez sur l'un & l'autre les cadrans, l'un horizontal, l'autre vertical, qu'exige la latitude du lieu; prenez ensuite les lignes EM, EN, en sorte que l'angle ENM soit égal à la latitude du lieu; que CP, CO, leur soient égales, & menez par MN, OP, un plan qui recoupera cet angle du cube : ce même plan coupera les lignes horaires

des deux cadrans , déjà tracés dans des points dont les correspondants donneront les lignes horaires du troisieme cadran.

Il ne reste qu'à placer l'axe ou le style , ce qui est facile ; car menez EQ perpendiculaire à MN , puis fichez perpendiculairement sur la méridienne LK , & dans son plan , deux supports égaux à EQ , & portant le style RS un peu allongé , lequel fera parallele à LK : ce style montrera les heures sur les trois cadrans à-la-fois.

PROBLÈME XIV.

Trouver la méridienne sous une latitude donnée , par une seule observation faite au soleil , & à une heure quelconque de la journée.

Ayez un cube bien dressé , & dont le côté soit d'environ 8 pouces. Chacune de ses faces étant bien applanie , prenez-en une pour celle de dessus , qui doit être horizontale , & décrivez sur cette face un cadran horizontal pour la latitude du lieu ; sur la face verticale que traverse la méridienne de ce premier cadran , soit décrit un cadran vertical ; enfin , sur la face adjacente à gauche , décrivez un cadran oriental , & sur l'opposée un occidental , que vous garnirez de leur style ainsi que les précédents.

Cela fait , voulez-vous trouver la méridienne sur un plan horizontal ; placez sur ce plan votre triple ou quadruple cadran , en sorte que le cadran vertical méridional regarde à peu près le midi ; puis tournez-le insensiblement , jusqu'à ce que trois de ces cadrans montrent à-la-fois la même heure : lorsque vous y serez parvenu , vous serez assuré

que vos trois cadrans sont dans leur vraie position. Ainsi tracez avec un crayon une ligne le long d'un des côtés latéraux du cube ; ce sera la direction de la méridienne.

Il est en effet évident que ces trois cadrans ne sçauroient montrer la même heure , sans avoir tous les trois la position convenable , relativement à la méridienne : ainsi leur concordance indiquera qu'ils sont placés convenablement , & que leur méridienne commune est la méridienne du lieu.

PROBLÈME XV.

Tailler une pierre à plusieurs faces , sur lesquelles on puisse décrire tous les Cadrans réguliers.

Pl. 7, **S**OIT le quarré ABCD le plan de la pierre qu'il
fig. 14, faut préparer & disposer pour recevoir tous les cadrans réguliers. Supposant que cette pierre représente un cube imparfait , ou quelque autre solide , il faut la bien unir dans toutes ses faces , la mettre d'équerre , & lui donner une égale épaisseur partout ; ensuite , ayant décrit sur le plan de la pierre ABCD le cercle HELF, aussi grand que la pierre le pourra permettre, tirez les deux diametres FE , HL à angles droits ; puis faites l'angle FOI de 41 degrés , & menez le diametre IOM ; faites ensuite l'angle EOG de 49 degrés , & tirez le diametre GOK ; par les points I , G , M , K , menez des tangentes au cercle HELF, qui rencontreront les autres tangentes qui passent par les points H , E , L , F, & font partie des côtés du carré ABCD , qui représente le plan de la pierre ; coupez carrément la pierre selon ces tangentes , afin d'avoir des plans ou des faces perpendiculaires au plan

plan de la pierre ABCD, & la pierre sera préparée pour recevoir dans tous ses plans les cadrans qui leur conviennent.

Sur la face ou sur le plan qui passe par la ligne V X, on décrira un cadran horizontal ; sur le plan qui passe par X N, on décrira l'équinoxial supérieur ; & sur le plan opposé qui passe par SR, on aura l'équinoxial inférieur : le polaire supérieur se fera sur le plan qui passe par VT, & le polaire inférieur sur le plan qui passe par QP. Sur le plan passant par TS, on aura le vertical austral, & sur le plan NP, qui est son opposé, on aura le vertical boréal. Sur le côté de la pierre IM, on aura le vertical oriental, & sur le côté opposé on décrira le vertical occidental.

Si on veut que la pierre soit creuse, ou plutôt percée à jour, on n'aura qu'à tirer des lignes parallèles à ces tangentes, & couper carrément la pierre selon ces lignes, afin d'avoir en dedans de la pierre des surfaces parallèles à celles qui sont tracées par dehors ; & sur les surfaces intérieures de la pierre, vous décrirez les cadrans que vous avez décrits sur les faces extérieures de la pierre, qui sont parallèles & opposées de tout le diamètre de la pierre.

Remarquez que, creusant la pierre, vous n'y sçauriez décrire le cadran oriental ni l'occidental ; mais si l'on fait à cette pierre un piédestal qui soit un octogone régulier, dont une des faces soit directement tournée au midi, vous pourrez encore tracer à l'entour de ce piédestal divers cadrans verticaux, sçavoir, un méridional, un septentrional, un occidental & un oriental, avec quatre verticaux déclinants ; enforte que vous

pourrez avoir sur cette pierre & son piédestal vingt ou vingt-cinq cadrans.

Si vous exposez directement au midi le cadran vertical méridional , & que l'horizontal soit bien de niveau , tous ces cadrans montreront à-la-fois la même heure.

PROBLÈME XVI.

Former un Cadran sur la surface convexe d'un globe.

CE cadran , qui est le plus simple & le plus naturel de tous , consiste dans la division du cercle de l'équateur en ses vingt-quatre parties. Posez un globe sur un piédestal , en sorte que son axe soit dans le plan du méridien , & précisément élevé de la hauteur du pôle du lieu. Cela fait , divisez son équateur en 24 parties égales , & vous aurez votre cadran construit.

Pl. 7, Vous pourriez vous en servir sans rien de plus ;
fig. 15. car , la moitié de ce globe étant continuellement éclairée par le soleil , la limite de l'illumination suivra précisément sur l'équateur le mouvement du soleil d'orient en occident. Quand il sera midi , elle tombera sur les points de l'équateur tournés directement à l'orient & à l'occident ; quand il sera une heure , elle aura avancé de 15° ; &c. Si donc on vouloit se servir de ce globe comme cadran , il faudroit inscrire le nombre VI à la division qui se trouve dans le méridien , VII à la suivante , & ainsi de suite , en sorte que la douzième se trouvât précisément au point tourné à l'occident ; puis I , II , III , &c. sous l'horizon. Il suffiroit alors de faire attention à quelle division

répond la limite de la lumière & de l'ombre : le nombre répondant à cette division seroit celui de l'heure.

Ce cadran a néanmoins une grande incommodité ; c'est que la limite de la lumière & de l'ombre y est toujours indécise dans la largeur de plusieurs lignes , en sorte qu'on ne sçait précisément où elle se termine : c'est pourquoi il vaut mieux se servir de cette horloge de la manière suivante.

Joignez à ce globe un demi-méridien , fait d'une lame plate de laiton , qui ait 7 à 8 lignes de largeur , sur une demi-ligne d'épaisseur , & qui soit mobile à volonté autour de son axe , le même que celui du globe : alors , lorsque vous voudrez connoître l'heure , vous n'aurez qu'à faire mouvoir ce demi méridien de manière qu'il donne la moindre ombre possible au soleil ; cette ombre marquera sur l'équateur l'heure qu'il est. Il est évident que nous entendons qu'on aura , dans ce cas , inscrit aux points de division de l'équateur , les nombres qui leur conviennent naturellement , sçavoir , XII à celui qui est dans le méridien , I à celui qui suit en allant vers l'occident , &c.

PROBLÈME XVII.

Autre Cadran dans une sphere armillaire.

CE cadran n'est pas moins simple que le précédent , s'il ne l'est même encore plus ; & il a l'avantage de pouvoir faire décoration dans un jardin.

Imaginez une sphere armillaire , composée seulement de ses deux colures , de son équateur & de son zodiaque , avec son axe qui la traverse ; que cette sphere soit placée sur un piédestal , en-

P ij

228 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

forte qu'un de ses colures fasse l'office du méridien, & que son axe soit dirigé au pôle du lieu : il est évident que l'ombre de cet axe montrera l'heure par sa marche uniforme sur l'équateur. Ainsi, si l'on divisoit l'équateur en 24 parties égales, & qu'on inscrivît à ces divisions les nombres des heures, on auroit son cadran construit.

Mais comme l'équateur n'a pas ordinairement une épaisseur suffisante, c'est sur la zone que forme le zodiaque, & qu'on peint intérieurement en blanc, que l'on marque ces heures. Or, dans ce cas, il faut avoir l'attention de ne pas diviser chaque quart du zodiaque en parties égales ; car, tandis que l'ombre de l'axe parcourt des arcs égaux sur l'équateur, elle n'en parcourt pas d'égaux sur le zodiaque : ces divisions sont plus resserrées vers les points de la plus grande déclinaison de ce cercle ; en sorte qu'au lieu de 15° , qui répondent à un intervalle horaire sur l'équateur, la division dans le zodiaque, la plus voisine du colure des solstices, n'en doit comprendre que $13^{\circ} 45'$, la seconde $14^{\circ} 15'$, la troisième $15^{\circ} 20'$, la quatrième $15^{\circ} 25'$, la cinquième $15^{\circ} 55'$, la sixième, & plus voisine des équinoxes, $16^{\circ} 20'$. C'est donc de cette manière qu'on doit diviser la bande zodiacale où les heures sont marquées, sans quoi il y aura plusieurs minutes d'erreur. On pourra ensuite, sans erreur sensible, diviser chaque intervalle en quatre parties égales. Enfin, si par les points de division on tire des lignes transversales dans la largeur du zodiaque, il faudra aussi avoir l'attention de les faire concourir au pôle.

J'ai vu des cadrans de ce genre, construits par des ignorants, qui n'avoient pas eu l'attention ci-dessus ; aussi étoient-ils fort inexacts.

PROBLÈME XVIII.

Faire un Cadran solaire auquel un aveugle puisse connoître les heures.

VOICI un singulier paradoxe. Nous allons néanmoins faire voir qu'on pourroit établir aux Quinze-Vingts, pour l'usage des aveugles qui l'habitent, un cadran solaire où, par le moyen du tact, ils reconnoîtroient l'heure.

Soit, pour cet effet, un globe de verre de 18 pouces de diametre & plein d'eau; il aura son foyer à 9 pouces de sa surface, & la chaleur que ce foyer produira sera assez considérable pour être très-sensible à la main sur laquelle il tombera. D'un autre côté il est facile de voir que ce foyer suivra absolument le cours du soleil, puisqu'il lui sera toujours diamétralement opposé.

Soit donc ce globe environné d'une portion de sphere concentrique, éloignée de sa surface de 9 pouces, & comprenant seulement les deux tropiques avec l'équateur, & les deux méridiens ou colures; & que cet instrument soit exposé au soleil dans la position convenable, c'est-à-dire son axe parallele à celui de la terre.

Que chacun des tropiques & l'équateur soient divisés en 24 parties égales, & que les parties correspondantes soient liées par une petite barre qui représentera une portion de cercle horaire, comprise entre les deux tropiques: on aura, par ce moyen, tous les cercles horaires, représentés de maniere qu'un aveugle pourra les compter, depuis celui qui représentera le midi, qu'il sera facile de désigner par une forme particuliere.

Lors donc qu'un aveugle voudra connoître

230 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

l'heure à ce cadran , il commencera à porter la main sur le méridien , & il comptera les cercles horaires par les barres qui les représentent. Lorsqu'il sera arrivé à la barre où se trouve le foyer du soleil , il en sera averti par sa chaleur : ainsi il connoîtra par cet artifice , combien d'heures sont écoulées depuis midi , ou combien restent à s'écouler jusqu'à midi.

Il sera facile de diviser chaque intervalle entre les barres principales qui marquent les heures , par d'autres plus petites , pour avoir les demies & les quarts. Ainsi notre problème est résolu.

P R O B L Ê M E X I X.

Rendre un Cadran horizontal , décrit pour une latitude particulière , propre à indiquer l'heure dans tous les lieux de la terre.

IL n'est point de cadran , quel qu'il soit & pour quelque latitude qu'il ait été construit , qui ne puisse être disposé de manière à montrer exactement l'heure dans un lieu donné ; mais nous nous bornerons ici au cadran horizontal , & à faire voir comment on peut le faire servir pour un lieu quelconque.

1. Si la latitude du lieu est moindre ou plus grande que celle du lieu pour lequel étoit le cadran , après l'avoir exposé convenablement , c'est-à-dire sa méridienne sur celle du lieu , & l'axe ou le style oblique tourné du côté du nord , il n'y a qu'à l'incliner de manière que cet axe fasse avec l'horizon l'angle égal à la latitude du lieu auquel on veut faire servir le cadran. S'il a été , par exemple , construit pour une latitude de 39° , & qu'on veuille le faire servir à Paris , où la lati-

tude est de $49^{\circ} 50'$, la différence est de $10^{\circ} 50'$: Pl. 8
 c'est l'angle que le plan du cadran doit faire avec l'horizon, comme on voit dans la figure, où SN fig. 17
 est la méridienne, ABCD le plan du cadran, &
 ABE ou *abc* l'angle d'inclinaison de ce plan à
 l'horizon. Si la latitude du lieu primitif du cadran
 eût été moindre, il auroit fallu l'incliner dans le
 sens contraire.

2. Pour la seconde maniere de rendre un ca-
 dran horizontal universel, il ne faut pas que les
 lignes horaires soient tracées, mais seulement
 les points de division de la ligne équinoxiale,
 comme on l'a enseigné au problème V. A l'é- Fig. 18.
 gard du style, il doit être mobile de la maniere
 suivante. Que ABC représente le triangle dans le
 plan du méridien où NBC est l'axe ou le style
 oblique, & AB le rayon de l'équateur. Il faut que
 le style soit mobile, quoique restant toujours dans
 le plan du méridien; de sorte que le rayon AB de
 l'équateur, tournant autour du point A, puisse
 former l'angle BAC égal à un angle donné, sça-
 voir celui du complément de la latitude: c'est
 pourquoi il faudra pratiquer dans la méridienne
 une rainure qui permette à ce triangle de se hausser
 & se baïsser, en restant toujours dans le plan du
 méridien.

Cela étant donc ainsi préparé, pour adapter
 ce cadran à une latitude donnée, par exemple
 de 40° , prenez le complément de 40° , qui est 50° ;
 faites l'angle BAC de 50° : le style sera dans la
 position convenable; &, le cadran étant exposé
 au soleil de maniere que sa méridienne coïncide
 avec la méridienne du lieu, l'ombre du style, qui
 doit être un peu long, montrera l'heure par l'en-
 droit où elle coupera l'équinoxiale.

P iv

PROBLÈME XX.

Construction de quelques Tables nécessaires pour les Problèmes suivants.

IL y a trois tables qui sont d'un usage fréquent en gnomonique , & dont nous nous servirons souvent dans la suite. Ce sont ,

1^o La table des angles que font sur un cadran horizontal les lignes horaires , suivant les différentes latitudes ;

2^o Celle des angles que font avec le plan du méridien , les verticaux occupés par le soleil aux différentes heures du jour , selon les latitudes différentes , & le lieu du soleil dans l'écliptique ;

3^o Enfin , celle des hauteurs du soleil aux différentes heures d'un jour donné , & dans un lieu de latitude donnée.

De celle-ci dérive celle des distances du soleil au zénith , aux différentes heures du jour , pour un lieu & un jour donnés ; car ces distances sont les compléments des hauteurs du soleil aux mêmes moments.

La première de ces tables est aisée à calculer , car on démontre facilement que l'on a cette proportion ;

Comme le sinus total

Est au sinus de la latitude du lieu ,

Ainsi la tangente de l'angle qui mesure la distance du soleil au méridien , à une heure donnée ,

A la tangente de l'angle que fait la ligne horaire avec la méridienne.

D'après cette analogie, on a calculé la table suivante, qu'on a jugé suffire ici, attendu qu'elle comprend toute l'étendue de la France, & spécialement la latitude de Paris.

TABLE des Angles des lignes horaires d'un Cadran horizontal avec la méridienne, & pour des latitudes depuis 42 degrés jusqu'à 52.

LATIT.	S. M. I. XI.	S. M. II. X.	S. M. III. IX.	S. M. IV. VIII.	S. M. V. VII.	S. M. VI. VI.
42°	10. 7	21. 7	33.47	49.13	68.11	90.0
43	10.21	21.29	34.18	49.46	68.33	90.0
44	10.33	21.51	34.47	50.16	68.54	90.0
45	10.44	22.12	35.16	50.46	69.15	90.0
46	10.55	22.33	35.44	51.15	69.34	90.0
47	11. 6	22.53	36.11	51.43	69.53	90.0
48	11.16	23.13	36.37	52. 9	70.10	90.0
48.50	11.24	23.29	36.59	52.31	70.25	90.0
49	11.26	23.33	37. 3	52.35	70.27	90.0
50	11.36	23.52	37.27	53. 0	70.43	90.0
51	11.46	24.10	37.51	53.23	70.59	90.0
52	11.56	24.28	38.14	53.46	71.13	90.0

On n'a point marqué dans cette table les angles des lignes de V heures du matin & VII heures du soir, IV heures du matin & VIII heures du soir, parceque ces lignes ne sont que la prolongation d'autres : par exemple, celle de IV heures du matin, est la prolongation de celle de IV heures du

234 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

soir ; celle de VIII heures du soir , est de même la prolongation de celle de VIII heures du matin ; &c.

L'usage de cette table est facile. Si le lieu où il s'agit de construire un cadran horizontal est sous une latitude qui se trouve dans la table , par exemple 45° , on voit d'un coup d'œil que les lignes de XI & I heures doivent faire avec la méridienne , des angles de $10.44'$ au centre du cadran ; celles de X & II heures , des angles de $22.12'$.

Si la latitude ne se trouve pas dans la table , on peut prendre sans erreur sensible des parties proportionnelles : ainsi , par exemple , pour la latitude de $48^{\circ} 50'$, qui est celle de Paris , on prendra les $\frac{1}{6}$ de la différence qui se trouve entre les angles de la même ligne horaire pour 47° & 49° , & on ajoutera cette partie proportionnelle à l'angle répondant à la latitude de 48° . On a , par exemple , 10 minutes pour la différence des angles de la ligne de XI heures dans ces dernières latitudes ; les $\frac{1}{6}$ de cette différence sont $8'$ & $\frac{1}{3}$: ajoutez donc $8'$ à l'angle de $11^{\circ} 16'$, qui répond à la latitude de 48° , & vous aurez $11^{\circ} 24'$ pour l'angle cherché.

Il est nécessaire d'observer que cette table , annoncée pour les cadrans horizontaux , est également propre à servir aux cadrans verticaux méridionaux ou septentrionaux ; il suffit de faire attention qu'un cadran vertical méridional , pour un certain lieu , est le même que l'horizontal d'un lieu dont la latitude seroit le complément de la sienne. Ainsi un cadran vertical méridional , pour le 42° degré de latitude , est le même qu'un horizontal pour le 48° degré , & *vice versa*.

C'est sur-tout dans la construction de ces ca-

drans verticaux que se manifeste l'utilité de cette table ; car ces cadrans étant d'ordinaire très-grands, on ne peut y pratiquer facilement les regles ordinaires de la gnomonique. Pour y suppléer, après avoir fixé le centre du cadran & l'équinoxiale, on prend pour sinus total la partie de la méridienne comprise entre l'équinoxiale & le centre, & on la suppose divisée, ou on la divise en 1000 parties ; puis on cherche dans la table & pour la latitude donnée, c'est-à-dire son complément pour un cadran vertical, les tangentes des angles des lignes horaires avec la méridienne, pour I, II, III, IV, &c. & on les porte de côté & d'autre sur l'équinoxiale : les points où elles se terminent sont les points horaires de I & XI heures, II & X heures, &c.

Sous la latitude de 42° , par exemple, on a à construire un cadran vertical méridional ; le complément de 42° est 48° . On considérera donc ce cadran comme un cadran horizontal pour le 48° degré. Or l'on trouvera pour les angles des lignes horaires avec la méridienne, pour cette latitude, $11^{\circ} 16'$, $23^{\circ} 13'$, $36^{\circ} 37'$, $52^{\circ} 9'$, $70^{\circ} 10'$, $90^{\circ} 0'$, dont les tangentes (le rayon étant seulement divisé en 1000 parties) sont respectivement 199, 428, 743, 1286, 2772, *infin.* ; ainsi divisant en 1000 parties la portion de méridienne comprise entre le centre & l'équinoxiale, vous porterez sur cette équinoxiale, de part & d'autre de la méridienne, 199 parties, vous aurez les points de XI & I heures ; portez ensuite, de part & d'autre de la méridienne, 428 parties, vous aurez les points de X & II heures, & ainsi des autres ; tirez enfin du centre à chacun de ces points des lignes droites, ce seront les lignes horaires.

236 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

La dernière tangente , qui répond à VI heures , étant infinie , cela annonce que la ligne horaire qui lui répond doit être parallèle à l'équinoxiale , ainsi qu'on le sçait d'ailleurs.

Pour peu qu'on soit géometre , tout cela n'a pas la moindre difficulté.

Pl. 9,
fig. 19. Afin de donner une idée de la construction de la seconde table , que le cercle MBND représente l'horizon d'un lieu , Z son zénith , P le pôle , ZB le vertical où se trouve le soleil , & PSA le cercle horaire où se trouve le même astre : il est évident que , l'heure étant donnée , l'angle ZPS est connu ; que , le jour de l'année étant donné , on connoît la distance du soleil à l'équateur , & par conséquent l'arc PS , qui n'est autre chose , pour notre hémisphere , que le quart de cercle , moins la déclinaison du soleil , si elle est boréale , ou plus cette déclinaison , si elle est australe ; enfin , la hauteur du pôle étant donnée , on connoîtra l'arc PZ , qui est son complément : on connoîtra donc dans le triangle sphérique ZPS , les arcs ZP & PS , avec l'angle compris ZPS : on pourra donc trouver l'angle PZS , dont le restant à 180° , fera l'angle MZB ou MCB , que fait avec le méridien le vertical du soleil.

Enfin dans le même triangle on trouvera le côté ZS , complément de la hauteur du soleil sur l'horizon au même instant , & par conséquent cette hauteur même.

C'est par ce procédé qu'on a construit les tables suivantes , que nous ne donnons que pour la latitude de 49° , qui est , à 9' près , celle de Paris. Elles exigeroient trop d'étendue , si nous entreprenions de les donner pour tous , ou même seulement pour quelques degrés de latitude.

TABLE DES VERTICAUX DU SOLEIL

à chaque heure du jour & au commencement de chaque

signe, pour la latitude de Paris, 48 deg. 50 min.

	XI. I.	X. II.	IX. III.	VIII. IV.	VII. V.	VI. VI.	V. VII.	IV. VIII.
☐	30.25	53.49	70.49	84. 2	95.23	105.58	116.28	
H Q	29. 6	50.40	67.40	81.10	92.48	103.36	114.20	
⋈	23.34	44. 0	60.36	74.21	86.23	97.38		
γ	19.36	37.30	53. 2	66.30	78.36	90. 0		
) (m	16.45	32.30	46.42	59.30	71.12			
≈	14.57	29.15	42.24	54.28				
☼	14.20	28. 5	40.50	52.35				

On s'est borné ici au commencement des signes, pour abréger.

*TABIE DES HAUTEURS DU SOLEIL
à chaque heure du jour, pour le commencement de chaque
siècle, & pour la latitude de Paris, de 48 deg. 50 min.*

	XII.	XI. I.	X. II.	IX. III.	VIII. IV.	VII. V.	VI. VI.	V. VII.	IV. VIII.
64°	62. 1	55.22	46.38	37.00	27.11	17.32	8.22		
H 2	61.21	58.55	52.38	44.10	34.40	24.51	15. 6	5.54	
8 M	52.40	50.38	45. 8	37.20	28.14	18.32	8.45		
7 =	41.10	39.29	34.46	27.45	19.16	9.55	0.33		
) (M	29.40	28.14	24. 9	17.52	10. 2	1.30			
≈ †	21. 1	19.45	16. 2	10.18	3.10				
70	17.45	16.30	12.57	7.25	0.40				

Nous avons fait , au reste , à cette table ,
quelque changement , dont nous expliquerons
le motif un peu plus bas.

PROBLÈME XXI.

Autre maniere de construire un Cadran solaire horizontal & universel.

DANS une des deux constructions précédentes, on a rendu la ligne équinoxiale propre à montrer les heures pour toutes les latitudes, en éloignant ou rapprochant le centre du cadran; mais ici nous supposerons que ce centre soit fixe, & qu'on puisse seulement faire varier à ce point l'inclinaison du style, qui doit toujours regarder le pôle. Voici la construction d'un cadran horizontal de ce genre.

Soient tirées par le centre déterminé du cadran *Pl. 9,* C, les deux lignes perpendiculaires AB, EF, dont *fig. 20.* la première étant prise pour la ligne de 6 heures, la seconde sera la méridienne: du point B, pris à discrétion, comptez sur la méridienne autant de parties égales qu'il vous plaira, par exemple six; & décrivez par les points de division sept cercles concentriques, qui représenteront les cercles de latitude de 5 en 5 degrés, depuis 30° jusqu'à 70, afin que ce cadran puisse servir dans la plus grande partie de l'Europe. Cette division de 5 en 5 degrés est suffisante, parcequ'on peut facilement juger à l'œil des points intermédiaires. On supposera donc que le plus petit cercle, passant par le point D, représente le cercle de latitude de 60°. Prenez sur ce cercle, à compter de la méridienne & de chaque côté, les arcs ou angles marqués dans la première des tables ci-dessus pour les lignes horaires de I & XI heures, II & X heures, &c. & pour la latitude de 60°.

Faites la même opération pour le cercle sui-

240 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

vant , qui répond à la latitude de 55° ; & ainsi successivement pour tous les autres. Joignez enfin par une ligne courbe les points de division semblables , vous aurez votre cadran construit.

Vous y connoîtrez l'heure , en élevant le style de l'angle convenable à la latitude du lieu ; & , ayant orienté le cadran de maniere que sa méridienne coïncide avec la méridienne du lieu , & que l'axe regarde le nord , vous examinerez où tombe l'ombre de cet axe ou style sur le cercle répondant à la latitude de ce lieu , & vous aurez l'heure.

R E M A R Q U E.

ON oriente ordinairement ces cadrans portatifs, au moyen d'une petite boussole placée dans un renfoncement circulaire , creusé quelque part dans l'épaisseur du cadran. Mais on se tromperoit beaucoup si l'on se bornoit à faire tomber l'aiguille aimantée sur la méridienne du cadran , car il n'est presque aucun endroit de la terre où cette aiguille ne décline plus ou moins vers l'est ou l'ouest. A Paris , par exemple , elle décline actuellement vers l'ouest , de $19^{\circ} 30'$. Il faudroit donc , pour orienter à Paris ce cadran , le placer de maniere que l'aiguille aimantée de sa petite boussole fût avec sa méridienne un angle de $19^{\circ} 30'$, & fût placée du côté de l'ouest : alors la méridienne du cadran coïncideroit avec celle de Paris. Cet exemple suffit pour faire concevoir comment on devroit se conduire à cet égard dans un lieu où la déclinaison seroit plus grande ou moindre , ou dans un sens contraire , c'est-à-dire à l'est , comme elle étoit à Paris il y a un siecle & demi.

PROBLÈME

PROBLÈME XXII.

Etant donnés la hauteur du soleil, le jour de l'année, & la hauteur du pôle du lieu, trouver l'heure par une construction géométrique.

NOUS ne donnons cette opération que comme une sorte de curiosité géométrique ; car il faut convenir que le calcul donnera une toute autre précision. Cependant, comme la solution de ce problème présente un exemple assez ingénieux de résolution graphique d'un des cas les plus compliqués de la trigonométrie sphérique, nous avons cru que nos lecteurs, ceux du moins qui sont assez géomètres pour cela, la verront avec plaisir.

Reprenons donc la *fig. 19, pl. 9*, dans laquelle PZ représente le complément de la hauteur du pôle ; ZS le complément de la hauteur du soleil, lequel est connu, cette hauteur étant donnée par la supposition ; PS enfin, la distance du soleil au pôle, qui est aussi donnée chaque jour, puisque chaque jour on connoît la déclinaison du soleil ou son éloignement de l'équateur : on connoît donc dans ce triangle ZPS les trois côtés, & l'on demande l'angle ZPS ; qui est l'angle horaire, ou l'angle du cercle horaire occupé par le soleil avec le méridien. Ce cas est donc un de ceux de la trigonométrie sphérique, où les trois côtés d'un triangle non-rectangle étant donnés, on demande un des angles. Pl. 9,
fig. 19.

On le résoudra ainsi graphiquement. Dans un cercle assez grand, pour avoir les demi quarts de degrés, prenez sur sa circonférence un arc égal à l'arc PZ, & tirez les deux rayons CP, CZ ; d'un côté de cet arc, prenez PS égal à l'arc PS, Pl. 9,
fig. 19, 21.

Tome III.

Q

242 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

& de l'autre ZR égal à l'arc ZS ; des points R & S abaissez deux perpendiculaires , ST , RV , sur les rayons PC , CZ , lesquelles se couperont en un point quelconque X : alors, si ST est le sinus total, on aura TX pour le co-sinus de l'angle cherché : ce qu'on construira géométriquement de cette manière.

Du centre T , avec le rayon TS , ou son égal Tf , décrivez un quart de cercle compris entre TP & TX prolongées ; tirez XY parallèlement à TP ; l'arc YS sera l'arc cherché, ou la mesure de l'angle horaire SPZ ; ainsi l'angle YTX sera égal à cet angle.

On pourroit, par une construction semblable, trouver l'angle en Z , dont le complément est l'azimuth du soleil. Mais en voilà assez sur une opération plus curieuse qu'utile.

Cette construction est au surplus incomparablement plus simple & plus élégante que celle que M. Ozanam enseigne pour la solution du même problème.

PROBLÈME XXIII.

Construire un Cadran solaire horizontal qui montre les heures au moyen d'un style vertical immobile à son centre.

LA construction de ce cadran exige l'usage de la table des verticaux ou azimuths du soleil, qu'on a donnée dans le problème XXI. Cette table supposée construite, on opérera ainsi.

Pl. 10, Tirez par le pied du style la ligne méridienne
fig. 22. AB , d'une longueur à volonté, & décrivez du centre C , par l'extrémité B , un arc de cercle, que vous prendrez pour le tropique du Cancer

(☉). Ayant fait ensuite CD environ le tiers de CB , divisez l'intervalle DB en trois parties égales, par lesquelles, du centre, vous tracerez des cercles concentriques au premier: le plus petit représentera le tropique du Capricorne ☿; les autres représenteront les paralleles des signes moyens.

Cela fait, sur le cercle extérieur, en commençant du point B , prenez les angles ou les arcs BI , BII , égaux à ceux qui sont donnés par la table pour I & II heures, lorsque le soleil est dans ☉, & marquez ces points de I & II heures; faites-en autant pour les II & X heures, &c.

Vous prendrez pareillement, au moyen de la même table, les angles ou les arcs compris entre la méridienne pour XI & I heure, X & II, IX & III, &c. lorsque le soleil entre dans les Gemeaux & le Lion (♊ ♌). Vous en ferez de même sur le troisieme cercle, qui répond à l'entrée du soleil dans le Taureau & la Vierge (♉ ♍); & ainsi des autres: ce qui vous donnera sur chaque cercle les points de chaque heure. Vous réunirez enfin tous les points des heures semblables par une ligne courbe, & vous aurez votre cadran construit. Vous y reconnoîtrez l'heure, en examinant l'ombre sur le cercle qui désigne le lieu du soleil dans le zodiaque au jour donné. On pourra, pour plus de précision, diviser en trois parties égales les petits intervalles que ces cercles laissent entre eux, & y faire passer des cercles ponctués, qui serviront pour les jours où le soleil occupe dans le zodiaque des positions moyennes.

REMARQUE.

ON pourroit, par ce moyen, faire servir dans une chambre le bord de l'ombre du montant d'une

Qij

244 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

croisée, pour désigner les heures; car si ce montant est bien à plomb, il représentera un style vertical indéfini, & l'on pourroit, par le procédé ci-dessus, tracer sur le carreau de la chambre les cercles répondants aux signes du soleil & les lignes horaires. On y connoîtra l'heure, en examinant sur le cercle qui répond au lieu que le soleil occupe dans le zodiaque, l'intersection de l'ombre avec ce cercle.

PROBLÈME XXIV.

Construction d'un autre Cadran solaire horizontal & mobile, montrant les heures par les seules hauteurs du soleil.

CE cadran nous a paru fort ingénieux, & d'un usage fort commode, vu qu'il n'exige ni méridienne tracée, ni boussole, mais seulement la connoissance du signe & du degré qu'occupe le soleil; ce que nous rendons même plus facile, en substituant à cette connoissance celle du jour du mois, qui n'est ignoré de personne. Il est seulement sujet à cet inconvénient, que les heures approchantes & voisines du lever ou du coucher du soleil, ne sçauroient y être marquées. Nous enseignerons pourtant le moyen d'y remédier.

Pl. 10, fig. 23. Ayant pris A pour le sommet d'un style AB, d'un pouce, par exemple, de hauteur, soit tirée la ligne indéfinie DAC, & sa perpendiculaire AG; soient aussi tirées les lignes AI, AH, AF, AE, faisant les angles CAI, IAH, HAG, &c. égaux; puis, ayant pris la ligne AC pour celle qui répondra au 21 Décembre jour du solstice d'hiver, vous prendrez, au moyen de la 3^e table

donnée ci-dessus, les distances du soleil au zénith pour chaque heure du jour, lors de l'entrée du soleil dans le Capricorne, & vous ferez les angles AB_{12} , AB_{11} , AB_{10} , &c. égaux aux angles que vous aurez trouvés.

Sur la ligne AD , destinée au 21 Juin, jour du solstice d'été, prenez A_{12} , A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , A_5 , &c. telles que les angles AB_{12} , AB_1 , AB_2 , AB_3 , &c. soient égaux aux distances du soleil au zénith lorsqu'il est midi, une heure ou 11 heures, 2 heures ou 10 heures, &c.

Pareillement sur la ligne AI , ayant élevé une perpendiculaire égale à la hauteur du style AB , faites les angles AKL , AKM , AKN , &c. égaux aux distances du soleil au zénith, à midi, une heure, deux heures, &c. lorsque le soleil entre dans le Verseau ou le Sagittaire, & marquez sur cette ligne les points L , M , N , &c: ce seront ceux de midi, une heure ou 11 heures, 2 heures ou 10 heures, &c.

Sur chacune des lignes AH , AG , AF , &c. faites une construction semblable; vous aurez sur chacune de ces lignes les heures de la journée. Joignez enfin par une ligne courbe les points horaires semblables, comme les points de midi, les points d'une heure ou 11 heures, &c; vous aurez votre cadran construit, & vous y trouverez l'heure de la manière suivante.

Supposons, par exemple, que le jour donné soit le 21 Octobre, vous prendrez la ligne AH , & vous exposerez sur un plan horizontal le cadran au soleil, en sorte que l'ombre du style tombe sur cette ligne AH : l'endroit où se terminera cette ombre donnera l'heure.

Si le jour donné est un jour autre que l'un de

246 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

ceux auxquels conviennent les lignes AC, AH, AI, &c. on trouvera facilement la ligne intermédiaire, sur laquelle on doit faire tomber l'ombre du style, en comptant le nombre des jours écoulés depuis le 21 du mois le plus prochain. Que ce soit, par exemple, le 10 Avril. Il y a du 21 Mars au 10 Avril 19 jours; ainsi il faudroit que la ligne de l'ombre fût avec la ligne A, un angle de 19 degrés. Si donc du centre A on décrit un demi-cercle divisé en degrés, & qu'on tire des lignes ponctuées de 5 en 5 degrés, il n'y aura aucune difficulté à diriger l'ombre sur la ligne convenable.

R E M A R Q U E S.

I. IL est aisé de voir que, dans les heures voisines du lever ou du coucher du soleil, la longueur de l'ombre la fera tomber hors du cadran. Mais si l'on veut remédier à cet inconvénient, on le pourra ainsi : Il n'y aura qu'à ajuster au cadran un rebord circulaire, concentrique au style, & de même hauteur : il sera facile de trouver sur ce rebord les points où se terminera l'ombre aux différentes heures, jusqu'au moment du coucher du soleil.

II. On pourroit aussi donner au cadran une concavité qui fût une portion de surface sphérique, assez creuse pour que le sommet du style se trouvât à même hauteur que le rebord. On trouvera, par la méthode indiquée ci-dessus, les points horaires, sans en excepter les plus voisins du coucher & du lever du soleil; car il est évident que l'ombre du style ne sortira jamais de l'étendue de cette surface sphérique-concave.

PROBLÈME XXV.

Décrire un Cadran horizontal , qui montre les heures au soleil sans l'ombre d'aucun style.

L'INVENTION de ce cadran est fort ingénieuse ; mais M. Ozanam n'a pas fait attention à une circonstance très-essentielle , sçavoir la déclinaison de l'aiguille aimantée , qui étoit de son temps déjà considérable , & qui , étant aujourd'hui de 19 degrés & demi , causeroit une erreur énorme , sans l'expédient que nous ajouterons à sa construction. Mais nous commencerons par supposer cette aiguille sans déclinaison.

Cette construction suppose la table des azimuths ou verticaux du soleil , que nous avons donnée dans le problème XXI. Décrivez sur un Pl. 11,
plan horizontal mobile , le parallélogramme rec- fig. 24.
tangle ABCD ; que chacun des deux côtés opposés , AB , CD , soit aussi divisé en deux également aux points E , F , que vous joindrez par la droite EF , qui sera la méridienne ; sur cette ligne prenez à discrétion le point G pour le pied du style , & les points F & H pour les points solsticiaux du Cancer & du Capricorne , par lesquels vous décrirez du point G , comme centre , deux circonférences de cercles qui représenteront les tropiques ou les commencements de ces signes.

Vous diviserez ensuite l'espace HF en six parties égales , par les extrémités desquelles vous décrirez cinq autres cercles , qui représenteront par ordre les cercles de déclinaison des commencements des autres signes deux à deux ; car la déclinaison du premier degré du Lion , est la même que celle du premier degré des Gemeaux ; celle

Q iv

248 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

du premier degré du Taureau , la même que celle du premier degré de la Vierge , &c.

Prenez après cela, sur le cercle représentant le tropique du Cancer, les arcs qui répondent aux azimuths du soleil à 11^h & 1^h , à 10^h & 2^h , à 9^h & 3 heures, &c. tels qu'ils sont marqués dans la table indiquée ci-dessus, & portez-les sur ce cercle d'un côté & de l'autre de la ligne GH; faites-en autant pour le cercle qui convient aux commencements des Gemeaux & du Lion, & ainsi des autres; liez enfin, par une ligne qui fera nécessairement courbe (si ces cercles sont également espacés), les points des mêmes heures: vous aurez votre cadran tracé.

Afin de suppléer au style, élevez au point G une petite pointe, sur laquelle vous poserez une aiguille aimantée, en sorte qu'elle puisse librement tourner, & prendre sa direction naturelle.

Pour connoître l'heure, il suffira de présenter ce cadran au soleil, le côté HB étant du côté opposé à cet astre, & de telle manière que les côtés CB, DA, ne jettent aucune ombre: alors l'aiguille aimantée montrera, par son intersection avec l'arc du signe où se trouve alors le soleil, l'heure qu'il est. Dans la figure, si l'on suppose le soleil au commencement du Cancer, elle indiqueroit qu'il est environ $9\frac{3}{4}$ heures du matin.

REMARQUE.

MAIS nous avons déjà observé plus haut que cela seroit seulement vrai, si l'aiguille aimantée n'avoit point de déclinaison: or elle en a une à Paris qui est actuellement de $19^{\circ}\frac{1}{2}$ à l'ouest. Ceci exige donc une correction, & la voici.

L'aiguille se trouvant toujours trop avancée vers

L'ouest de $190^{\circ}\frac{1}{2}$, au lieu de faire les angles C, B, A, D, droits, recoupez votre planchette de manière que les angles B & D soient de $109^{\circ}\frac{1}{2}$, & les angles C & A de $70^{\circ}\frac{1}{2}$ seulement : cela rectifiera l'erreur de la déclinaison ; & il suffira d'exposer le cadran au soleil, comme on l'a dit ci-dessus, en sorte que les côtés CB, AD, ne jettent point d'ombre.

PROBLÈME XXVI.

Décrire un Cadran qui montre les heures par réflexion.

ON peut décrire sur une muraille obscure, ou bien sur un plafond, un cadran où l'on puisse connoître les heures par réflexion, en cette sorte. Décrivez un cadran sur un plan horizontal qui puisse être éclairé des rayons du soleil, par exemple sur l'appui d'une fenêtre, en sorte que le centre du cadran soit du côté du septentrion, & l'équinoxiale du côté du midi ; ce qui donnera aux lignes horaires une position contraire à celle qu'elles doivent avoir dans les cadrans horizontaux ordinaires. Ce cadran étant ainsi construit avec son petit style droit, appliquez un filet sur quelque point que vous voudrez d'une ligne horaire, & étendez-le fermement, jusqu'à ce que, passant par le bout du style, il rencontre la muraille ou le plafond en un point : ce sera un de ceux de l'heure sur laquelle le filet aura été appliqué. On trouvera de cette manière, pour chaque ligne horaire, quatre ou cinq points, par lesquels on mènera une ligne qui sera celle qu'on cherche. En répétant cette construction pour toutes les lignes horaires, le cadran sera tracé.

250 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Enfin, pour connoître les heures par réflexion ; on adaptera au sommet du style un petit miroir d'un pouce ou deux de diametre, fixé bien horizontalement : la lumiere qu'il réfléchira donnera l'heure.

Au lieu d'un miroir, on pourra adapter à ce sommet un petit godet d'un pouce ou deux de diametre, qu'on remplira d'eau, jusqu'à ce que sa surface soit à la hauteur précise de la pointe du style : sa lumiere réfléchie marquera également les heures, & sera plus facile à discerner dans les temps nébuleux, ou le soleil paroît à peine, parceque la surface de l'eau a d'ordinaire un petit mouvement qui, en faisant trembloter cette lumiere, la rend perceptible malgré sa foiblesse.

Autre Maniere.

Placez dans un endroit déterminé de l'appui d'une croisée, un petit godet que vous remplirez d'eau jusqu'à une hauteur donnée ; ayez à proximité, sur ce même appui, un cadran solaire ; & , lorsque vous verrez l'ombre du style tomber sur l'heure de midi, marquez sur le plafond ou le mur qui reçoit la lumiere réfléchie du soleil, le point du milieu de l'image de cet astre ; faites la même chose à l'égard de toutes les autres heures, & notez ces points de l'heure à laquelle ils répondent.

Deux ou trois mois après, lorsque le soleil aura considérablement changé de déclinaison, faites la même opération : vous aurez deux points de chaque ligne horaire : c'est pourquoi, si la surface où ils sont tracés est plane, en les joignant par une ligne droite, on aura la ligne horaire cherchée.

Mais si la surface qui reçoit la lumiere réflé-

chie, étoit une surface courbe ou irrégulière, il faudroit un plus grand nombre de points pour avoir la ligne horaire. Pour la tracer exactement, il faudroit réitérer l'opération de trouver un point de chacune pendant cinq à six mois, depuis un solstice jusqu'à l'autre; en joignant tous ces points par une courbe, on auroit la ligne horaire.

Troisième Manière.

Ayant décrit sur un plan horizontal, comme **Pl. II,**
ABCD, les heures à la manière ordinaire, tour- **fig. 25.**
nez ce cadran en sens contraire de celui où il devroit être, & sur la ligne méridienne élevez en un point **E** un style droit, de la hauteur dont il devroit être pour marquer les heures; garnissez ce style d'un petit miroir plan, sis de telle manière qu'il soit bien vertical, que son plan soit perpendiculaire à celui de la méridienne, & que son centre enfin réponde au sommet du style, comme on voit dans la figure: la lumière réfléchie du soleil marquera les heures sur ce cadran.

Quatrième Manière.

On pourroit, par un moyen semblable, tracer un cadran solaire contre un mur exposé au nord, & qui montreroit les heures par la réflexion du soleil contre un petit miroir vertical placé contre un mur exposé au midi. La chose ne seroit pas bien difficile; mais nous laisserons à notre lecteur le plaisir de s'exercer à la trouver.

PARADOXE GNOMONIQUE.

Tout Cadran solaire , quelque exactement construite qu'il soit , est faux , & même sensiblement , dans les heures voisines du coucher du soleil.

LES astronomes qui connoissent l'effet de la réfraction , n'auront pas de peine à sentir aussi-tôt la vérité de ce que nous avançons. Nous allons la rendre sensible pour tous nos lecteurs.

C'est un fait connu aujourd'hui de tous les physiciens , que les astres paroissent toujours plus élevés qu'ils ne le sont réellement , à moins qu'ils ne soient au zénith. Ce phénomène est produit par la réfraction qu'éprouvent leurs rayons dans l'atmosphère , & l'effet en est assez considérable dans le voisinage de l'horizon ; car , lorsque le centre du soleil est réellement dans l'horizon , il paroît encore élevé de plus d'un demi-degré , ou de 33 minutes qui sont , dans nos climats , la quantité de la réfraction horizontale. Le centre du soleil est donc réellement dans l'horizon , & astronomiquement couché , lorsque son bord inférieur ne touche pas même l'horizon , mais qu'il en est encore éloigné d'un demi-diamètre apparent du soleil.

Supposons donc que le jour de l'équinoxe , par exemple , on observe l'heure que montre un cadran solaire vertical tourné au couchant , lorsque le soleil est prêt à se coucher. Au moment où une pendule bien réglée sonneroit six heures , l'ombre du style devroit être sur la ligne de six heures , & elle y seroit effectivement , si le soleil étoit dans l'horizon ; mais , étant élevé sur l'horizon de 32' , l'ombre du style restera au dessous de 6 heures ,

car c'est par l'image apparente du soleil que cette ombre est formée : elle n'arrivera même à cette ligne que lorsque le soleil aura encore descendu de 32' ; ce à quoi il emploiera , sous la latitude de Paris , plus de 3'. Or , dans un grand cadran solaire , une erreur de 3' & plus est très-sensible.

Si le soleil est dans le solstice d'été , comme il met , sous la latitude de Paris , plus de 4' à descendre verticalement de 33' l'horizon , à cause de l'obliquité avec laquelle le tropique coupe ce cercle , & de la place que son diamètre occupe sur le tropique , la différence sera encore plus sensible , & d'autant plus , que le chemin que parcourt l'ombre entre 7 & 8 heures , est assez grand pour qu'un douzième ou un quinzième d'erreur soit très-perceptible. J'ai vu , dans un cadran de cette espèce , le point d'ombre qui devoit tomber sur la ligne de 7 heures , en être encore éloigné de plus d'un pouce , quoique à toutes les autres heures du jour ce cadran fût fort exact , & s'accordât avec une excellente horloge qui lui étoit placée en regard. Nous allons en conséquence enseigner une construction de cadran , par laquelle on remédie à cet inconvénient.

PROBLÈME XXVII.

Tracer un Cadran solaire qui montre exactement l'heure , nonobstant la réfraction.

Nous nous bornerons à l'exemple d'un cadran vertical sans déclinaison , & directement tourné au midi , pour un lieu dont la latitude est , comme celle de Paris , de 48° 50'. Ce que nous allons dire pourra facilement s'appliquer à tout autre cadran vertical , même déclinant.

254 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Pl. 12, Soit donc C le centre du cadran qu'on veut
fig. 26. tracer, CXII la ligne de midi. A un point P de
cette ligne, ficez un style droit, formé d'une
simple verge de fer perpendiculaire au plan du
cadran, & terminée par un bouton rond de 7 à
8 lignes de diametre, enforte que le centre de ce
bouton fasse avec celui du cadran une ligne pa-
rallele à l'axe céleste.

Portez ensuite la longueur de ce style, comptée
du centre du bouton, de P en A ; par le point P
tirée l'horizontale QR.

Qu'il faille présentement tracer, par exemple,
la ligne de 4 heures après midi. Considérez AP
comme sinus total, & décrivez du centre A au
rayon AP un quart de cercle. Cherchez dans la
table des verticaux du soleil, aux différentes heu-
res du jour (nous supposons la latitude de Paris),
le vertical du soleil à 4 heures du soir, lors de
l'entrée du soleil dans le Capricorne ; ce même
vertical a la même heure lors de l'entrée du soleil
dans le Verseau ou le Sagittaire, dans la Balance
ou le Bélier, & enfin dans le Taureau ou la Vierge :
ces quatre verticaux serviront à donner quatre
points de la ligne horaire de 4 heures, & feront
suffisants. Ainsi vous trouverez d'abord le vertical
du soleil à 4 heures du soir, lors de son entrée dans
le Capricorne, de $52^{\circ} 35'$; c'est pourquoi vous
tirerez AK, faisant l'angle KAP égal à cet angle
trouvé ; c'est-à-dire que vous prendrez cet angle
avec le rapporteur, ou en faisant l'arc Pk du
nombre de degrés trouvés. Vous tirerez de même
pour les trois autres signes, les lignes AL, AM,
AN, faisant les angles PAL, PAM, PAN, res-
pectivement de $54^{\circ} 28'$, $66^{\circ} 30'$, $74^{\circ} 21'$, &

vous mènerez les verticales indéfinies , KL, LG, MH, NI.

Après cela , cherchez pour le moment de l'entrée du soleil dans le Capricorne , sa hauteur sur l'horizon à 4 heures ; vous la trouverez de 40', à quoi répond une tangente de 1153 , dont le rayon en contient 100000. Or 1153 est la 86^e partie de 100000 ; c'est pourquoi , divisant la ligne AK en 86 parties , portez-en une de K en *f* : le point *f* fera un des points cherchés de la ligne horaire de 4 heures.

Pareillement , pour trouver le point *g*, vous chercherez la hauteur du soleil à la même heure , lors de son entrée dans le Verseau , & vous la trouverez de 30 10', à quoi répond une tangente de 5532 parties , ce qui est la 18^e partie du rayon. Divisant donc AL en 18 parties , & en portant une de L en *g*, vous aurez le second point cherché.

Vous trouverez de même les deux autres ; ensuite vous ferez passer par ces quatre points une ligne qui sera un peu courbe , & vous aurez la ligne horaire de 4 heures.

Faites une semblable opération pour les autres lignes horaires , & vous aurez votre cadran tracé.

Si l'on fait passer une courbe par les points de chaque ligne horaire , qui répondent au commencement du même signe , on aura ce qu'on appelle les arcs des signes , tracés beaucoup plus exactement que par la méthode ordinaire , où l'ombre du sommet du style doit s'écarter de la trace qu'on lui a marquée , lorsque le soleil est voisin de l'horizon.

REMARQUE.

IL est à propos de commencer par tracer , mais

256 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

seulement en lignes occultes , les lignes horaires par la méthode ordinaire ; car on s'apercevra mieux par-là de la différence des lignes horaires tracées par l'un & l'autre moyen.

PROBLÈME XXVIII.

Décrire un Cadran sur la surface convexe d'un cylindre perpendiculaire à l'horizon, & immobile.

CE cadran est un des plus ingénieux , & a cela de particulier , qu'au lieu d'un style , c'est l'ombre d'un cercle horizontal qui sert à montrer l'heure par son intersection avec le parallèle du soleil. Il est propre à faire décoration dans un jardin ou une cour , en servant de piédestal à une figure ou à un autre cadran , sphérique par exemple , comme celui qu'on a décrit & enseigné à construire dans le problème XVI ; tel est celui que représente la Pl. 13, fig. 27, pl. 13. On pourroit arranger les choses fig. 27. de manière que la corniche circulaire , régnant à l'entour de ce piédestal , lui serviroit de ce style circulaire ; ce qui feroit beaucoup meilleur effet que ce cercle horizontal détaché. On voyoit autrefois un semblable cadran , exécuté avec soin , en pierre & en marbre , dans le jardin des RR. PP. Bénédictins de l'abbaye Saint-Germain-des-Prés. Il étoit l'ouvrage du P. Quesnet , religieux de cet ordre , qui a perfectionné à plusieurs égards ce que Kircher & Benedictus avoient déjà enseigné sur ce genre de cadran.

On fait usage , pour cette construction , de la table des verticaux & des hauteurs apparentes du soleil , qu'on a donnée plus haut. Nous disons des hauteurs apparentes , car il est évident que ce que nous

nous avons dit des réfractions est applicable ici, & il n'en coûte d'ailleurs pas plus de peine d'employer les hauteurs apparentes que les hauteurs réelles, comme on a fait jusqu'à présent.

Avec cette double table, on opérera comme on va l'enseigner.

Soit AB le diamètre du cylindre sur lequel on Pl. 14, 15, veut décrire le cadran. De l'une de ses extrémités, fig. 27. comme A, ayant mené la tangente AE égale au demi-diamètre AC, on tirera la sécante CE, qui coupera le cylindre en D : la ligne DE sera la longueur du style. Ce n'est pas qu'on ne pût le faire plus long ou plus court ; mais la longueur DE nous a paru une des plus convenables. Ensuite, du centre C on décrira par le point E, un cercle qui sera concentrique au premier, & qui représentera l'extrémité de tous les styles qu'on suppose implantés à l'entour de ce cylindre. Sur la grandeur de ce cercle on en fait un de fer, que l'on soutient par des tenons qui l'entretiennent à égale distance du cylindre, & qui sert à marquer les heures. Il vaudroit mieux couronner ce piédestal cylindrique par une tablette de marbre propre, & ayant la saillie convenable, en sorte que son bord inférieur marquât l'heure.

Cela fait, sur KF, égale à la ligne DE, ayant Fig. 28. décrit le quart de cercle EN, & l'ayant divisé en ses degrés, on comptera depuis F vers N la plus grande hauteur du soleil sur l'horizon du lieu, laquelle étant à Paris de $64^{\circ} 39'$, donnera l'arc FM d'autant de degrés & de minutes. On tirera par le point M la sécante KI, laquelle rencontrant le cylindre au point I, on aura FI, tangente de $64^{\circ} 39'$ pour la hauteur du cadran, que l'on doit néanmoins prendre un peu plus grande, afin de laisser

258 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

entre la plus basse ombre & le pied quelque distance , pour y inscrire les heures & les signes. Il faut aussi que le cylindre soit de telle grosseur que les heures puissent être marquées distinctement sur sa surface.

Comme l'opération sur le corps cylindrique se fait de même que sur le plan , mais moins commodément , il faut développer la surface du cylindre en un rectangle $FHLI$, dont la longueur soit égale à sa circonférence $ADBF$, & la hauteur LI égale au moins à la tangente ci-dessus.

Ayant divisé FH par le milieu en G , tirez-lui par ce point la perpendiculaire $G XII$; après quoi divisez chacun des deux espaces HG , GF , en 180 parties ou degrés , qui commenceront à se compter de part & d'autre du point G , qui est le point de midi : les points de 90 degrés , qui partagent en deux également chacun des intervalles HG , GF , en deux parties égales , sont les points de 6 heures du matin & du soir , qui se trouvent diamétralement opposées sur le cylindre , comme la ligne $G XII$ de midi est diamétralement opposée à la ligne FI ou HL , qu'il faut imaginer réunies , & n'en faire qu'une sur le cylindre.

Ensuite , par chaque degré de l'arc FM , tirez des sécantes ; elles marqueront sur FI les tangentes successivement de 1 , 2 , 3° , &c. jusqu'à celle de 64° 39' , au-delà de laquelle il est superflu de passer , puisque l'on ne sçauroit en employer de plus grande.

Ces préparations faites , pour avoir les heures sur ce cadran , & y marquer par exemple le point de X heures du matin ou de II heures du soir , pour le temps de l'entrée du soleil dans le signe des φ , vous trouverez dans la table des verticaux

du soleil donnée plus haut, sous X. II, le nombre $53^{\circ} 49'$ pour le vertical du soleil à X ou II heures, au commencement de \odot . Vous trouverez aussi dans la table des hauteurs, que celle du soleil, pour la même heure & le même parallèle, est de $55^{\circ} 22'$. Avec ces deux nombres vous irez au cadran, où vous compterez sur l'horizontale FH, depuis le point G de midi vers F, $53^{\circ} 49'$ pour le vertical du soleil, & sur FI vous compterez, depuis F, $55^{\circ} 22'$. Par les deux points où se termineront ces nombres, tirez deux parallèles aux côtés respectifs du rectangle : leur intersection donnera le point horaire cherché.

Remarquez que les heures du soir doivent être la droite de celle de midi, & celles du matin la gauche.

Je suppose encore, pour instruire le lecteur par plus d'un exemple, qu'on veuille marquer le point de VII heures du matin ou V heures du soir, pour l'entrée du soleil aux signes de γ & de $\text{m}\eta$, on consultera les deux tables ci-dessus, & l'on trouvera qu'à VII heures du matin ou V heures du soir, le vertical du soleil est éloigné du méridien de $86^{\circ} 23'$, & que sa hauteur est de $18^{\circ} 29'$. Avec ces deux nombres on viendra au cadran, & l'on comptera sur FH, depuis G, $86^{\circ} 23'$ pour le vertical du soleil ; & sur la ligne FI on comptera, depuis F, $18^{\circ} 29'$: l'intersection des deux lignes tirées parallèlement aux côtés du rectangle, donnera le point de VII heures du matin ou V heures du soir, lors de l'entrée du soleil dans les signes γ ou $\text{m}\eta$.

Par tous les points ainsi trouvés pour une même heure, à l'entrée du soleil dans chaque signe du zodiaque, ce qui donne sept opérations seulement,

260 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

on tracera une ligne qui sera la ligne horaire ; on joindra aussi par une ligne courbe toutes les heures du jour , lorsque le soleil occupe le commencement de chaque signe , & l'on aura sept autres lignes , qui couperont les lignes horaires , & qui seront les paralleles des commencements des signes.

Pour connoître l'heure sur ce cadran , il faut sçavoir premièrement dans quel parallele est le soleil , & observer l'intersection de l'ombre avec ce parallele : la ligne horaire qui passera par ce point , sera celle qui désignera l'heure. Par exemple , supposons que l'ombre du style coupe , le jour de l'entrée du soleil dans le signe de la Vierge , le parallele de ce signe , PQR , dans le point O , qui est à moyenne distance des points où ce parallele est coupé par les lignes de VIII & IX heures , on en conclura qu'il est VIII heures & demie.

On pourroit aussi connoître l'heure par l'intersection du parallele du soleil avec la ligne d'ombre du cylindre , comme l'enseigne M. Ozanam ; mais cette ligne étant toujours mal terminée , comme on l'a observé à l'égard des cadrans faits d'un globe , on ne doit point se servir de cette maniere.

R E M A R Q U E S .

I. L'usage de ce cadran deviendra plus commode , si , au lieu des signes du zodiaque , on emploie les mois de l'année ; car presque tout le monde sçait chaque jour quel mois & quel quantieme du mois court ; mais , à l'exception des astronomes , peu de personnes sçavent quel signe répond à chaque mois , & dans quel tiers ou quart de chaque signe on est à chaque jour. Il faut consulter pour cela un Almanach.

Cette innovation à ce genre de cadran solaire est facile à faire ; car on peut prendre pour vrai , sans erreur sensible , que le 10^e degré de chaque signe répond à chaque premier du mois , attendu que l'équinoxe tombe ordinairement & le plus souvent au 21 Mars. Au lieu donc de prendre le vertical & la hauteur du soleil pour le commencement d'un signe quelconque du zodiaque , il n'y a qu'à prendre ce vertical & cette hauteur pour le 10^e degré de chaque signe ; & l'opération étant faite comme on l'a enseignée , & ayant joint tous les points appartenants au premier du même mois , on aura les paralleles de chaque commencement du mois , & l'on reconnoîtra l'heure avec beaucoup plus de facilité.

II. On fait de petits cadrans cylindriques portatifs , où l'on reconnoît l'heure au moyen d'un style attaché au chapiteau mobile de ce cylindre. On place ce style sur le signe courant , & on le tourne directement au soleil : la longueur de l'ombre sur la verticale parallele à l'axe du cylindre , montre l'heure. La construction de ce genre de cadran cylindrique est si facile , que nous la passons sous silence. On peut la voir dans la plupart des livres de gnomonique.

PROBLÈME. XXIX.

Décrire un Cadran portatif dans un quart de cercle.

LA description de ce cadran dépend encore de la connoissance des hauteurs du soleil à chaque heure du jour , pour une latitude déterminée , suivant le degré du zodiaque qu'occupe le soleil. Ainsi on fera usage de la table donnée plus haut.

R iij

Pl. 15, fig. 29. Soit donc le quart de cercle dont le centre est A. Décrivez à volonté, du centre A, sept quarts de cercle, également éloignés entr'eux; vous les prendrez pour les commencements des signes du zodiaque, le premier & le dernier étant pris pour les tropiques, & celui du milieu pour l'équateur; vous marquerez sur chacun de ces parallèles des signes les points des heures, selon la hauteur que le soleil doit avoir à ces heures, d'après la table dont nous avons parlé. Pour trouver, par exemple, le point de 2 heures du soir ou 10 heures du matin, pour la latitude de Paris, lorsque le soleil entre dans le signe du Lion, ayant trouvé dans la table que le soleil a $52^{\circ} 54'$ de hauteur, faites dans le quart de cercle proposé l'angle BAO de $52^{\circ} 54'$, & l'intersection du parallèle du commencement du Lion avec la ligne AO, sera le point cherché de 2^h du soir ou 10^h du matin, le soleil ayant la latitude du commencement de ce signe.

Ayant fait pareille construction pour toutes les autres heures, & pour le jour de l'entrée du soleil dans chaque signe, il n'y aura plus qu'à joindre ensemble, par des lignes courbes, tous les points d'une même heure, pour avoir le cadran achevé. Elevez ensuite au centre A un petit style perpendiculairement, ou, au lieu de style, placez deux pinnules dont les trous répondent perpendiculairement & à hauteur égale sur le rayon AC, ou une autre ligne qui lui soit parallèle; enfin suspendez au centre A un petit fil ou une soie garnie d'un petit plomb.

Pour vous servir de cet instrument, dirigez-en le plan de manière qu'il soit dans l'ombre, & placez le rayon en sorte que l'ombre du petit style

tombe sur la ligne AC, ou que le rayon solaire enfile les deux trous des pinnules : alors le fil à plomb, par son intersection avec le parallele du soleil, marquera l'heure qu'il est.

Pour connoître l'heure plus facilement, on a coutume d'ajouter au filet pendant du centre A, une petite perle enfilée qui n'y coule pas trop librement ; on avance cette perle sur le signe & degré du soleil marqués sur la ligne AC ; & dirigeant ensuite l'instrument au soleil, comme on l'a dit plus haut, cette perle montre l'heure sur la ligne horaire qu'elle touche.

REMARQUE.

POUR rendre ce cadran plus commode, & par les raisons que j'ai dites en parlant du cadran cylindrique, je voudrois qu'au lieu de marquer les signes du zodiaque, on marquât les jours des mois où le soleil y entre : par exemple, au lieu de marquer à côté du plus petit cercle ☿, on mît 21 Décembre ; à côté du second, d'un côté 21 Janvier au lieu de ♊, signe des Verseaux, & de l'autre 21 Décembre au lieu de ♐, signe du Sagittaire, &c ; car, en supposant les équinoxes invariablement fixés aux 21 Mars & 21 Septembre, les jours où le soleil entre dans chacun des signes du zodiaque, sont, à peu de chose près, les 21 de chaque mois : il ne seroit plus ensuite besoin que de connoître le quantième du mois pour se servir de ce cadran.

On vend à Paris, chez le sieur Baradelle, un cadran portatif, qui ne differe guere du précédent que en ce qu'il est décrit sur un carré long de carton : le principe de sa construction est absolument le même.

PROBLÈME XXX.

Décrire un Cadran portatif sur une carte.

LE cadran que nous allons décrire est ordinairement appelé *le capucin*, parcequ'il ressemble à la tête d'un capucin qui a son capuchon renversé. Il se peut décrire sur une petite piece de carton, ou bien sur une carte, en cette sorte.

Pl. 15, fig. 30. Ayant décrit à volonté une circonférence de cercle, dont le centre est A, & le diametre B 12, divisez cette circonférence en 24 parties égales, ou de 15 degrés en 15 degrés, en commençant depuis le diametre B 12. Joignez les deux points de division également éloignés du diametre B 12, par des lignes droites paralleles entr'elles, & perpendiculaires à ce diametre B 12 : ces paralleles feront les lignes horaires, dont celle qui passe par le centre A, sera la ligne de 6 heures.

Après cela, faites au point 12, avec le diametre B 12, l'angle B 12 V égal à l'élévation du pôle ; & ayant mené par le point V, où la ligne 12 V coupe la ligne de 6 heures, la ligne indéfinie $\sigma\omega$, perpendiculaire à la ligne 12 V, vous terminerez cette ligne $\sigma\omega$ aux points σ & ω , par les lignes 12 σ , 12 ω , qui feront avec la ligne 12 V, chacune un angle de 23 degrés & demi, telle qu'est la plus grande déclinaison du soleil.

On trouvera sur cette perpendiculaire $\sigma\omega$, les points des autres signes, en décrivant du point V, comme centre, par les points σ & ω , une circonférence de cercle, & en la divisant en 12 parties égales, ou de 30 degrés en 30 degrés, pour les commencements des douze signes du zodiaque. Joignez deux points de division opposés

& également éloignés des points \odot , \oslash , par des lignes parallèles entr'elles & perpendiculaires au diamètre $\odot \oslash$, qui donneront sur ce diamètre les commencements des signes, d'où, comme centres, on décrira par le point 12 des arcs de cercle, qui représenteront les parallèles des signes, auxquels par conséquent on ajoutera les mêmes caractères, comme vous voyez dans la figure.

Il faut enfin pratiquer le long de la ligne $\odot \oslash$, une fente qui permette d'y faire couler, mais pas trop librement, un filet garni d'un petit poids suffisant pour le tendre, en sorte qu'on puisse placer son point de suspension à celui de la ligne $\odot \oslash$ qu'on voudra.

Ces arcs des signes serviront à connoître les heures aux rayons du soleil, en cette sorte : Ayant tiré à volonté la ligne $C \oslash$ parallèle au diamètre $B 12$, élevez à son extrémité C un petit style bien droit, & tournez le plan du cadran au soleil, en sorte que l'ombre de ce style couvre la ligne $C \oslash$: alors, le filet pendant librement avec son plomb du point du degré du signe courant du soleil, marqué sur la ligne $\odot \oslash$, montrera en bas, sur l'arc du même signe, l'heure cherchée.

On pourroit garnir ce filet d'une petite perle, pour s'en servir au même usage que dans le problème précédent.

REMARQUE.

CE cadran tire son origine d'un certain cadran rectiligne universel, publié autrefois par le P. de Saint-Rigaud, Jésuite, & professeur de mathématiques au college de Lyon, sous le titre de *Analemma novum* ; mais il nous a paru, quoique M. Ozanam lui ait donné une grande place dans

ses *Récréations Mathématiques*, ainsi qu'à un autre analemme rectiligne universel, que tout ce qu'il en dit est si compliqué, que ce n'étoit guere le lieu de leur donner place dans un ouvrage tel que celui-ci.

P R O B L È M E X X X I.

Construction d'un anneau qui marque l'heure pendant toute l'année.

ON débite chez les facteurs ordinaires d'instruments de mathématiques, des anneaux servant de cadrans portatifs, qui sont défectueux. Les heures sont marquées dans l'intérieur sur une seule ligne, & il y a une petite bande mobile portant un trou qu'on arrête sur le signe du soleil courant, qui est marqué extérieurement. Ces cadrans, disons-nous, sont défectueux; car, rendant ce trou commun à tous les signes du zodiaque marqués sur la circonférence de l'anneau, on ne peut avoir que l'heure de midi juste, & les autres seront indiquées infidèlement. Il faut, au lieu de cela, décrire dans la concavité de l'anneau, sept cercles séparés, pour représenter autant de paralleles de l'entrée du soleil dans les signes, & sur chacun desquels on doit marquer séparément les hauteurs du soleil, à son entrée dans le signe qui appartient au parallele pour lequel le cercle a été tracé. Ces points ainsi notés, doivent être réunis par des lignes courbes, qui seront les véritables lignes horaires, ainsi que l'a remarqué le P. Deschales.

Pl. 16, Soit donc préparé un anneau, ou plutôt soit
fig. 31. décrit un cercle de la grandeur de l'anneau que l'on veut diviser; ensuite ayant choisi le lieu B de suspension, soient pris en A & O, à droite &

à gauche de B , 49 degrés pour la latitude de Paris , c'est-à-dire pour la distance du zénith à l'équateur ; & par les points A & O soit menée AO , & la perpendiculaire AD à AO ; soit enfin menée par A & le centre la ligne A 12 , qui désignera l'équateur : le point 12 sera l'heure de midi pour le jour de l'équinoxe.

Afin de trouver les autres points horaires du même jour au commencement du Bélier & de la Balance , décrivez du centre A le quart de cercle OD , & prenez du point O , en comptant vers P , les hauteurs du soleil aux diverses heures du jour , comme à 1 & 11 heures , à 2 & 10 heures , &c : les lignes tirées par le centre A & ces points de division , étant prolongées jusqu'à la circonférence du cercle B 12 D , &c. y donneront les points horaires pour le jour de l'équinoxe.

Pour avoir les divisions horaires des cercles correspondants aux autres signes , vous procéderez ainsi. Prenez d'abord , à droite & à gauche du point A , la double déclinaison des signes , sçavoir les arcs AE , AI , de 23 degrés , pour le commencement du Taureau , ou de la Vierge , du Scorpion ou des Poissons ; AF de $40^{\circ} 26'$, pour le commencement des Gemeaux & du Lion , & son égale AK , pour celui du Sagittaire & du Verseau ; enfin AG & AL , de 47° , pour le commencement du Cancer & du Capricorne.

Pl. 16,
fig. 32.

Qu'il soit question maintenant de trouver sur le cercle les points horaires , par exemple , répondants au commencement du Verseau. Par le point K , qui répond à l'entrée du Verseau , menez la parallèle KP à AO , & la ligne K 12 ; de ce même point K décrivez , entre K 12 & l'horizontale KP , l'arc de cercle QR , sur lequel vous prendrez ,

268 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

en comptant de R vers Q les hauteurs du soleil aux différentes heures de la journée , lorsque le soleil entre dans le commencement du Sagittaire & du Verseau , comme l'on voit dans la figure ; & en tirant de K des lignes à ces points de division , vous aurez les divisions horaires des deux cercles répondants au commencement du Sagittaire & du Verseau. En procédant de même à part pour chaque autre entrée de signe , vous aurez les points horaires des cercles qui leur répondent.

Pl. 16, **fig. 33.** Vous tracerez enfin , dans la concavité de l'anneau , sept cercles paralleles ; celui du milieu pour les équinoxes ; les deux à côté , pour le commencement des signes du Taureau & de la Vierge , du Scorpion & des Poissons ; les deux suivans à droite & à gauche , pour les signes des Gemeaux & du Lion , du Sagittaire & du Verseau ; les deux extérieurs enfin , pour le Cancer & le Capricorne : vous joindrez les points horaires semblables par une ligne courbe , & vous aurez votre anneau décrit.

Il reste à placer convenablement le point qui admettra le rayon solaire ; car il doit être mobile , enforte qu'au jour de l'équinoxe il soit au point A , le jour du solstice d'été en G , en L le jour du solstice d'hiver , & dans les positions intermédiaires pendant les autres jours de l'année. Il faut , pour cet effet , pratiquer dans la partie CBD de l'anneau & dans son milieu , une rainure dans laquelle soit mobile une petite plaque circulaire , portant sur elle le trou qui doit laisser entrer le rayon du soleil ; on marquera sur l'extérieur de cette partie de l'anneau , par des lignes paralleles , les divisions L , K , I , A , E , F , G , en plaçant d'un

côté les marques des signes ascendants , & de l'autre celles des signes descendants. Il sera facile après cela d'arrêter le point mobile A sur la division convenable , ou dans l'entre-deux ; car , pour peu que l'anneau soit grand , on pourra facilement diviser chaque signe en trois ou quatre parties.

Pour connoître l'heure , on commencera par placer le point A de la maniere convenable , suivant le degré du signe occupé par le soleil le jour du mois où l'on est ; on tournera ensuite l'instrument de maniere que le rayon solaire , admis par le point A , tombe sur le cercle du signe où est le soleil : la division sur laquelle il tombera , marquera l'heure.

REMARQUES.

I. Pour rendre l'usage de cet instrument plus facile , on pourroit , au lieu des divisions des signes , y marquer les jours de leur commencement ; par exemple , au lieu de ☊ , marquer 21 Juin ; au lieu de ☿ & ♍ , marquer 20 Avril , 20 Août , &c.

II. On pourroit rendre le point A immobile , & alors sa position la plus convenable seroit à la distance que nous lui avons donnée primitivement pour le jour de l'équinoxe ; mais alors , au lieu que l'heure de midi , suivant la méthode précédente , se trouve pour tous les cercles des signes sur une ligne horizontale , ce sera une ligne courbe , & toutes les autres lignes des heures seront aussi des courbes assez contournées ; ce qui est sujet à embarras & difficulté : c'est pourquoi nous pensons qu'il vaut mieux faire le point A mobile.

PROBLÈME XXXII.

Comment l'ombre d'un style peut rétrograder sur un cadran solaire sans miracle.

CE phénomène, qui présente d'abord une impossibilité physique, n'a néanmoins rien que de très-naturel, comme on va le voir. On en doit la remarque au géometre Portugais Nonius ou Nunguez, qui vivoit sur la fin du seizieme siecle. Il est fondé sur le théorème suivant.

Dans tous les pays dont le zénith est situé entre l'équateur & le tropique, tant que le soleil passe au-delà du zénith du côté du pôle apparent, il arrive deux fois avant midi au même vertical, & pareille chose se répète après midi.

Pl. 17, Soit, dans la fig. 34, Z le zénith d'un lieu
fig. 34. situé entre le point E de l'équateur, & T le point où passe le soleil le jour du solstice d'été; que le cercle HAQCKH représente l'horizon, REQ une moitié de l'équateur, TF la portion orientale du tropique extante sur l'horizon, & GT la portion occidentale. Il est évident que du zénith Z on peut mener un vertical, comme ZI, qui touchera le tropique en un point O, par exemple, & qui tombera sur l'horizon en un point I, situé entre les points Q & F, qui sont ceux où l'horizon est coupé par l'équateur & le tropique; &, par la même raison, on peut mener aussi un autre vertical, comme ZH, qui touchera en o l'autre portion du tropique.

Supposons présentement le soleil dans le tropique, & se levant conséquemment au point F, & soit un style vertical d'une longueur indéfinie

élevée en C. Soient tirées les lignes ICK, FCN : il est clair qu'au moment du lever du soleil, l'ombre du style sera projetée en CN, & que, lorsque le soleil sera arrivé au point de contact O, cette ombre sera projetée en CK : elle marchera donc pendant que le soleil parcourra FO, elle marchera, dis-je, de CN en CK ; mais que le soleil soit parvenu au méridien en T, cette ombre sera dans la ligne CB : elle sera donc revenue de CK en CB : elle aura donc été, depuis le lever du soleil jusqu'à midi, de CN en CK, & de CK en CB : elle aura conséquemment marché en sens contraire, ou rétrogradé dans cet intervalle de temps, puisqu'elle a d'abord marché du midi vers le couchant, & ensuite du couchant au midi.

Pareille chose arrivera après midi ; l'ombre marchera d'abord du midi vers l'orient. Parvenue à un certain terme, elle rebroussera chemin vers le midi, jusqu'au coucher du soleil.

Supposons présentement que le soleil se leve entre les points F & I ; alors le parallele qu'il décrira avant midi, coupera évidemment le vertical ZI en deux points. Ainsi, dans la durée d'une journée, l'ombre commencera par tomber dans l'angle KCL, puis elle marchera vers CK, & la dépassera même en sortant de cet angle ; puis elle y rentrera, & marchera vers la méridienne, & de-là vers l'orient, jusques au-delà de la ligne CL, où elle reviendra, pour finir avec le coucher du soleil dans l'angle LCB.

Nous avons trouvé que, sous la latitude de 12 degrés, le soleil étant au tropique du même côté, les deux lignes CN, CK, font un angle de $9^{\circ} 48'$, que l'ombre met $2^h 7'$ à parcourir.

PROBLÈME XXXIII.

Sous une latitude quelconque, tracer un cadran où la rétrogradation de l'ombre ait lieu.

INCLINEZ, pour cet effet, un plan directement tourné au midi, de manière que son zénith tombe entre le tropique & l'équateur, & à peu près vers le milieu de la distance entre ces deux cercles; par exemple, sous la latitude de Paris, qui est de $49^{\circ} 50'$, ce plan devra faire un angle d'environ 38° . Fichez au milieu de ce plan un style droit & un peu long, en sorte que son ombre déborde le plan; tracez plusieurs lignes angulaires du pied de ce style, du côté du midi: vous verrez aux environs du solstice l'ombre du style éprouver les deux rétrogradations décrites plus haut.

Cela est évident, puisque ce plan est parallèle au plan horizontal qui auroit son zénith sous le même méridien, à 12 degrés de l'équateur du côté du nord: les deux ombres des deux styles doivent conséquemment marcher de la même manière dans l'une & dans l'autre.

REMARQUE.

QUELQU'UN dira peut-être que voilà l'explication naturelle du miracle que les Livres saints nous apprennent avoir été opéré en faveur d'Ezé-chias, roi de Jérusalem; mais à Dieu ne plaise que nous ayions eu l'idée d'atténuer ce miracle. Il est d'ailleurs bien peu probable que, si la rétrogradation de l'ombre, opérée sur le cadran de ce prince, eût été un effet aussi naturel, on l'eût méconnu au point de ne s'en appercevoir que lorsque
le

le prophete lui annonça ce signe de sa guérison ; car il devoit s'opérer toutes les fois que le soleil se trouvoit entre le tropique & le zénith du cadran : ainsi la merveille citée par les Livres saints reste entiere.

PROBLÈME XXXIV.

Déterminer la trace de l'ombre du sommet du style sur un plan.

ON suppose ici que le soleil, pendant une révolution diurne, ne change point sensiblement de déclinaison ; car s'il en changeoit, la courbe en question deviendrait d'une nature très-compiquée, & d'une détermination très-difficile.

Soit donc le soleil dans un parallele quelconque. Il est aisé de voir que le rayon solaire central, mené à la pointe du style, décrit une surface conique, à moins que le soleil ne soit dans l'équateur : conséquemment l'ombre projetée par cette pointe, qui lui est toujours directement opposée, parcourt dans sa révolution la surface du cône opposé par le sommet. Il n'est donc question que de connoître la position du plan qui coupe les deux cônes ; car son intersection avec la surface conique décrite par l'ombre, fera la courbe cherchée.

Il ne faut plus être qu'initié dans la connoissance des sections coniques pour résoudre le problème ; car 1^o qu'on propose un lieu sous l'équateur, & que le plan soit horizontal : il est évident que ce plan coupe les deux cônes opposés par le sommet : conséquemment la trace de l'ombre sera Pl. 17, une hyperbole BCD, dont le sommet sera tourné fig. 35 vers le pied du style.

Tome III.

S

Il est aisé de voir qu'à mesure que le soleil s'approche de l'équateur, cette ligne hyperbolique s'applatit de plus en plus, & dégénère en une ligne droite le jour de l'équinoxe; qu'ensuite elle passe de l'autre côté, en se courbant de plus en plus, jusqu'à ce que le soleil soit arrivé au tropique, &c.

J'ajouterai ici que le soleil se leve chaque jour dans une des asymptotes de l'hyperbole, & qu'il se couche dans l'autre.

2° Dans tous les lieux situés entre l'équateur & les cercles polaires, la trace de l'ombre sur un plan horizontal est encore une hyperbole; car il est facile de voir que ce plan coupe les deux cônes opposés par le sommet que décrit le rayon solaire passant par la pointe du style, puisque, dans toutes ces latitudes, les deux tropiques sont coupés par l'horizon.

3° Dans les lieux situés sous un cercle polaire, le jour que le soleil est dans le tropique, l'ombre décrit sur le plan horizontal une ligne parabolique: les autres jours elle décrit des hyperboles.

4° Dans les lieux situés entre le cercle polaire & le pôle, tant que le soleil se leve & se couche, la trace de l'ombre du sommet du style est une hyperbole: lorsque le soleil est parvenu à une latitude assez grande pour ne faire que toucher l'horizon au lieu de se coucher, cette trace est une parabole: lorsqu'enfin le soleil reste toute la journée sur l'horizon, elle est une ellipse plus ou moins allongée.

5° Enfin sous le pôle, il est aisé de voir que la trace de l'ombre du sommet d'un style, est tou-

jours un cercle , puisque le soleil se tient pendant la journée à la même hauteur.

COROLLAIRE.

Les arcs des signes n'étant autre chose que la trace de l'ombre du sommet du style, lorsque le soleil parcourt le parallele du commencement de chaque signe, il s'ensuit que ces arcs ne sont autre chose que des sections coniques, ayant leur axe dans la méridienne ou la soustylaire. Ce sont en particulier des hyperboles dans tous les cadrans horizontaux de lieux entre l'équateur & les cercles polaires, & dans tous les verticaux de la zone tempérée, tant méridionaux ou septentrionaux, qu'orientaux ou occidentaux. C'est ce qu'il est aisé d'appercevoir du premier coup d'œil, à la forme de ces lignes, dans la plupart des cadrans de nos contrées.

Ces choses, qui peut-être seront peu goûtées des gnomonistes vulgaires, nous ont paru dignes de la curiosité de ceux qui sont versés dans la géométrie, & dont plusieurs peuvent n'y avoir pas fait attention. C'est ce qui nous a déterminé à leur donner place ici.

PROBLÈME XXXV.

Connoître les heures à un cadran solaire éclairé par la lune.

CE problème ne paroîtra pas bien difficile à qui sçait que la lune retarde tous les jours son passage par le méridien d'environ 48' ; qu'elle passe au méridien précisément avec le soleil lorsqu'elle est nouvelle, & 12 heures après lorsqu'il est pleine lune.

276 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Sçachez donc quel est l'âge de la lune; ce que vous pourrez toujours apprendre facilement au moyen des calendriers les plus ordinaires, où les jours & heures de la nouvelle & de la pleine lune sont toujours marqués. Supposons qu'au moment où l'on veut sçavoir l'heure qu'il est, il y ait 6 jours & demi écoulés depuis la nouvelle lune. Multipliez $\frac{4}{5}$ d'heure par $6\frac{1}{2}$, ce qui vous donnera $\frac{26}{5}$, ou $5^h \frac{1}{5}$, ou $5^h 12'$, qu'il faudra ajouter à l'heure montrée par le cadran. Ainsi, si le cadran marquoit à la lune 4 heures, il seroit $9^h 12'$.

Mais on pourra trouver l'heure beaucoup plus exactement de la maniere suivante. Il faut, pour cela, sçavoir à quelle heure de la journée la lune a passé ou doit passer par le méridien. On pourra le sçavoir au moyen des Almanachs qui sont entre les mains de tout le monde, comme des *Etrennes mignones*, le *Calendrier de la Cour*, où le lever & le coucher de la lune sont marqués jour par jour; car si on partage l'intervalle du lever au coucher en deux également, on aura à peu de chose près le passage au méridien.

Supposons donc qu'aujourd'hui la lune ait passé au méridien à $3^h 30'$ du soir. La différence d'heure avec le soleil seroit, si la lune eût été immobile, de $3^h \frac{1}{2}$, dont l'heure à la lune retarderoit sur celle du soleil. Maintenant que la lune marque sur le cadran solaire $7\frac{1}{2}$ du soir, on en concluroit donc qu'il est précisément 10^h du soir, dans l'hypothese que la lune eût été immobile. Mais comme, dans cet intervalle de $7^h \frac{1}{2}$, la lune a eu un mouvement rétrograde vers l'orient, dont la quantité opere sur son passage par le méridien, ou un cercle horaire quelconque, un retard de $48'$ par jour, à raison de 2 minutes par heure, on aura pour $7^h \frac{1}{2}$ la quan-

tité de 15', qu'il faudra ajouter à l'heure indiquée par la lune, en sus de ce dont son passage par le méridien a retardé sur celui du soleil.

Si la lune avoit passé la première par le méridien, il faudroit ôter de l'heure marquée par la lune, ce dont elle a devancé le soleil, & ajouter à ce qui en proviendrait autant de fois 2 minutes qu'elle marqueroit d'heures. Mais voici une petite machine qui peut éviter ce calcul, quelque léger qu'il soit.

Cette machine est composée de deux plaques Pl. 18, faites de cuivre, de laiton, ou de carton. L'une fig. 36.

A HGI, est fixe & immobile; l'autre *b e f l* est mobile. Sur la plaque immobile il y a un cercle *a h g i*, divisé en 24 parties égales, qui servent à représenter les 24 heures du jour, dont chacune doit être divisée en demis & quarts d'heure; sur le centre *C* de ce cercle, on applique l'autre plaque ronde & mobile *b e f l*, dont le bord est divisé en parties qui représentent les heures que la lune fait par son ombre sur un cadran au soleil. Ces heures ne sont pas égales à celles du soleil, décrites sur le cercle immobile; mais elles doivent être plus grandes de la valeur de 2 minutes par heure, puisque la lune retarde d'environ 48 minutes par jour, & de 12 minutes en six heures. Ainsi, puisqu'un degré de signe vaut 4 minutes de temps, il est clair que 3 degrés valent 12 minutes de temps. C'est pourquoi, ayant tiré la ligne de midi *ACG*, il faut prendre pour six heures 93 degrés de part & d'autre, depuis le point *b* jusqu'aux points *e*, *l*, & diviser chacun de ces espaces en six parties égales pour 6 heures, puis en demies & en quarts, comme on le voit dans la figure.

Usage. Placez l'index *n b* de la plaque mobile

S iij

278 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

sur l'heure du passage par le méridien du jour auquel vous voulez trouver l'heure. La machine étant ainsi disposée , observez quelle heure marque l'ombre de la lune sur un cadran horizontal : la même heure sur la plaque mobile vous montrera , vis-à-vis sur la plaque immobile , la vraie heure au soleil.

PROBLÈME XXXVI.

Construire un Cadran qui marque l'heure à la lune.

POUR se servir de ce cadran , il est nécessaire de connoître l'âge de la lune ; ce qu'on peut toujours sçavoir au moyen d'un Almanach des plus communs , ou au moyen de quelqu'une des pratiques dont nous avons parlé en traitant de l'astronomie.

Afin donc de décrire un cadran lunaire sur quelque plan que ce soit , par exemple un plan horizontal , tracez sur ce plan un cadran horizontal solaire pour le lieu où vous êtes ; tirez à volonté les deux lignes 5 7 , 3 9 parallèles à l'équinoxiale , dont la première étant prise pour le jour de la pleine lune , la seconde représentera le jour de la nouvelle , où les heures lunaires conviennent avec les solaires : ce qui fait que les points horaires , marqués sur ces deux parallèles par les lignes qui partent du centre du cadran A , sont communs au soleil & à la lune.

Cette préparation étant faite , divisez l'espace terminé par les deux lignes parallèles 3 9, 5 7, en douze parties égales ; menez à ces deux mêmes lignes , par les points de division , autant de lignes

paralleles , qui représenteront les jours de la lune auxquels elle s'éloigne successivement d'une heure , par son mouvement propre vers l'orient , & auxquels par conséquent elle passe au méridien d'une heure plus tard chaque jour : ainsi la premiere parallele 4 , 10 , étant le jour auquel la lune passe au méridien une heure plus tard que le soleil , le point B , de 11 heures à la lune , sera le point de midi au soleil ; la suivante 5 , 11 , représentant le jour auquel la lune passe au méridien 2 heures après le soleil , le point C , de 10 heures à la lune , sera le point de midi au soleil ; & ainsi des autres.

Il est évident que si l'on joint les points 12 , B , C , & tous les autres qui appartiendront à midi , & que l'on peut trouver par un raisonnement semblable au précédent , par une ligne courbe : cette ligne courbe sera la ligne méridienne lunaire. C'est de la même façon qu'on tracera les autres lignes horaires à la lune ; & il ne faut que regarder la figure pour le comprendre.

Parceque la lune emploie environ quinze jours depuis sa conjonction avec le soleil jusqu'à son opposition , c'est-à-dire depuis qu'elle est nouvelle jusqu'à ce qu'elle soit pleine , ou diamétralement opposée au soleil , en sorte qu'elle se leve quand le soleil se couche ; on effacera toutes les paralleles précédentes , excepté les deux premieres , 5 8 , 3 9 ; & au lieu de diviser leur intervalle en douze parties égales , on le divisera en quinze , pour tirer par les points de division d'autres paralleles , qui représenteront les jours de la lune , auxquels par conséquent on ajoutera les chiffres convenables , comme nous avons ici fait le long de la ligne méridienne , par le moyen desquels on

S iv

280 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

connoîtra de nuit l'heure du soleil aux rayons de la lune , en cette sorte.

Appliquez au centre du cadran A un axe , c'est-à-dire une verge qui fasse à ce centre A , avec la méridienne A 12 , un angle égal à l'élévation du pôle sur le plan du cadran , que nous supposons horizontal : cet axe montrera , par son ombre sur le jour courant de la lune , l'heure qu'on cherche.

P R O B L Ê M E X X X V I I .

Décrire les arcs des signes sur un cadran solaire.

P A R M I les accessoires qu'on a imaginé d'ajouter aux cadrans solaires , les arcs des signes ne sont pas un des moins agréables ; car on voit avec plaisir , par leur moyen , dans quel signe est le soleil , & l'on suit , pour ainsi dire , sa marche dans le zodiaque : c'est pourquoi nous croyons ne pas devoir omettre dans cet ouvrage la manière de tracer ces arcs.

Nous supposons , pour abréger , que le plan est horizontal. On commencera donc par y décrire un cadran tel que l'exige la position de ce plan , c'est-à-dire horizontal ; on y placera de la manière convenable un style droit , & terminé ou par un bouton sphérique , ou par une plaque circulaire , ayant à son centre un trou d'une ligne ou deux de diamètre , suivant la grandeur du cadran. Cela fait , vous opérerez ainsi.

Qu'il s'agisse , par exemple , de décrire l'arc qui répond au commencement du signe du Scorpion ou des Poissons. Vous trouverez d'abord ainsi le point de la méridienne où cet arc la coupe , en cherchant dans la table des hauteurs du soleil à chaque heure du jour (pour la latitude de Paris ,

où nous supposons le cadran décrit), en cherchant, dis-je, dans cette table la hauteur méridienne du soleil. Lorsqu'il entre dans le Scorpion ou les Poissons, elle est de $29^{\circ} 40'$. Faites donc le triangle STE, dans lequel ST est la hauteur du style, tel que l'angle SET soit de $29^{\circ} 40'$: le point E sera le premier point de l'arc de ces deux signes. Pl. 19,
fig. 38.

Cherchez ensuite dans la même table la hauteur du soleil à une heure après midi, le même jour; vous la trouverez de $28^{\circ} 14'$: ainsi faites le triangle STF, tel que l'angle F soit de $28^{\circ} 14'$; puis, du pied du style S, comme centre, tracez avec le rayon SF, l'arc de cercle qui coupe les lignes de I & XI heures dans les deux points G & H: ce seront les points de l'arc de ces signes sur les lignes de XI & I heure.

Si vous faites la même opération pour toutes les autres heures, vous aurez autant de points par lesquels vous menerez, au moyen d'une règle bien flexible, une ligne courbe: ce sera l'arc des signes du Scorpion & des Poissons.

La même construction, pour les autres signes, vous donnera les autres arcs qui leur conviennent.

Autre Maniere.

Cette seconde maniere n'exige point le secours de la table des hauteurs du soleil aux diverses heures du jour; une simple opération graphique est suffisante, & l'on y emploie une figure qu'on appelle le *triangle des signes*, & qu'il faut d'abord enseigner à décrire.

Soit une ligne AB, d'une grandeur indéterminée; & du point A pris comme centre, au rayon arbitraire AB, tracez un arc de cercle indéfini;

282 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Pl. 19, prenez de B en E & en e, des arcs de $11^{\circ} 30'$, qui
fig. 39. sont les déclinaisons des signes du Taureau & de
la Vierge, du Scorpion & des Poissons, l'une
boréale, l'autre méridionale; & tirez les lignes
AE, Ae, dont la première conviendra aux deux
premiers signes, & la seconde aux deux autres.

Faites de même BF, Bf, de $20^{\circ} 12'$, & tirez
AF, Af, dont la première répondra aux signes
des Gémeaux & du Lion, & la seconde à ceux
du Sagittaire & du Verseau.

Que BG, Bg, soient enfin de $23^{\circ} 30'$; les li-
gnes AG, Ag, répondront, la première au Can-
cer, & la seconde au Capricorne.

Cela fait, nous supposons qu'on veuille décrire
les arcs des signes sur un cadran horizontal. Après
avoir, comme ci-dessus, fixé dans la place conve-
Fig. 39, 40. nable un style droit ST, tiré l'équinoxiale & les
lignes horaires, élevez sur AB une perpendiculaire
AD, égale à la distance TP, sommet du style, au
centre du cadran P.

Maintenant voulez-vous avoir sur la méridienne
les sept points de division des arcs des signes,
faites sur la fig. 39, AC égale à la distance RT
du sommet du style à l'équinoxiale, & tirez la
ligne DC, qui coupera les lignes des signes dans
les points 6, 4, 2, C, 1, 3, 5; transférez ces
points sur la méridienne dans le même ordre,
en faisant R 6 égale à C 6, R 4 égale à C 4, R 2,
égale à C 2, R 1 égale à C 1, &c.; vous aurez les
points par lesquels passe le soleil à midi, les jours
de son entrée dans les signes.

Qu'il s'agisse à présent de trouver les mêmes
points sur une des lignes horaires, celle, par
exemple, de 3 heures ou 9 heures. Du pied du
style droit S, abaissez sur cette ligne horaire PM

une perpendiculaire SV , que vous prolongerez jusqu'à la rencontre N du demi-cercle décrit sur PM , comme diamètre ; faites ensuite AH égale à PN , Fig. 39.
 & AI égale à PM , & tirez HI à travers le triangle des signes : elle sera coupée par les sept lignes des signes, en sept points, lesquels étant transportés dans le même ordre sur l'horaire proposée, y donneront ceux où elle sera rencontrée par l'ombre du sommet du style, à l'entrée de cet astre dans chacun des signes du zodiaque.

Vous joindrez enfin tous les points répondants au même signe sur les lignes horaires, en y faisant passer une ligne courbe : ce sera le parallele de ce signe.

Des diverses especes d'Heures.

Dans tout ce qu'on a dit jusqu'à présent, il n'a été question que des heures équinoxiales & égales, telles que nous les comptons en France, le jour étant censé commencer à minuit, d'où on les compte au nombre de 24 ou deux fois 12, jusqu'au minuit suivant. C'est aussi la maniere la plus commune de compter les heures en Europe. Les heures astronomiques n'en different qu'en ce qu'on les compte au nombre de 14, du midi d'un jour au midi du jour suivant.

Mais il y a quelques autres especes d'heures qu'il convient de faire connoître, parcequ'on les trace quelquefois sur les cadrans solaires ; telles sont les heures naturelles ou judaïques, les babyloniennes, les italiques modernes, celles de Nuremberg.

Les heures naturelles ou judaïques commencent au lever du soleil, & on en compte 12 depuis ce lever jusqu'au coucher de cet astre ; d'où l'on voit qu'elles ne sont égales en durée que le jour de

284 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

L'équinoxe : dans tout autre temps elles sont inégales. Celles du jour sont les plus grandes depuis l'équinoxe du printemps jusqu'à celui d'automne (dans notre hémisphère) ; celles de la nuit sont au contraire les plus grandes , pendant que le soleil parcourt l'autre moitié du zodiaque.

Celles de Babylone étoient égales , & commençoient au lever du soleil : on en comptoit 24 jusqu'au lever du jour suivant.

Les italiques modernes (car les Romains comptoient à peu près comme nous de minuit à minuit) se comptent du coucher du soleil au coucher du jour suivant , au nombre de 24 ; enforte que , les jours des équinoxes , le midi tombe à la 18^e heure , & qu'ensuite , à mesure que les jours s'allongent , le midi astronomique arrive à $17^h \frac{1}{2}$, 17^h , &c ; & au contraire. Cette maniere , assez bizarre & incommode , n'a pas laissé d'avoir des défenseurs , & même dans des François , qui ont trouvé qu'on pouvoit fort bien , avec un crayon & un petit calcul astronomique , fixer tous les jours l'heure de son dîner , & que cela n'étoit pas trop embarrassant.

Quoi qu'il en soit , comme ces heures sont encore en usage dans presque toute l'Italie , nous croyons devoir donner la maniere de les tracer , comme une curiosité gnomonique pour ces pays-ci.

P R O B L Ê M E X X X V I I I .

Tracer sur un cadran les heures italiques.

D É C R I V E Z d'abord sur le plan proposé , que nous supposons horizontal , un cadran horizontal ordinaire , avec les heures astronomiques ou eu-

ropéennes ; marquez - y aussi les arcs des signes solsticiaux, du Cancer & du Capricorne, ainsi que la ligne équinoxiale, qui est l'arc des signes équinoxiaux.

Cela fait, observez que, les jours des équinoxes, le midi arrive à la fin de la 18^e heure italique, & que, le jour du solstice d'été, il arrive à la fin de la 16^e heure, pour un cadran construit à Paris. Ainsi le midi, compté par les heures astronomiques ou 12^h, répond, le jour de l'équinoxe, à la 18^e heure italique, & le jour du solstice d'été, à la 16^e; conséquemment la 18^e heure italique au jour du solstice d'été, répondra à la 2^e après midi comptée astronomiquement. Ainsi il faudra joindre par une ligne droite le point de midi marqué sur la ligne équinoxiale, avec celui de 2 heures sur le tropique ou l'arc du signe du Cancer, & vous y inscrirez 18 heures. Vous joindrez pareillement par des transversales, 1^h sur la ligne équinoxiale, avec 3^h sur l'arc du Cancer; 2^h avec 4^h, &c; & avant midi, 11^h avec 1^h, 10^h avec 12^h, 9^h avec 11^h, &c: vous effacerez ensuite les lignes astronomiques, que nous avons supposé ne devoir Pl. 20, pas subsister; vous prolongerez toutes les transversales ci-dessus, jusqu'à la rencontre du parallèle du Capricorne, en y inscrivant à leurs extrémités les nombres convenables, & vous aurez votre cadran tracé, comme on le voit fig. 41.

REMARQUE.

Il est aisé de voir, par l'exemple ci-dessus, quel calcul il faudroit faire sous une latitude différente de celle de Paris, où le jour a 16^h au solstice d'été, & 8^h seulement à celui d'hiver. Dans une autre latitude, où le plus long jour n'auroit que

286 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

14^h, & le plus court 10, le midi arriveroit, le jour du solstice d'été, à 17 heures. Ainsi le midi ou la 12^e heure comptée astronomiquement, répond, le jour du solstice, à la 17^e heure italique; conséquemment la 18^e heure italique, le jour du solstice, répondra à la première après midi, comptée astronomiquement. Ainsi il n'y aura qu'à joindre le point de 1 heure après midi sur l'arc du Cancer, avec le point de midi de l'équinoxiale, on aura la ligne horaire italique de 17 heures; & ainsi des autres.

PROBLÈME XXXIX.

Tracer sur un cadran les lignes des heures naturelles du jour.

NOUS avons dit plus haut, qu'on appeloit heures naturelles, les heures égales & au nombre de 12, que l'on peut compter d'un lever du soleil à son coucher; car c'est cet intervalle de temps qui forme vraiment le jour naturel.

On tracera facilement sur un cadran, que nous supposons horizontal, les heures de cette espèce. Il faut, pour cet effet, tracer la ligne équinoxiale & les deux tropiques, par les méthodes précédentes.

Cela fait, vous observerez que, puisque sous la latitude de Paris, le soleil se leve à 4 heures du matin, le jour du solstice d'été, & se couche à 8^h, cet intervalle est de 16^h astronomiques; conséquemment, si nous divisons cette durée en 12, chacune de ces parties fera de 1^h $\frac{1}{3}$: c'est pourquoi vous tirerez du centre du cadran, des lignes aux points de division de la ligne équinoxiale, qui répondent à 5^h $\frac{1}{3}$, 6^h $\frac{2}{3}$, 8^h, 9^h $\frac{1}{3}$, 10^h $\frac{2}{3}$, 12^h,

$1^h \frac{1}{3}$, &c. mais en vous bornant à marquer sur le tropique du Cancer les points de section de ces heures avec lui.

Vous observerez de même que le jour du solstice d'hiver, le soleil se levant à 8^h & se couchant à 4, la durée totale du jour n'est que de 8^h ; ce qui, étant divisé en 12 parties égales, donne pour chacune $\frac{2}{3}$ d'heure astronomique. Vous tirerez donc les lignes horaires répondantes à $8^h \frac{2}{3}$, $9^h \frac{1}{3}$, 10^h , &c. en marquant seulement leur section avec le tropique du Capricorne. Enfin, si vous joignez par une ligne courbe, au moyen Pl. 21, d'une règle flexible, les points correspondants de fig. 44-division sur les deux tropiques & la ligne équinoxiale, vous aurez votre cadran tracé comme on le voit *pl. 21, fig. 44*.

Si on vouloit plus d'exactitude, il faudroit tracer deux autres paralleles des signes, par exemple celui du Taureau & celui du Scorpion, & trouver sur chacun les points répondants aux heures naturelles, par un procédé semblable à celui ci-dessus: on feroit alors passer les lignes horaires naturelles par cinq points, ce qui les donneroit beaucoup plus exactement.

PROBLÈME XL.

Trouver l'heure par quelque'une des étoiles circompolaires.

IL y a des méthodes astronomiques pour connoître l'heure par le passage au méridien, ou même par la hauteur de chaque étoile; car, au moyen des Ephémérides, comme la *Connoissance des Temps*, publiée chaque année par l'Académie royale des Sciences, on trouve, par un très-petit

288 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

calcul, combien chaque étoile devance le soleil au méridien, ou y passe après lui; & par cette connoissance & celle de sa déclinaison, on peut, par la simple observation de sa hauteur, déterminer l'heure. Mais tout ceci seroit peut-être trop compliqué pour la plupart de nos lecteurs. Nous nous bornerons donc à la solution du problème ci-dessus, pour la facilité duquel on a imaginé un petit instrument appelé *nocturlabe*, dont voici la construction. Elle est adaptée pour employer la brillante des deux dernières, qu'on appelle les gardes de la petite Ourse.

Pl. 20, Décrivez & coupez sur quelque matiere solide,
fig. 42. comme du bois ou du métal, un cercle de la grandeur d'un écu de six livres, dont vous diviserez la circonférence en 365 parties, pour marquer les jours de l'année, que vous distribuerez ensuite de mois en mois, suivant le nombre que chacun en contient.

A ce cercle en soit ajouté un autre concentrique & mobile, dont vous diviserez la circonférence en 24 parties égales, pour désigner les 24 heures du jour : chacune de ces divisions portera une petite dent, afin qu'on puisse dans les ténèbres compter ces parties par le tact. Une de ces dents doit être plus longue, pour servir à l'usage qu'on dira.

Attachez ensuite un petit manche au bord du cercle extérieur. Le centre de ce petit manche doit être avec le centre de l'instrument, dans une ligne passant par le 7 Novembre, parceque c'est le jour où à midi l'étoile ci-dessus passe par le méridien en même temps que le soleil, sçavoir, à midi au dessus du pôle, & à minuit au dessous.

Enfin soit attachée encore à l'instrument une
alidade

alidade mobile, tournante autour de son centre, qui sera percé pour y appliquer l'œil.

On s'en servira ainsi. On amènera d'abord la pointe de la dent la plus longue sur le jour du mois; ensuite, prenant l'instrument à la main, & appliquant l'œil à son centre, on se tournera du côté du nord, & on considérera l'étoile polaire, en tenant le plan de l'instrument autant perpendiculaire qu'on pourra au rayon visuel, & le manche de l'instrument dans le plan vertical. Cela fait, conduisez l'alidade en sorte que son bord, qui va au centre de l'instrument, effleure l'étoile ci-dessus, ou la plus claire des gardes de la petite Ourse; comptez enfin le nombre des dents qui se trouvent entre cette alidade & la plus longue dent: ce sera le nombre des heures écoulées depuis minuit.

Il seroit facile d'adapter l'instrument à une autre étoile quelconque. Il suffiroit que le petit manche de l'instrument regardât le jour du mois où cette étoile passe au méridien supérieur avec le soleil: tout le reste seroit absolument le même.

Nous allons terminer cette partie de notre ouvrage par une sorte de badinage gnomonique.

PROBLÈME XLI.

Trouver l'heure du jour au moyen de la main gauche.

ON sent aisément qu'il ne peut pas y avoir de précision dans une pareille méthode: on ne la donne ici que pour ce qu'elle vaut.

Il faut d'abord étendre la main gauche, & la poser horizontalement, en sorte que le dedans soit tourné vers le ciel; puis on prendra un brin de paille ou de bois, qu'on placera à angles droits à

la jointure, entre le pouce & le doigt index, & qu'on tiendra élevé au dessus de la main, de la longueur qui est depuis cette jointure jusqu'à l'extrémité du doigt index, comme on le voit représenté dans la figure en A: ce brin de paille sert de style. Ensuite on tournera la racine du pouce vers le soleil, la main étant toujours étendue, jusqu'à ce que l'ombre du muscle qui est au dessous du pouce se termine à la ligne de vie marquée C. Alors l'extrémité de l'ombre du brin de paille montrera l'heure, en tournant le poignet ou la racine de la main vers le soleil, & tenant les doigts également étendus. L'ombre tombante au bout du doigt index, marquera 5 heures du matin ou 7 heures du soir; au bout du doigt du milieu, 6 heures du matin & du soir; au bout du doigt suivant, 7 heures du matin & 5 heures du soir; au bout du petit doigt, 8 heures avant midi & 4 heures du soir; à la jointure prochaine du même petit doigt, 9 heures du matin & 3 heures après midi; à la jointure suivante du petit doigt, 10 heures avant midi & 2 heures après midi; à la racine du même doigt, 11 heures du matin & 1 heure après midi; enfin l'ombre tombante sur la ligne de la main marquée D, dite *ligne de la table*, marquera 12 heures ou midi.

Nous n'avons pu donner place ici qu'à quelques-unes des pratiques les plus curieuses de la gnomonique, sans y joindre les démonstrations, qui, pour la plupart, se présenteront facilement à tous ceux qui sont un peu versés dans la géométrie. Cependant nous croyons devoir, pour terminer ceci, donner une notice des principaux ouvrages sur la gnomonique, où les autres pourront s'y instruire des démonstrations.

Nous ne parlerons pas de la Gnomonique de Clavius, parceque ce mathématicien semble avoir trouvé l'art de rendre excessivement embrouillé ce qui étoit assez simple de soi-même; nous nous bornerons même à des ouvrages françois, & pour la plupart assez récents: car notre objet n'est pas de faire une bibliographie gnomonique.

La Gnomonique de M. de la Hire, qui parut en 1683, in-12, mérite attention, malgré une sorte d'obscurité assez générale dans les ouvrages de ce mathématicien: on y trouve la solution de beaucoup de problèmes gnomonico-astronomiques. L'ouvrage de M. Ozanam sur le même sujet, est plus clair & plus à la portée de tout le monde; il tient encore sa place parmi beaucoup d'autres livres plus modernes. Le célèbre M. Picard n'a pas jugé au dessous de lui d'enseigner la manière de tracer les grands cadrans solaires par le calcul trigonométrique. On trouve ce traité dans le VII^e volume des anciens Mémoires & ouvrages de l'Académie. Un académicien de Montpellier a donné dans les Mémoires de l'Académie royale des Sciences, année 1707, les analogies servant à déterminer les angles horaires pour toutes les situations de cadrans, avec leurs démonstrations.

Depuis ce temps-là il a paru en France de nombreux traités de gnomonique, parmi lesquels on se bornera à citer la *Gnomonique* de M. Rivard, Paris, 1767, in-8^o, ouvrage clair & méthodique, qui avoit déjà eu plusieurs éditions. Celle de M. de Parcieux, qui est à la suite de sa *Trigonométrie rectiligne & sphérique*, publiée à Paris en 1741, in-4^o, est un ouvrage qu'on doit conseiller à ceux qui aspirent à une connoissance bien nette de cette partie des mathématiques. La gnomonique que

292 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

l'on trouve dans le 4^e tome du *Cours de Mathématiques* de M. Wolf, est extrêmement claire & concise. On peut encore recommander à ceux qui veulent apprendre à tracer avec beaucoup d'exactitude les cadrans solaires, la *Gnomonique pratique*, ou *l'Art de tracer les Cadrans solaires avec beaucoup de précision*, &c. par Dom Bédos de Celles, ouvrage qui a paru pour la première fois en 1770, in-8°, & de nouveau en 1774, avec beaucoup d'additions. L'auteur y emploie principalement le calcul trigonométrique, & entre dans les plus grands détails en ce qui concerne la pratique ; car on peut posséder parfaitement la théorie de la gnomonique, & être assez embarrassé lorsqu'on veut en venir à l'exécution. On trouvera enfin des tables utiles pour toute l'étendue de la France, dans la *Gnomonique mise à la portée de tout le monde*, par Joseph-Blaise Garnier, Marseille, 1773, in-8°. Du reste cet ouvrage est peu de chose. Quant à l'*Horlogiographie* du pere de la Madelaine, quoiqu'elle soit fort commune, nous n'en parlons que pour dire que c'est un ouvrage bon uniquement pour ces especes de maçons qui courent les campagnes, & gagnent leur vie à y tracer des cadrans.

Nous ne pouvons omettre ici la maniere ingénieuse dont le célèbre M. s'Gravesande envisage, dans son *Essai de Perspective*, imprimé à Leyde en 1711, le problème général de tracer un cadran solaire : il le réduit à un simple problème de perspective, qu'il résoud selon les principes de cette branche de l'optique. Cette partie de son ouvrage est un morceau remarquable par son élégance, sa précision & sa généralité.

A P P E N D I X

Contenant une Méthode générale pour la description des Cadrans solaires, quelle que soit la déclinaison ou l'inclinaison du plan.

CETTE partie de notre ouvrage étoit presque imprimée, lorsque nous avons fait réflexion que les lecteurs géometres y désapprouveront probablement l'omission d'une méthode géométrique pour la description des cadrans solaires inclinés & déclinants. Prévoyant donc que la matière que nous avons destinée à ce troisieme volume nous laissera la place nécessaire, nous allons donner ici une méthode fort ingénieuse & fort simple à cet effet; car, au moyen de quelques calculs, la description du cadran le plus compliqué par la déclinaison & l'inclinaison de son plan, ne donnera pas plus de peine que celle d'un cadran horizontal ou vertical sans déclinaison.

Cette méthode est fondée sur cette considération ingénieuse, sçavoir, qu'un plan quelconque est toujours un plan horizontal pour quelque lieu de la terre; car un plan quelconque étant donné, il est évident qu'il est quelque point de la terre dont le plan tangent ou le plan horizontal lui est parallele. Il est encore évident que deux plans ainsi paralleles, montrent en même temps les mêmes heures. Ainsi, par exemple, soit supposé à Paris un plan tellement incliné & déclinant,

qu'il fût parallèle au plan horizontal d'Ispahan : en traçant sur ce plan un cadran tout comme s'il étoit horizontal, on auroit les heures d'Ispahan. Quand ce cadran montreroit midi, par exemple, l'ombre tombant sur sa soustylaire, on pourroit dire il est midi à Ispahan ; quand cette ombre tomberoit sur la ligne d'une heure, on pourroit dire que les habitants d'Ispahan comptent une heure ; &c.

Mais comme ce ne sont pas les heures d'Ispahan dont nous avons besoin à Paris, il faut trouver le moyen de marquer celles de Paris. Or cela ne sera pas difficile, dès qu'on connoîtra la différence de longitude entre ces deux villes. Supposons qu'elle soit précisément de 45 degrés ou de 3 heures. Ainsi donc, lorsque l'on comptera midi à Paris, il sera 3 heures du soir à Ispahan, & il y sera 2 heures après midi, lorsqu'on comptera 11 heures à Paris, &c. Si donc, sur ce cadran supposé horizontal, nous prenons la ligne de 3 heures pour la ligne de midi, & que nous y marquions midi, & les autres à proportion, nous aurons à Paris le cadran horizontal d'Ispahan, lequel marquera non les heures d'Ispahan, mais celles de Paris dont nous avons besoin.

Nous croyons avoir énoncé le principe assez clairement pour le rendre sensible à nos lecteurs un peu géomètres ou astronomes ; mais il est à propos de donner un exemple suivi & détaillé, pour en faire mieux sentir l'application.

Supposons donc ici à Paris, un plan faisant avec l'horizon un angle de 12 degrés, & déclinant vers l'ouest de 22 degrés & demi.

La première opération à faire, est de trouver la longitude & la latitude du lieu de la terre, dont

le plan horizontal est parallèle au plan donné.

Pour cela imaginons un vertical AI perpendiculaire à ce plan donné, & sur ce vertical, que nous supposons tracé sur la surface de la terre, prenons, du côté qui regarde la partie supérieure du plan, un arc AH, égal à l'inclinaison de ce plan avec l'horizon : l'extrémité de cet arc H fera le point de la terre dont l'horizon sera parallèle au plan donné. Cela est suffisamment sensible sans l'appareil d'une démonstration. Concevons ensuite un méridien PH, mené du pôle P à ce point : il est évident que ce sera le méridien du plan donné, & que l'angle APH de ce méridien avec celui de Paris, donnera la différence de longitude des deux lieux. Il faudra donc trouver cet angle ; & , pour le trouver, nous avons un triangle sphérique APH, où trois choses sont connues, sçavoir ; 1^o la distance AP de Paris au pôle, laquelle est de $41^{\text{d}} 9'$; 2^o la distance AH de Paris au lieu dont le plan horizontal est parallèle au plan donné, qui est de 12^{d} ; 3^o l'angle PAH, compris entre ces deux côtés, & qui est égal à l'angle droit HAL, plus celui du plan avec la méridienne PAL.

On trouvera, en résolvant ce triangle sphérique, que l'angle au pôle APH, ou celui des deux méridiens, est de $5^{\text{d}} 41'$: c'est la différence de longitude des lieux A & H.

La latitude du lieu H se trouvera aussi par la résolution du même triangle ; car cette latitude est mesurée par le complément de l'arc PH dans le triangle PAH, & le calcul le donne de $36^{\text{d}} 42' *$.

* On peut s'éviter le calcul trigonométrique, au moyen d'une opération graphique qui est fort simple, & qui est

296 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Ainsi le plan incliné de 12^{d} à Paris, & déclinant de $22^{\text{d}} \frac{1}{2}$ à l'ouest, est parallèle au plan horizontal d'un lieu qui a $5^{\text{d}} 41'$ de longitude à l'occident de Paris, & $36^{\text{d}} 42'$ de latitude. Ce dernier angle est aussi celui que doit faire le style avec la soustylaie, car l'angle que fait l'axe de la terre avec le plan horizontal, est toujours égal à la latitude.

Enfin il est évident que, lorsqu'on comptera midi au lieu H, on aura $22' 44''$ après midi au lieu A; car $5^{\text{d}} 41'$ en longitude, répondent à $22' 44''$ d'heure: conséquemment, lorsque au lieu A l'ombre du style tombera sur la soustylaie qui est la méridienne du plan, il sera dans ce lieu A $22' 44''$ après midi, ou il y aura ce temps que midi est passé. Pour trouver donc l'heure de midi, il faudroit tirer à l'ouest de la soustylaie une ligne horaire, répondante à $11^{\text{h}} 37' 16''$, ou $11^{\text{h}} 37'$. Par un même raisonnement, on verra que les 11 heures du matin du lieu A répondront à $10^{\text{h}} 37'$ du lieu H, les 10 heures à $9^{\text{h}} 37'$, &c. De même après midi, la ligne d'une heure, pour le lieu A,

une suite de celle qu'on a enseignée au Problème XXII. Dans un cercle de la grandeur convenable, prenez un arc pa égal à PA , *fig. 45*; prenez ah égal à AH , & du point h abaissez une perpendiculaire hi sur le rayon ca ; sur hi *Pl. 22, fig. 45, 46.* décrivez un quart de cercle, où vous ferez hk égal à l'arc qui mesure l'angle de la déclinaison du plan, ou au supplément de l'angle PAH ; tirez kl perpendiculaire à hi , & enfin, du point l , la perpendiculaire lm au rayon cp , laquelle soit prolongée jusqu'au cercle en n : l'arc pn fera égal à PH ; & si sur mo on décrit un arc de cercle, qu'on mene lp perpendiculaire à ml , rencontrant en p cet arc de cercle: l'angle $pm l$ sera égal à l'angle cherché P du triangle APH .

répondra à celle de midi & 37 minutes du lieu H; 2 heures, à 1 heure 37 minutes; 3 heures, à 2 heures 37 minutes, &c.

Ainsi, en supposant la soustylaire du plan sur lequel le cadran doit être tracé, être la méridienne, il faudra décrire un cadran qui marque, avant midi, $11^h 37'$, $10^h 37'$, $9^h 37'$, $8^h 37'$, &c.; & après midi, midi 37', $1^h 37'$, $2^h 37'$, $3^h 37'$, $4^h 37'$, &c.

Tous ces calculs faits, nous tracerons notre cadran avec facilité. Pour cet effet on cherchera d'abord, par le Problème III, la soustylaire qui est la méridienne du plan. Je suppose, dans la *fig.* Pl. 22,
fig. 47- 47, qu'elle soit PE, & P le centre du cadran. Ayant pris PB de la longueur convenable, tirez par le point B la perpendiculaire ABC à PE; que A soit le côté de l'ouest: la ligne Pd qui répond à 11 heures 37 minutes, ou qui est éloignée de la méridienne de 23 minutes d'heure, se trouvera en faisant cette analogie;

Comme le sinus total

Au sinus de complément de la hauteur du pôle sur le plan, qui est de $36^\circ 42'$,

Ainsi la tangente de l'angle horaire qui répond à $23'$ d'heure, ou la tangente de $5^\circ 45'$,

A un quatrième terme, qui sera la tangente de l'angle B P d.

On la trouve, par cette analogie, égale à 81 parties, dont PD en contient 1000: prenant donc avec une échelle 81 de ces parties, & les portant de B en d, & tirant Pd, on aura la ligne horaire de 11 heures 37 minutes pour le plan du cadran ou le lieu H.

298 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

De même on trouvera la ligne Pe de 10 heures 37 minutes, en faisant cette analogie ;

Comme le sinus total

Au sinus de complément de $36^{\circ} 42'$,

Ainsi la tangente de l'angle horaire répondant à $10^h 37'$, ou la tangente de $20^{\circ} 45'$,

A la tangente de l'angle $BP e$.

On la trouve de 319 des parties ci-dessus.

Ainsi, prenant sur la même échelle ce nombre de parties, & le transportant de B en e , on aura la ligne horaire Pe , répondante à 10 heures 37 minutes.

On trouvera de même les autres lignes avant midi. Les deux premiers termes de l'analogie sont les mêmes : le troisième terme est toujours la tangente d'un angle qui augmente successivement de 15° : ainsi ces tangentes seront celles des angles de $5^{\circ} 45'$, $20^{\circ} 45'$, $35^{\circ} 45'$, $50^{\circ} 45'$, $65^{\circ} 45'$, dont il faudra ajouter successivement les logarithmes au logarithme du sinus de complément de $36^{\circ} 42'$: on en ôtera le logarithme du sinus total, & les restants seront les logarithmes des tangentes des angles des lignes horaires ; & ces tangentes elles-mêmes seront successivement, pour Bd , Be , Bf , &c. 81, 319, 576, 979, 1775, 5114, &c. en parties dont le rayon, ou PD , contient 1000.

Pour les heures après midi, on opérera de même. Comme $37'$ d'heure répondent à $9^{\circ} 15'$, le premier angle horaire sera de $9^{\circ} 15'$; le second, en y ajoutant 15° , sera de $24^{\circ} 15'$; le troisième, de $39^{\circ} 15'$; le quatrième, de $54^{\circ} 15'$; &c. On aura donc successivement ces proportions à faire ;

Comme le sinus total

Est au sinus de complément de $36^{\circ} 42'$,

Ainsi la tangente de $9^{\circ} 15'$, ou de $24^{\circ} 15'$, ou de $39^{\circ} 15'$, &c.

A un quatrieme terme.

Ce sera la tangente de l'angle $BP l$, ou $BP m$, ou $BP n$, &c.

Ainsi, ajoutant successivement au logarithme du sinus de $53^{\circ} 18'$, les logarithmes des tangentes de $9^{\circ} 15'$, $24^{\circ} 15'$, $39^{\circ} 15'$, &c. & des sommes retranchant le logarith. du sinus total, on aura les logarithmes de tangentes des angles que font avec la soustylaire les lignes horaires $P l$, $P m$, $P n$, &c. & ces tangentes mêmes, qui seront respectivement de 131, 361, 656, 1115, 2121, 8028 parties, dont PB en contient 1000. Qu'on prenne donc avec le compas, sur une échelle convenable, ces grandeurs successivement; qu'on les porte de B en l , de B en m , de B en n , &c.; qu'on tire les lignes $P l$, $P m$, $P n$, $P o$, &c.; enfin, en marquant le point d de XII heures, parceque $P d$ est la méridienne du lieu A, qu'on marque les autres points horaires de nombres convenables, comme on le voit dans la figure: le cadran sera tracé.

Il est à propos encore, pour ne pas tracer plus de lignes horaires qu'il ne faut, de déterminer à quelle heure, dans le plus long jour d'été, le soleil se leve & se couche sur le plan proposé. Cela se fera facilement au moyen de la considération suivante.

Il est aisé de voir que, si l'on suppose deux plans paralleles en deux lieux différents de la terre, le soleil commencera à les éclairer tous les deux

300 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

au même instant, & que pareillement il se couchera en même temps pour tous les deux : ainsi le plan de notre cadran étant parallèle au plan horizontal d'un lieu qui a $36^{\circ} 42'$ de latitude septentrionale, il n'est question que de sçavoir quelle est l'heure à laquelle, dans les plus longs jours d'été, le soleil se levera à l'égard de ce plan. Or l'on trouve que, pour une latitude de $36^{\circ} 42'$, le plus long jour est de 14 heures & demie, ou que le soleil se leve ce jour-là à 7 heures $\frac{1}{4}$ avant midi, & se couche à 7 heures $\frac{1}{4}$: il suffira donc, sur le cadran en question, de marquer la ligne horaire qui précède la méridienne du plan, de 7 heures $\frac{1}{4}$, c'est-à-dire, à bien peu de chose près, la ligne de 5 heures du matin pour le lieu A ; car, à quelque heure que cet astre se leve, il ne commencera que vers cette heure-là à éclairer le plan : & quant aux heures après midi, la dernière devra être 7 heures $\frac{1}{4}$; car, à cette heure-là, quelque temps que le soleil reste encore sur l'horizon, il se couchera pour le plan.

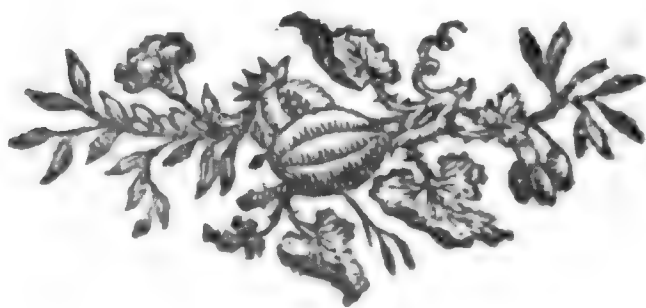
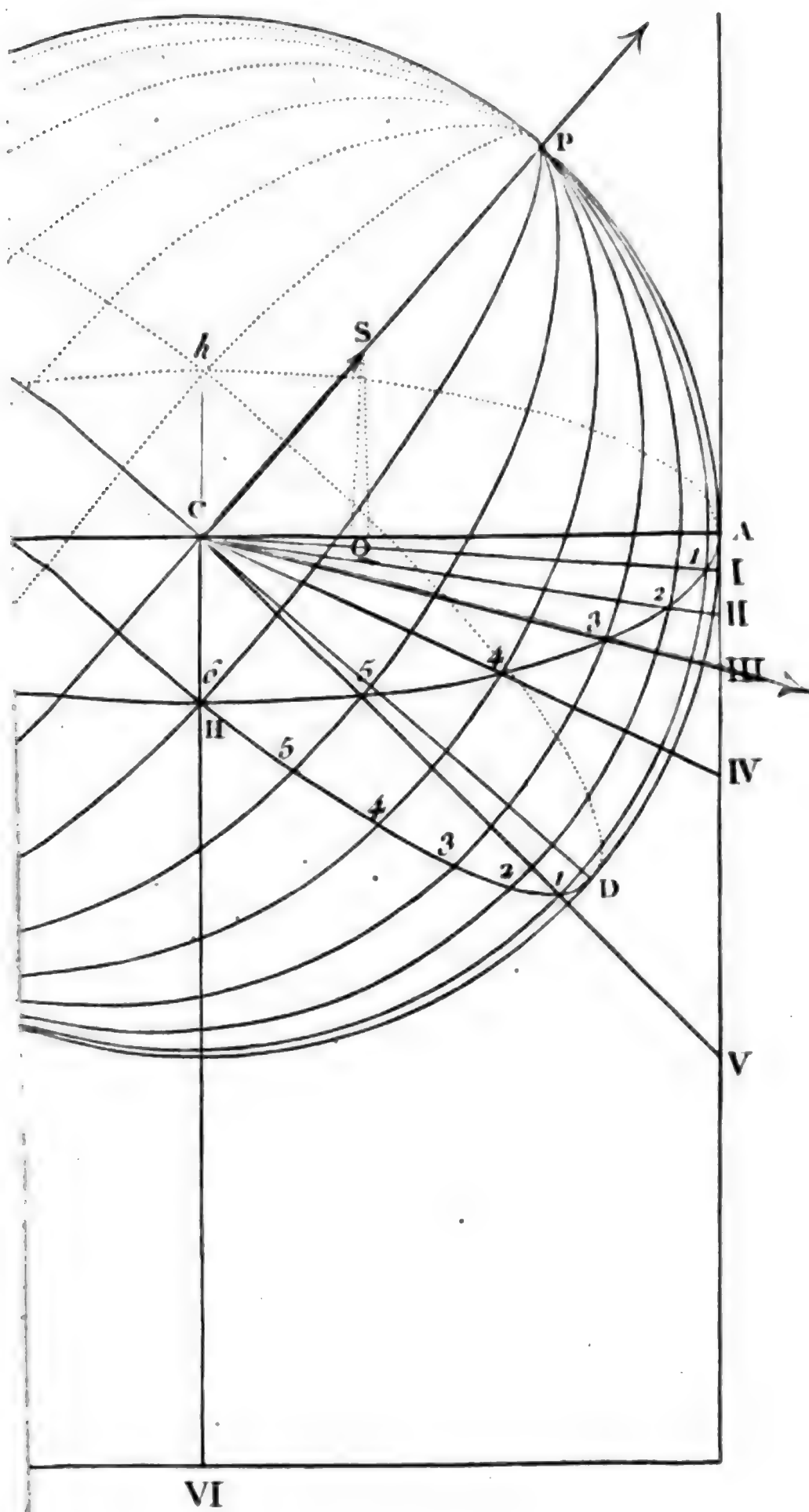


Fig. 1.



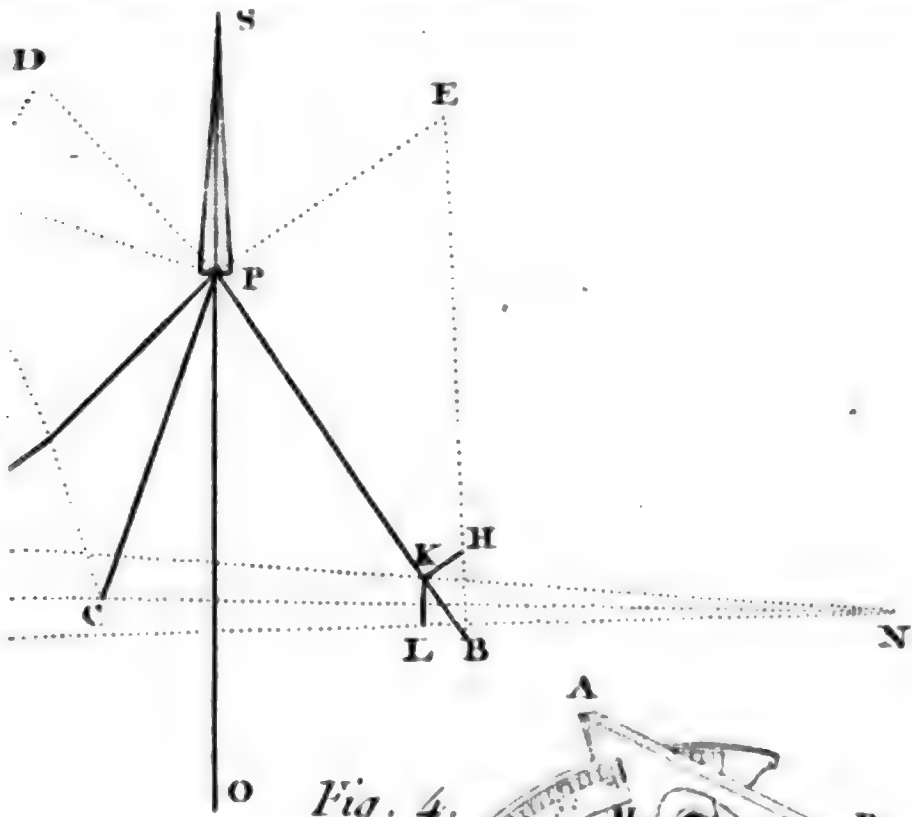


Fig. 4.

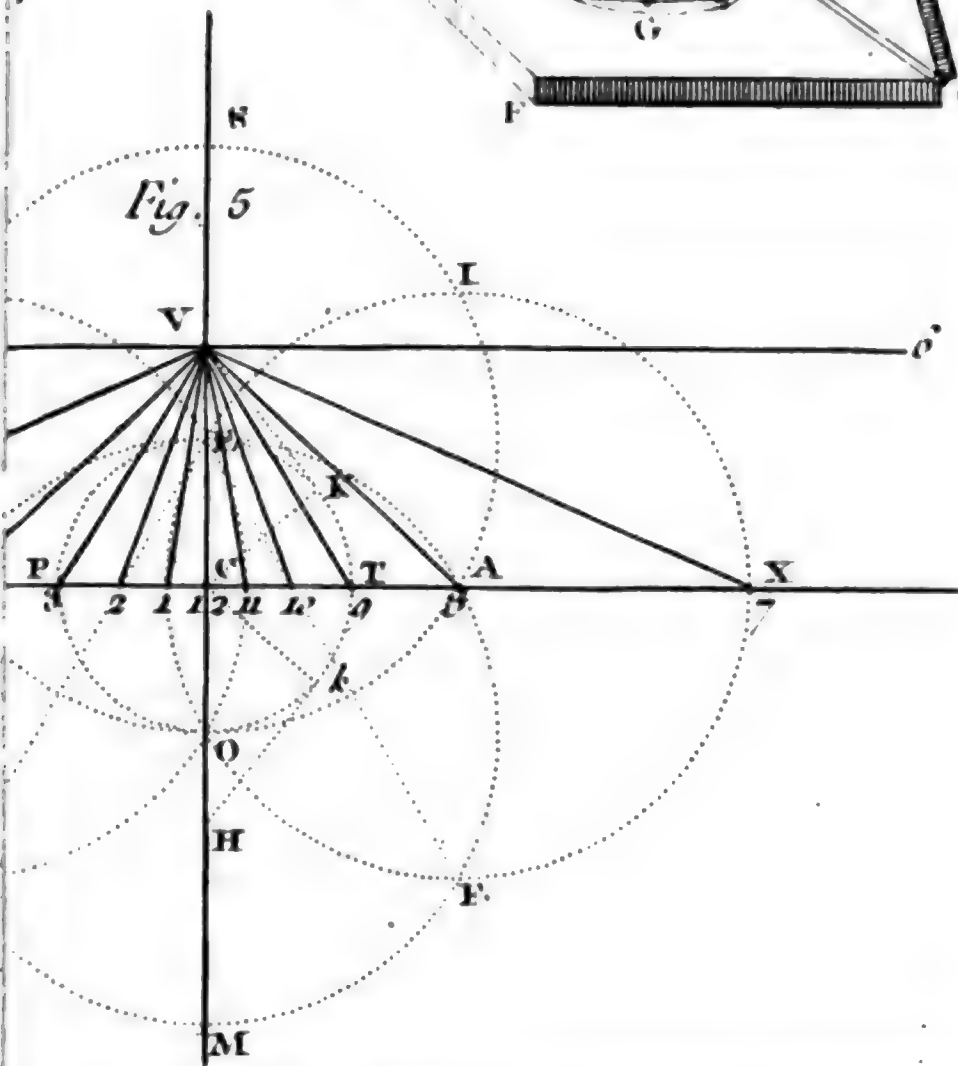
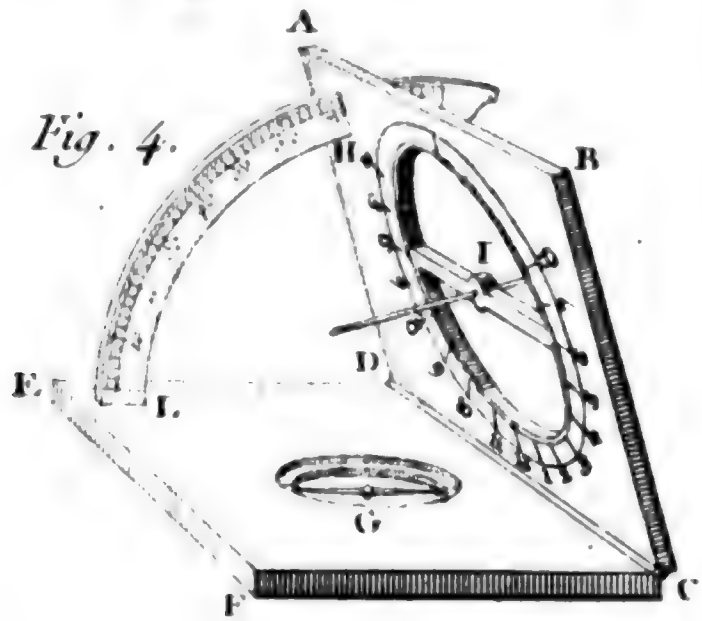
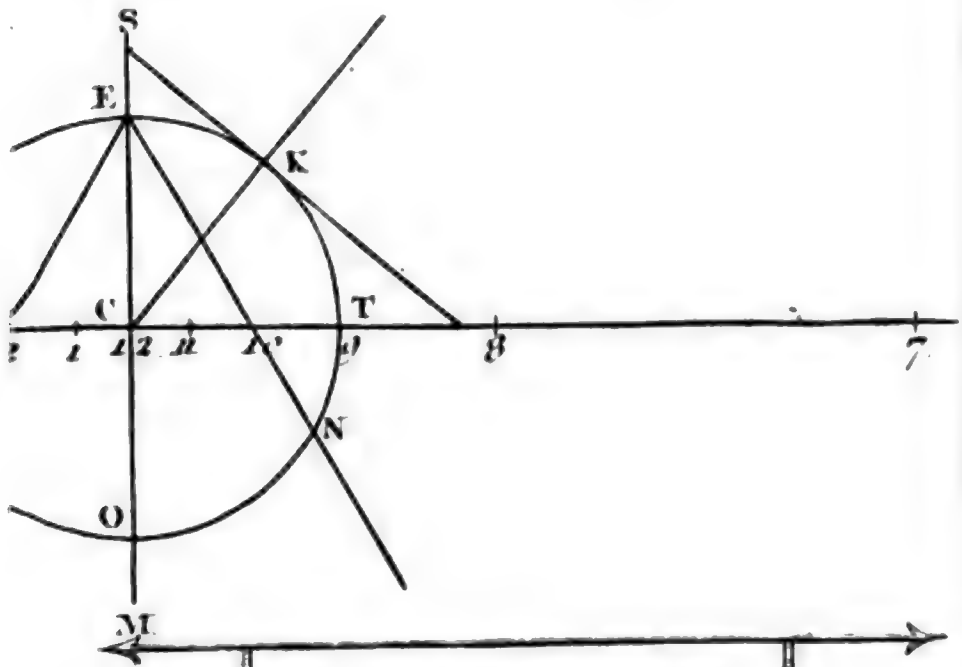
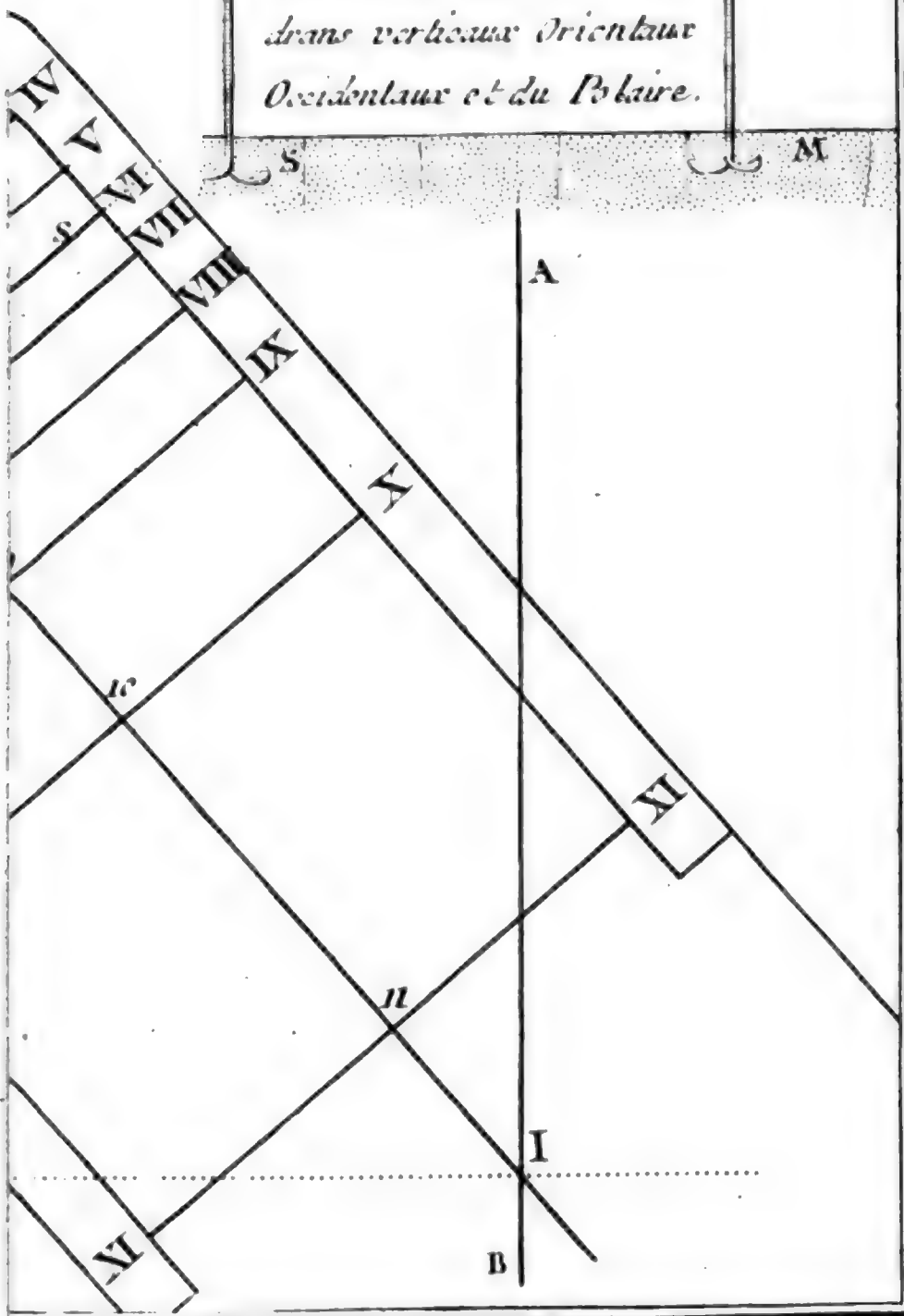


Fig. 5

6



*Forme du Style des Ca-
dres verticaux Orientaux
Occidentaux et du Polaire.*



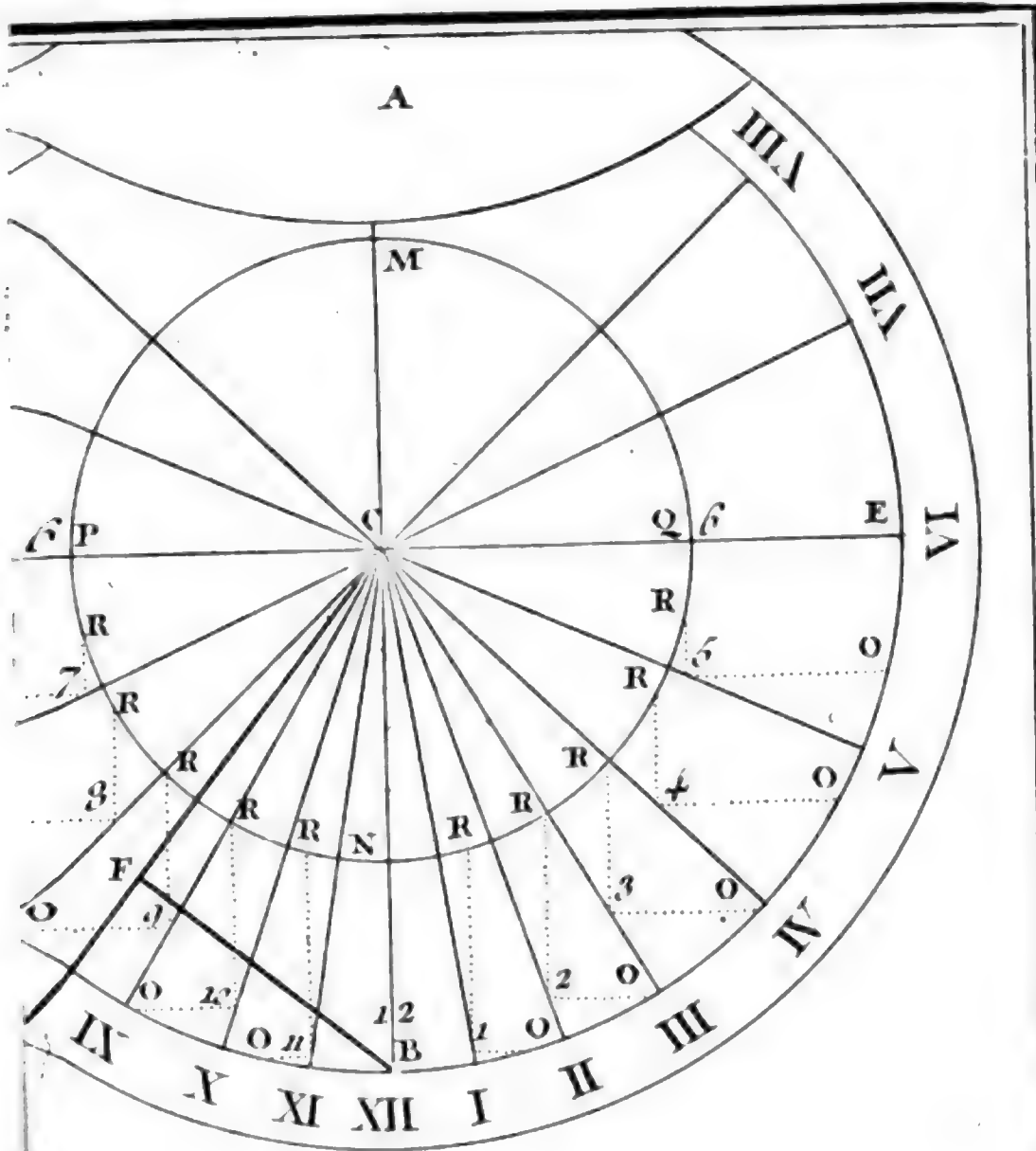


Fig. 10.

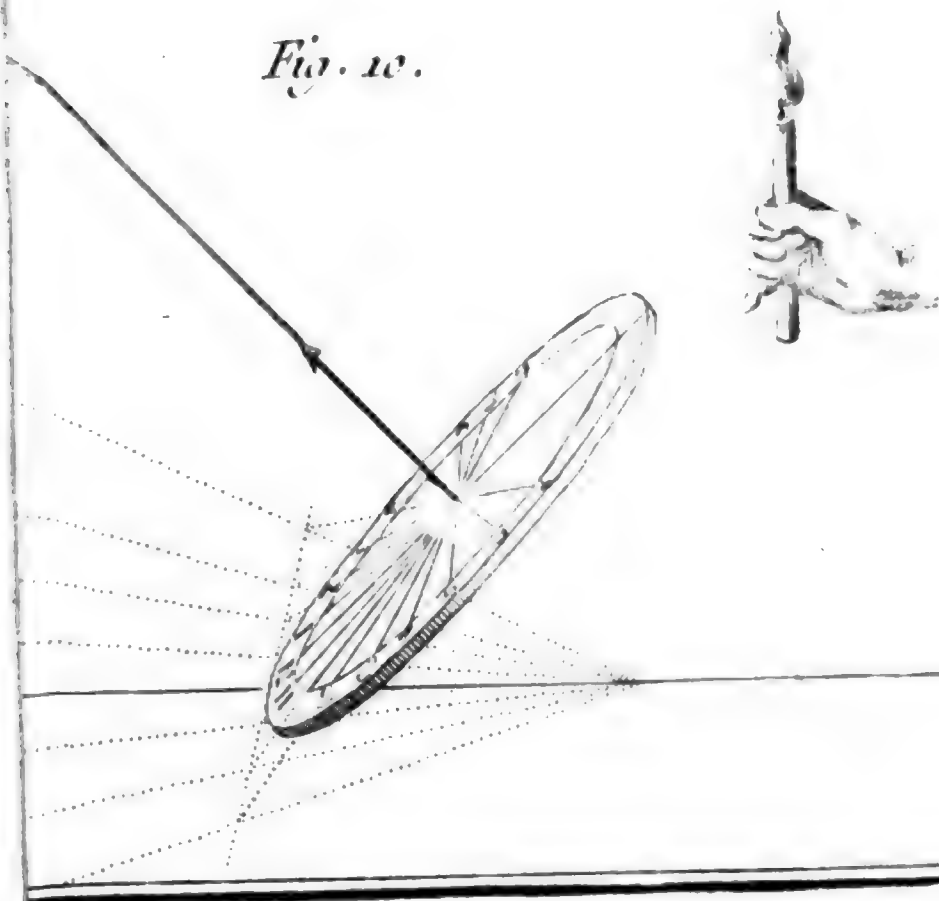
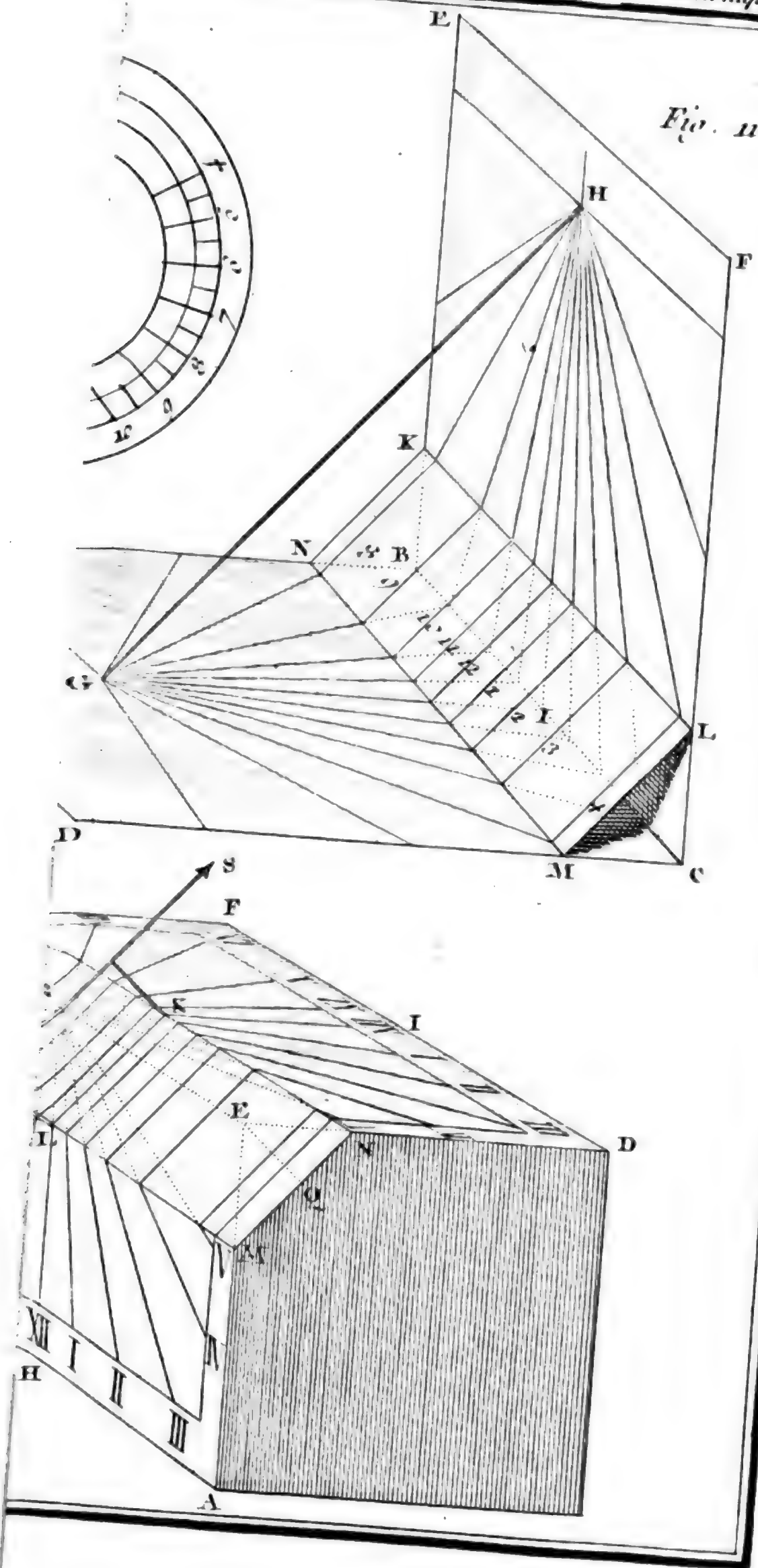
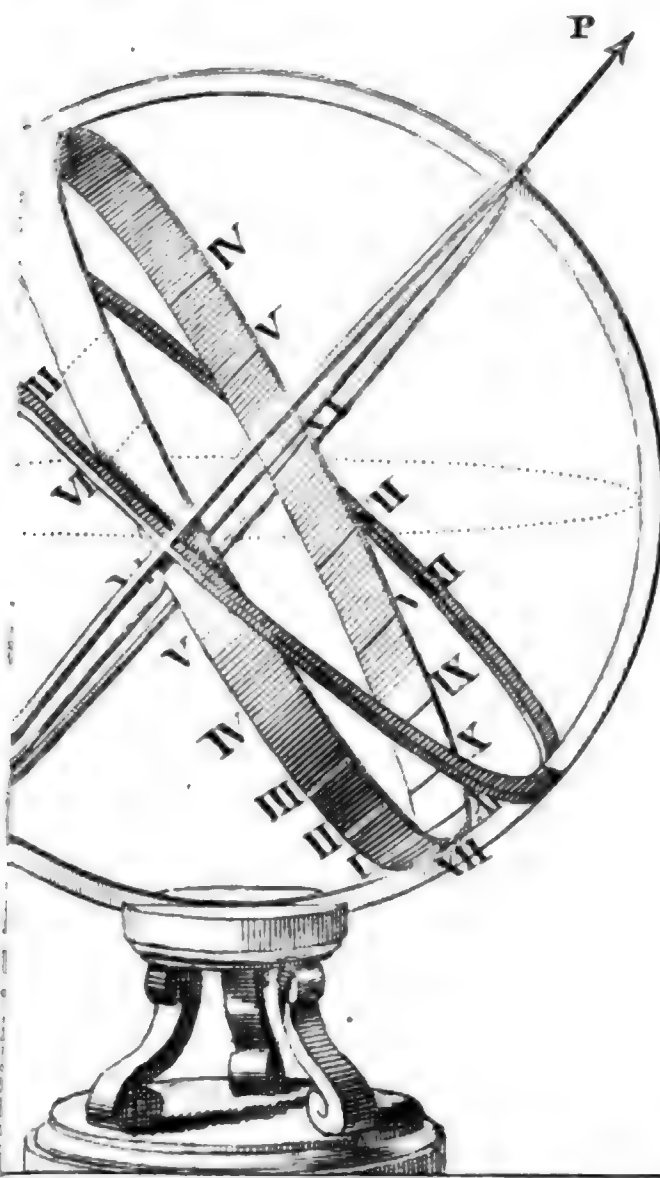
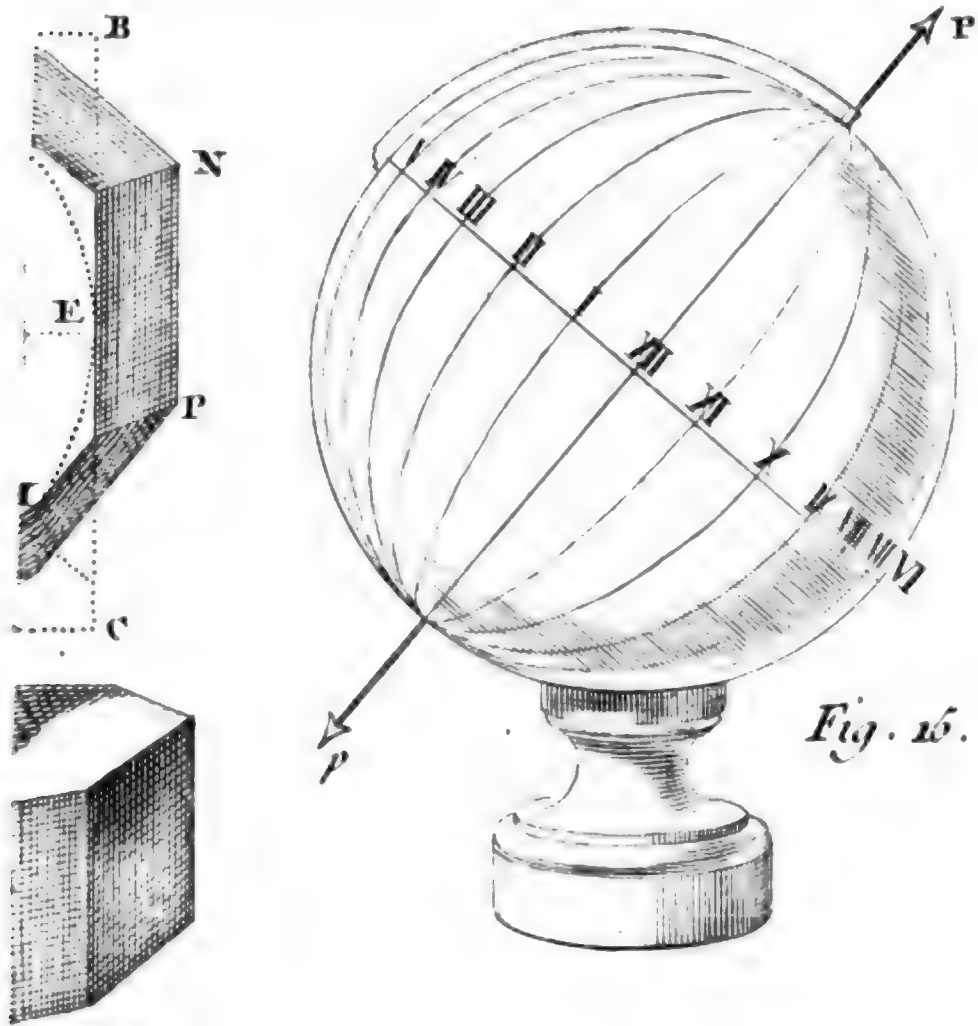
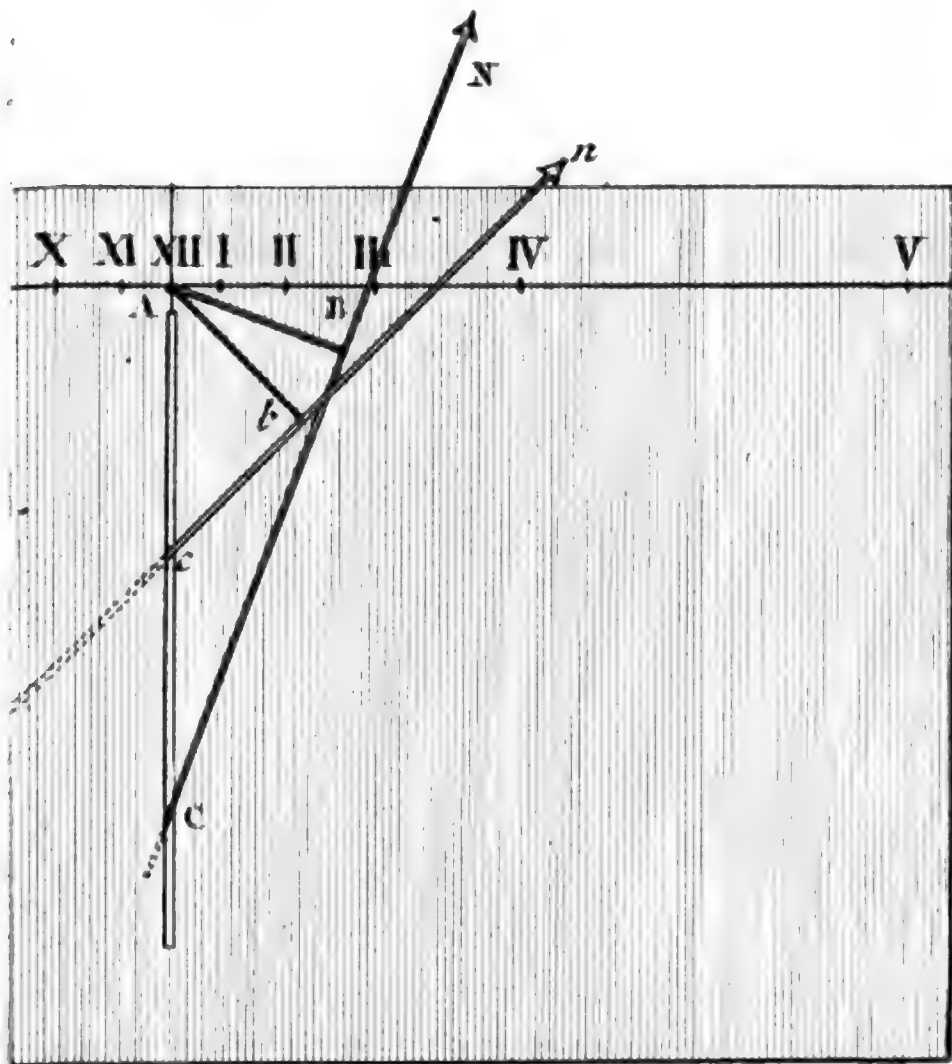
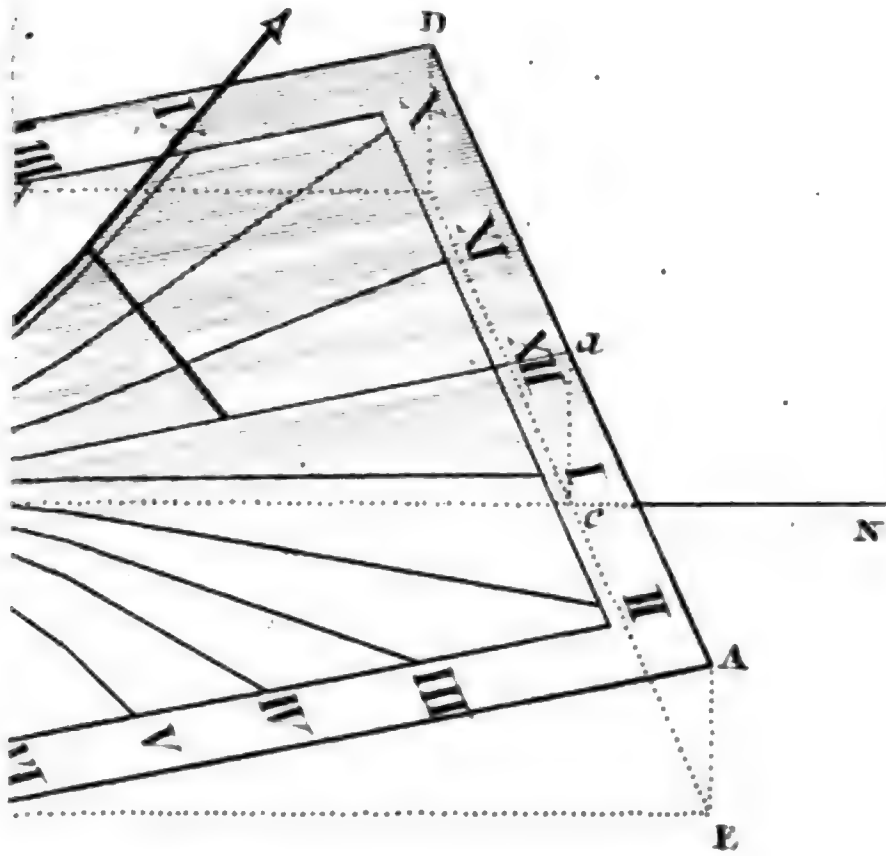
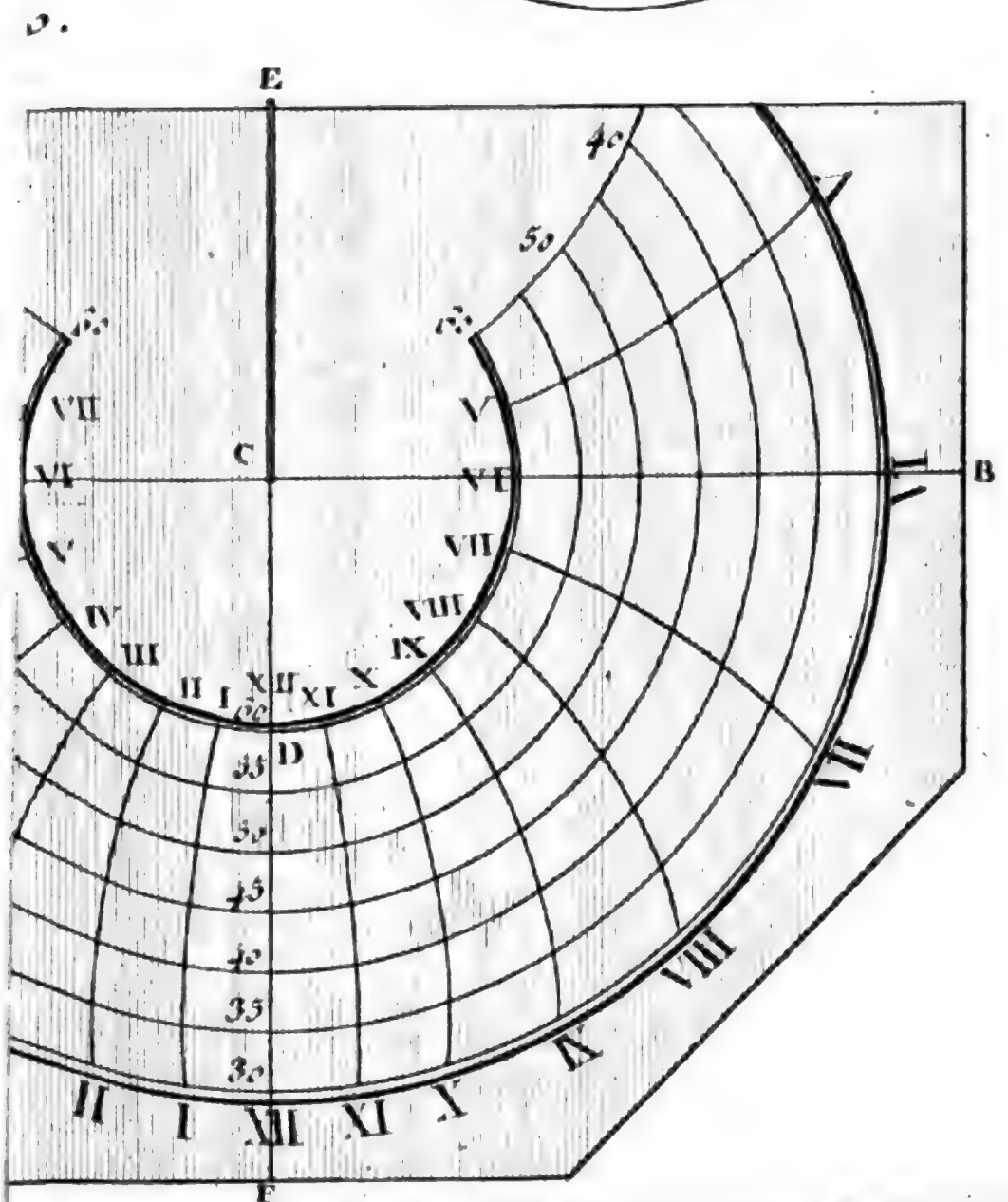
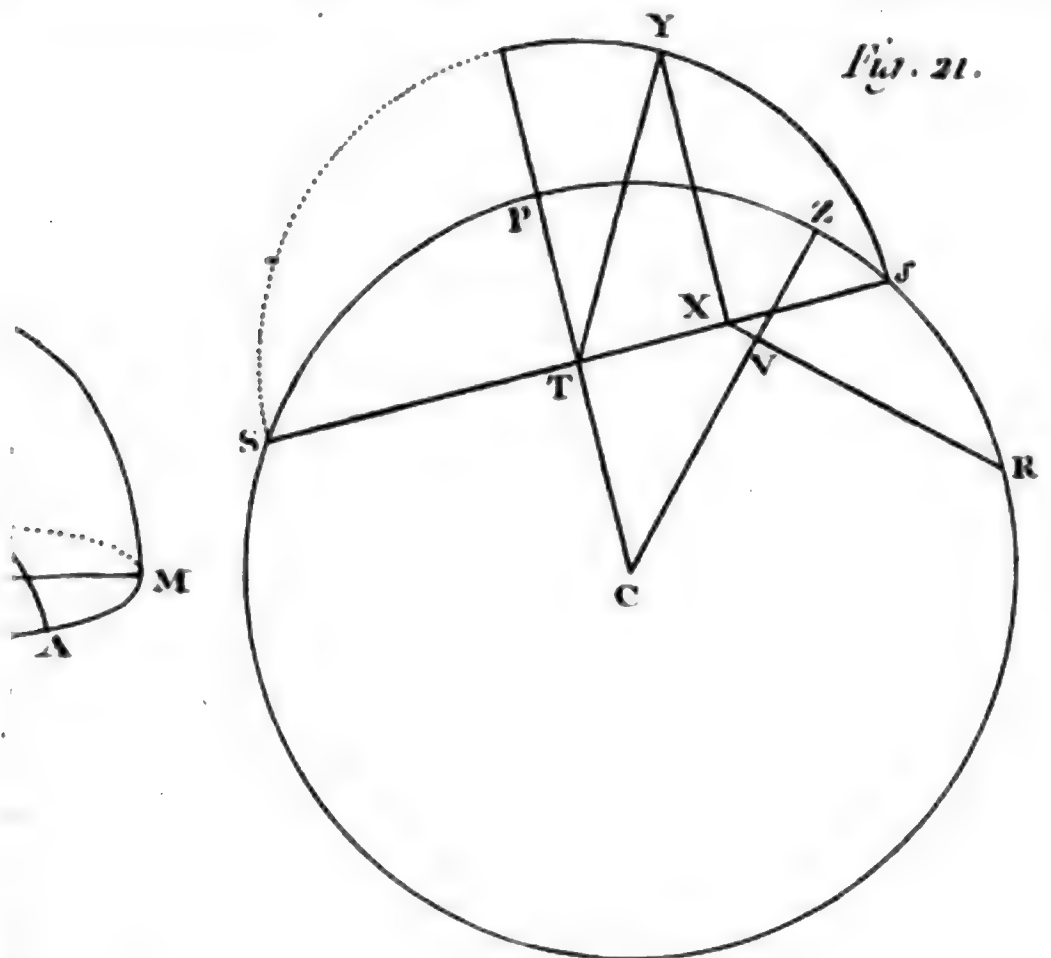


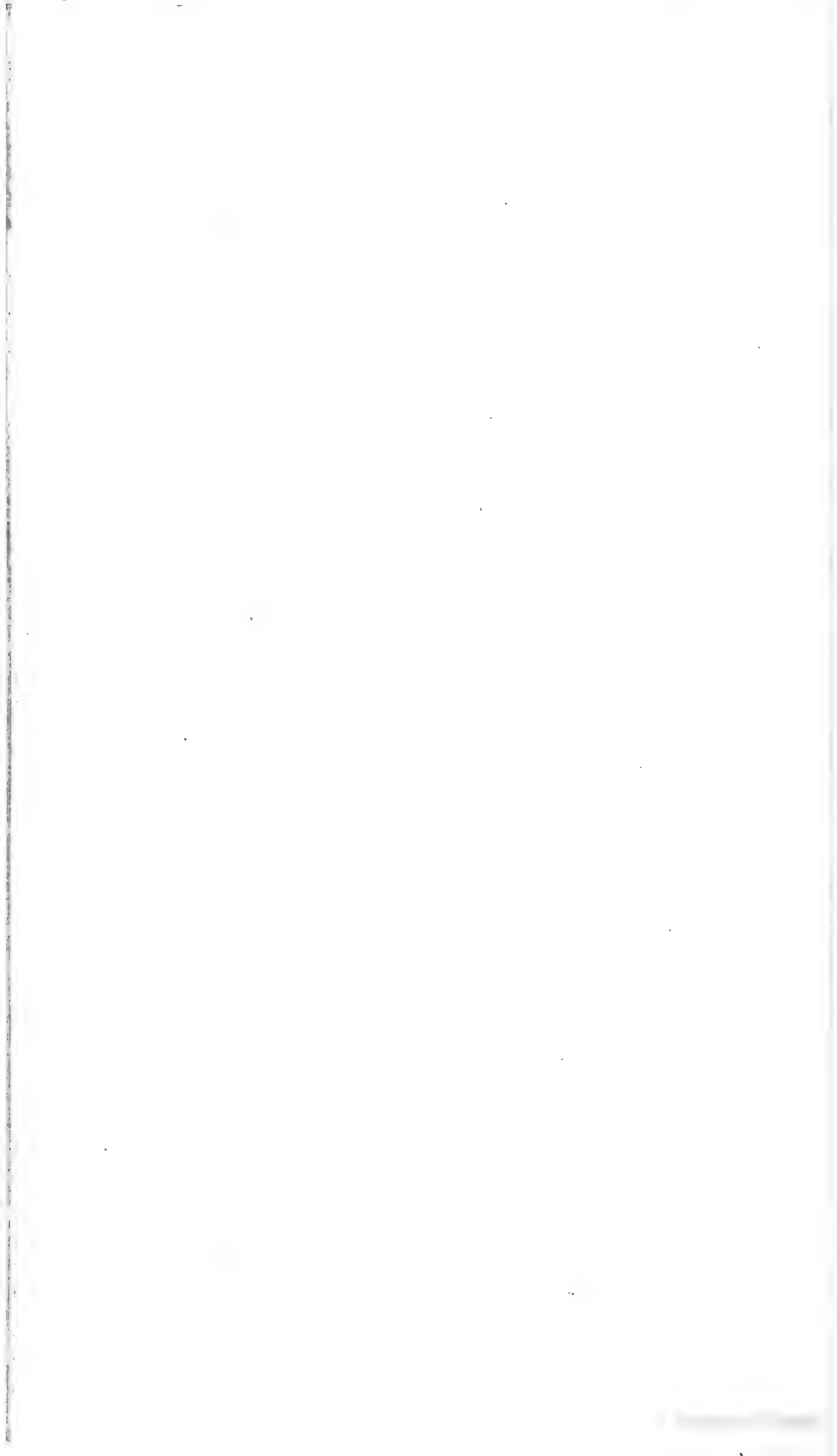
Fig. II.

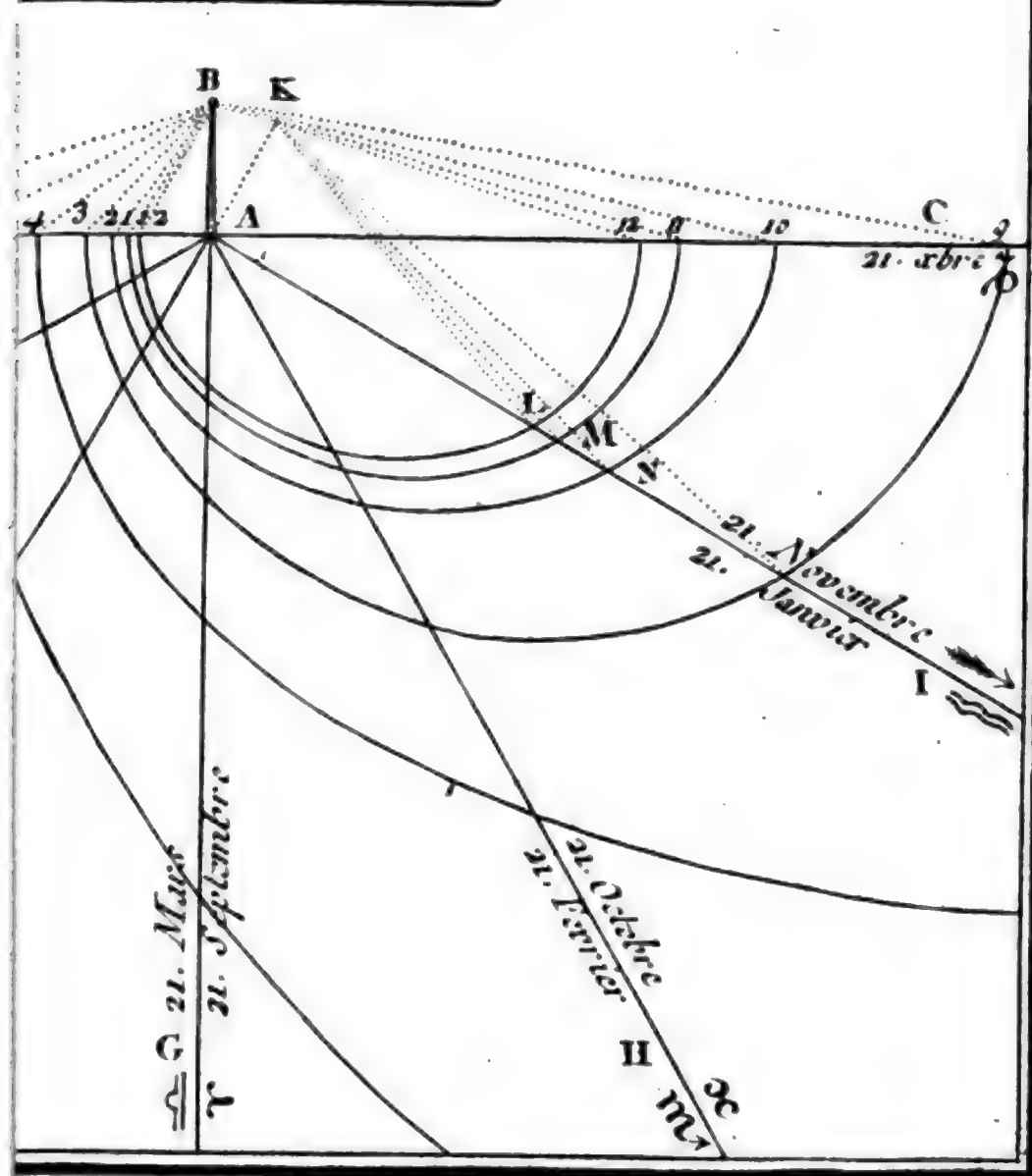
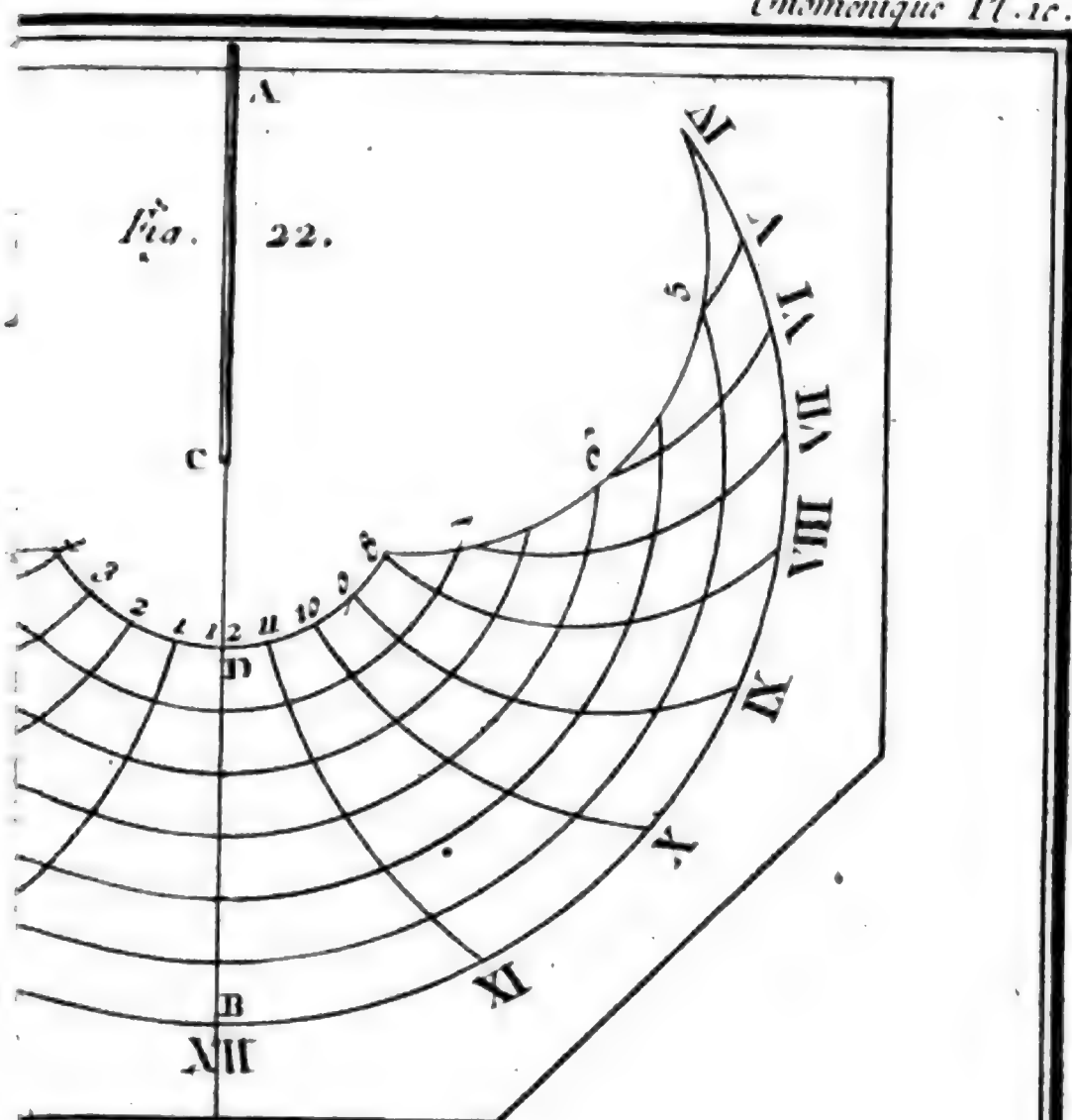












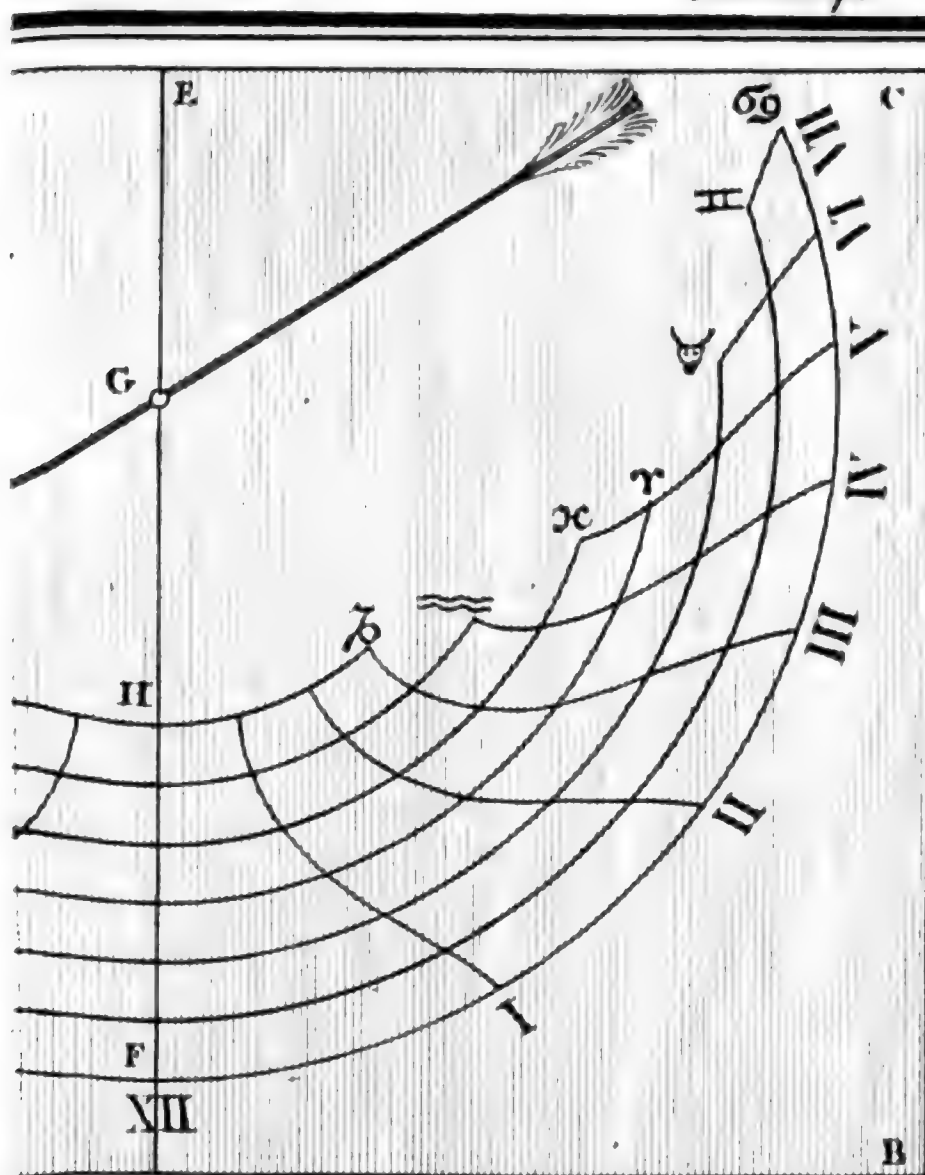
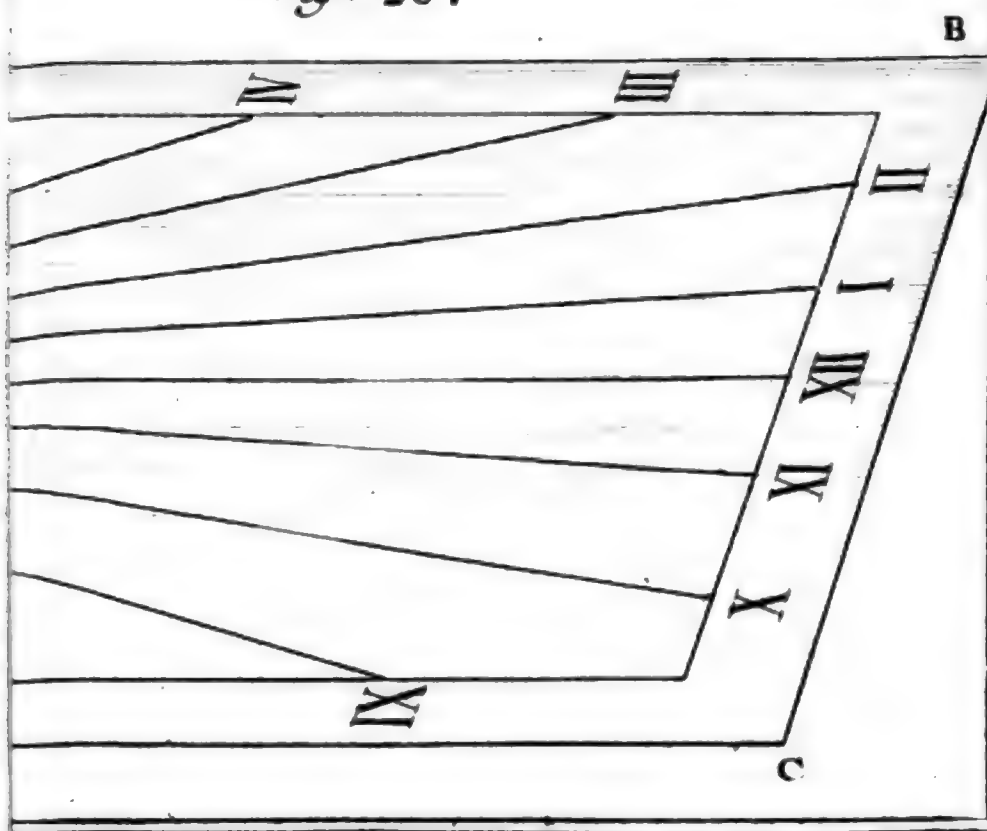
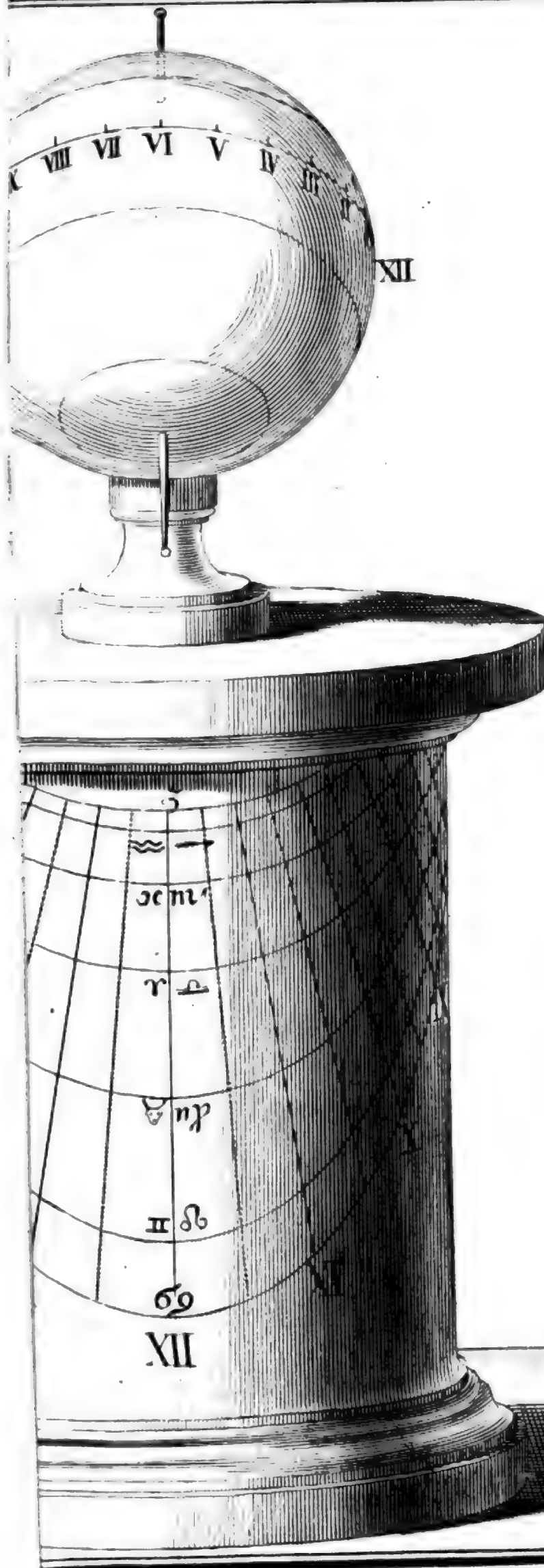


Fig. 25.





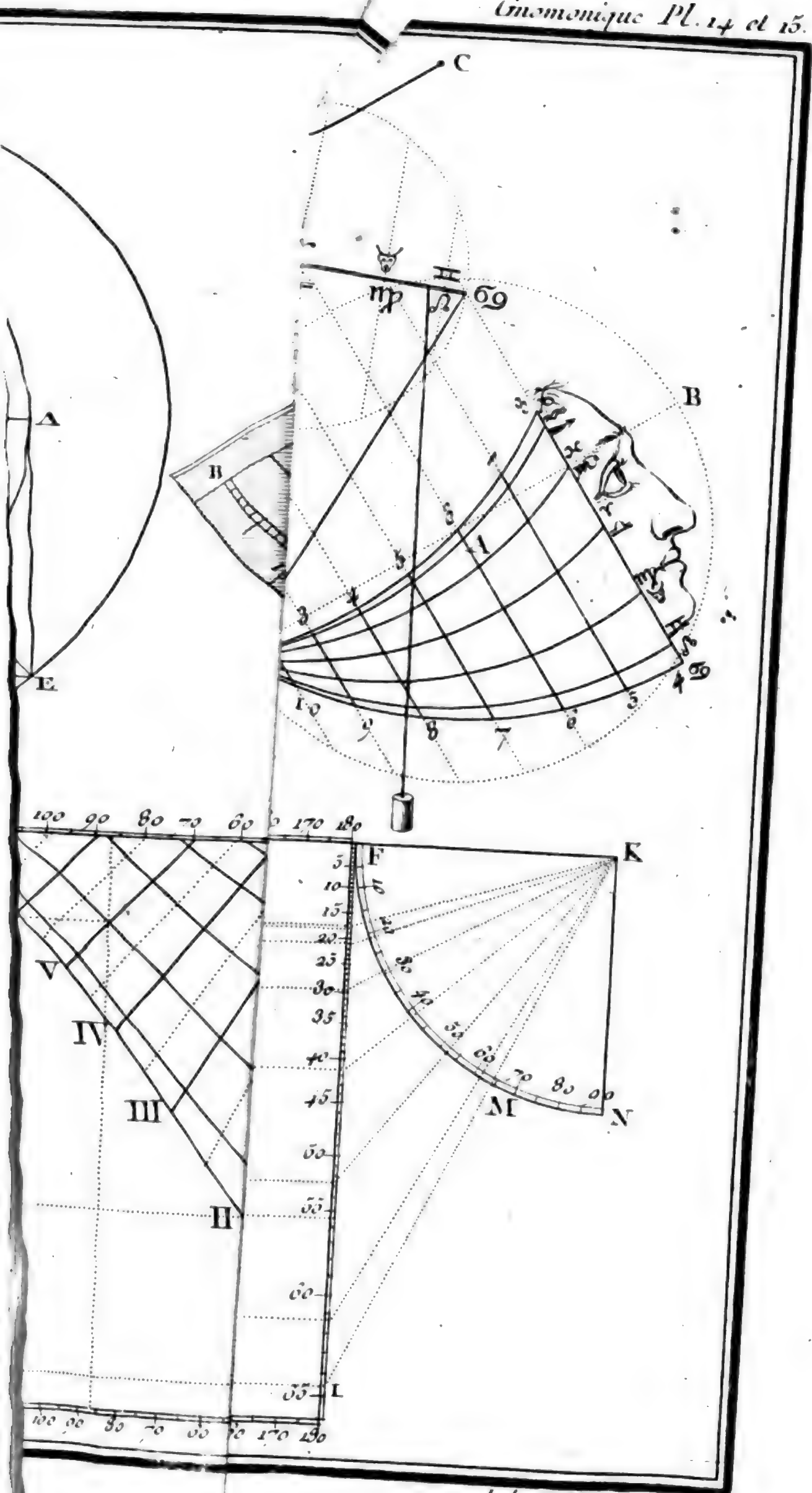
11

A

L

100

7



de la Gardette Sculp.



Fig. 32.

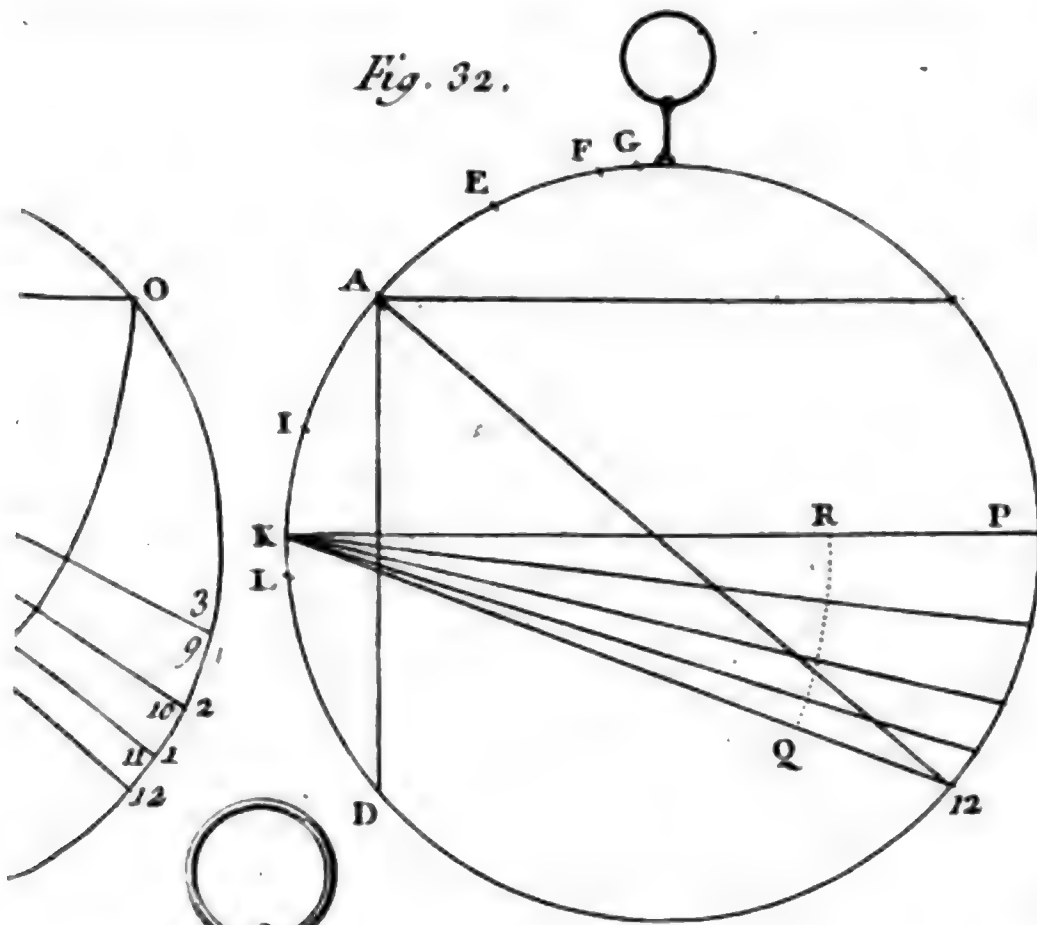
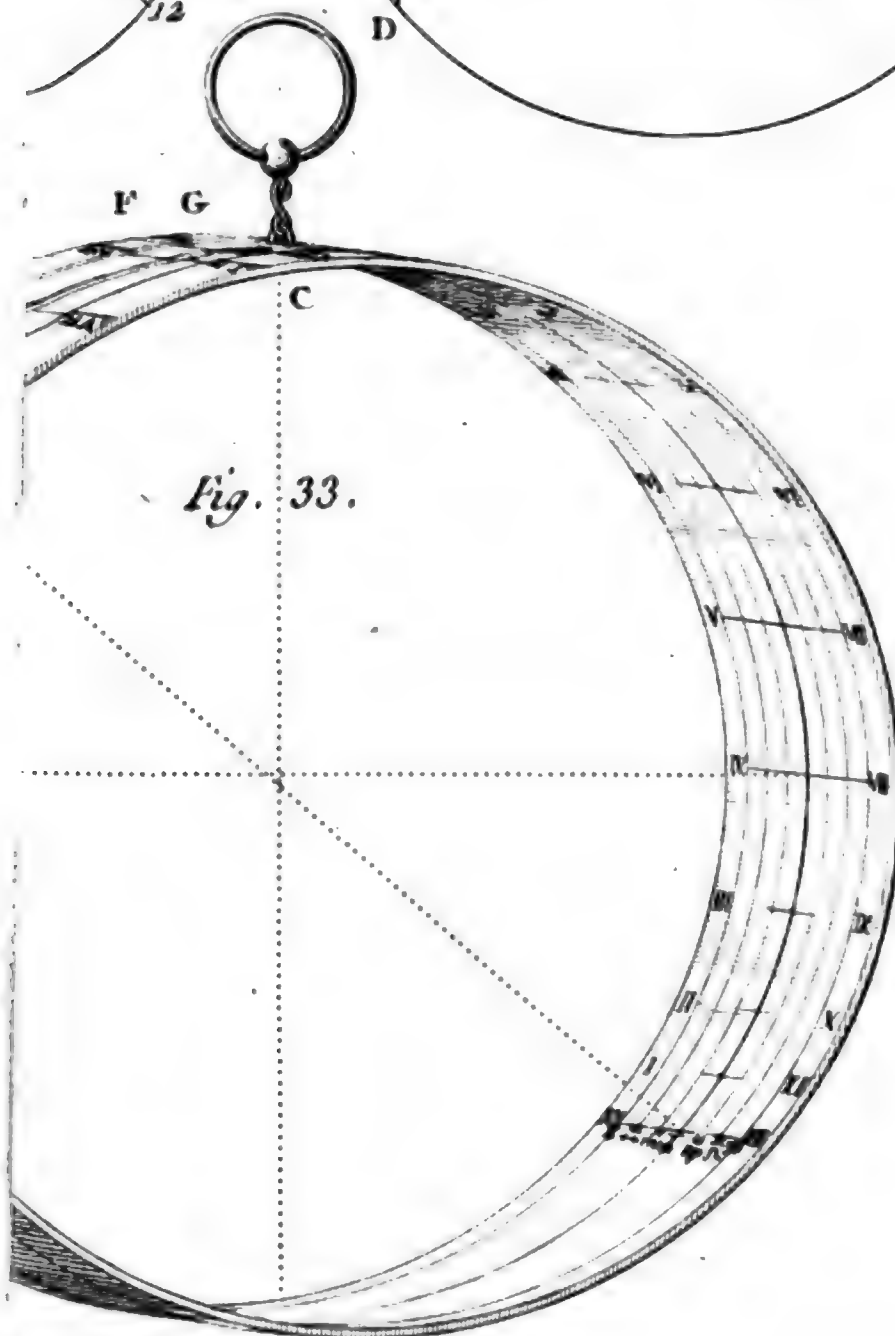


Fig. 33.



11

1

2
H
I

1

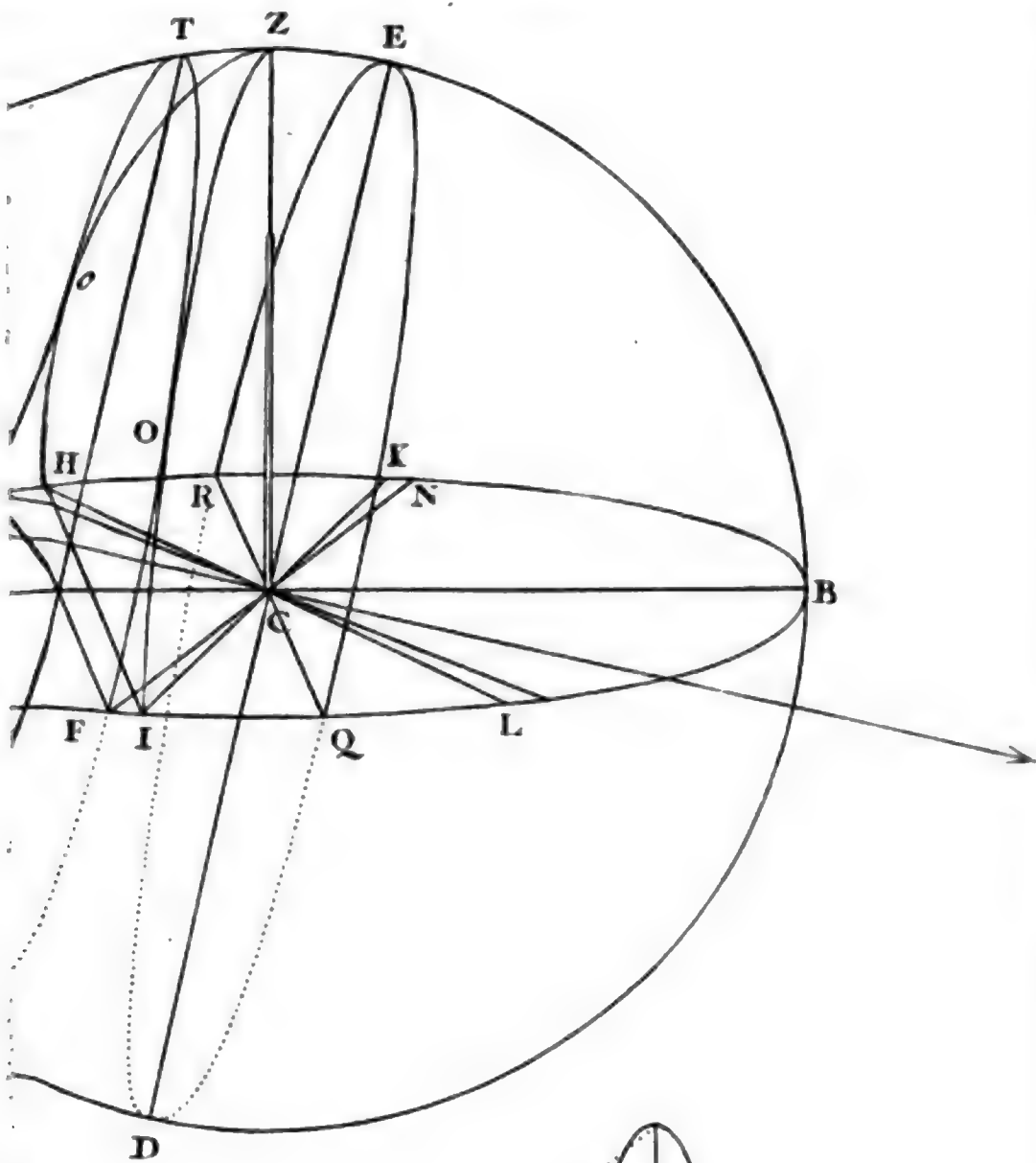
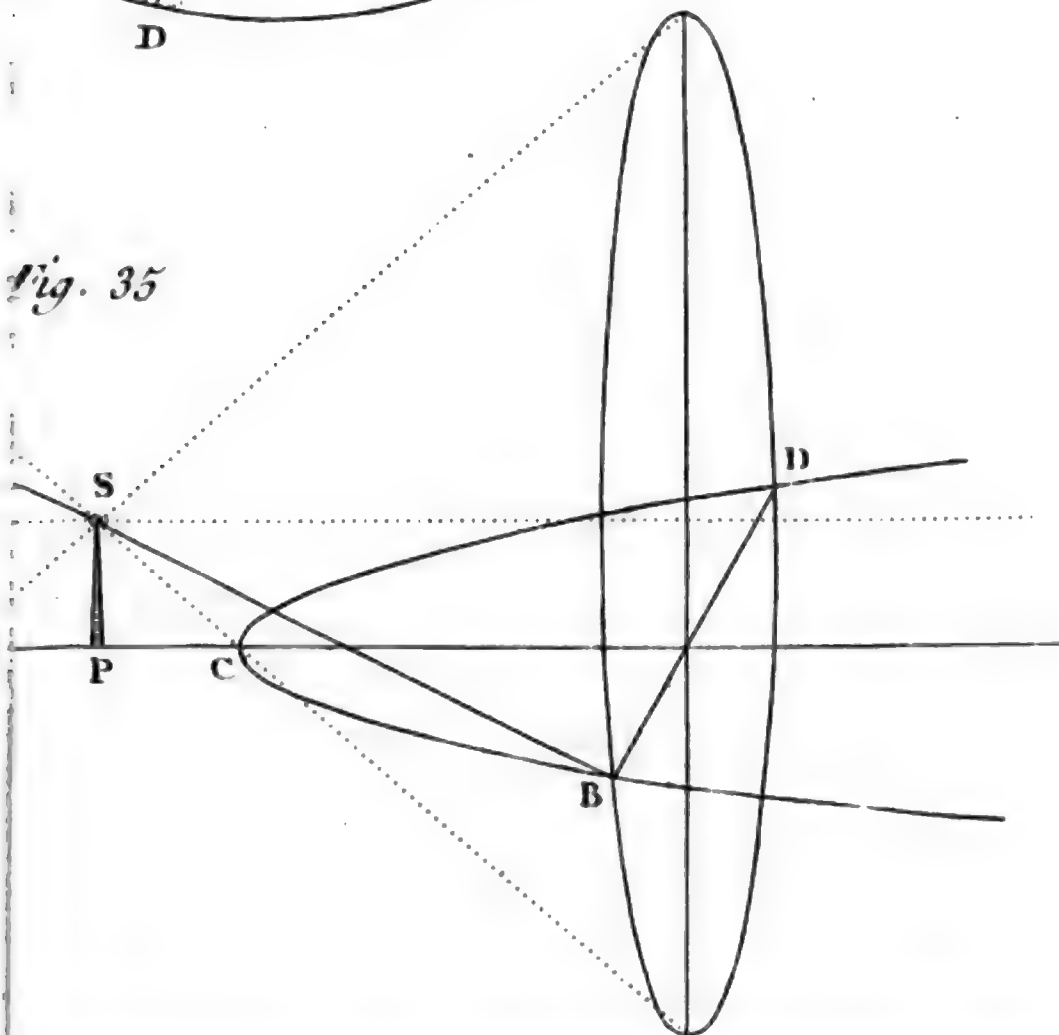


Fig. 35



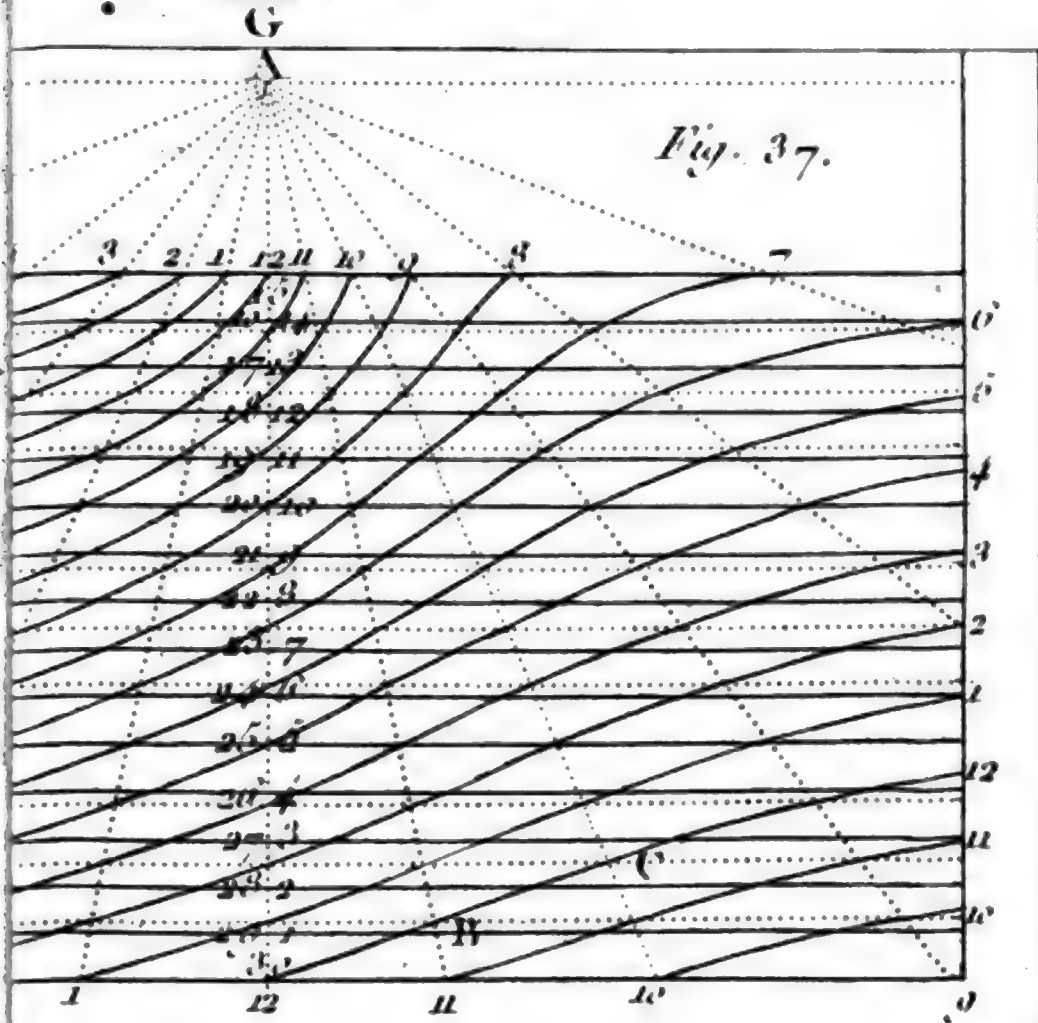
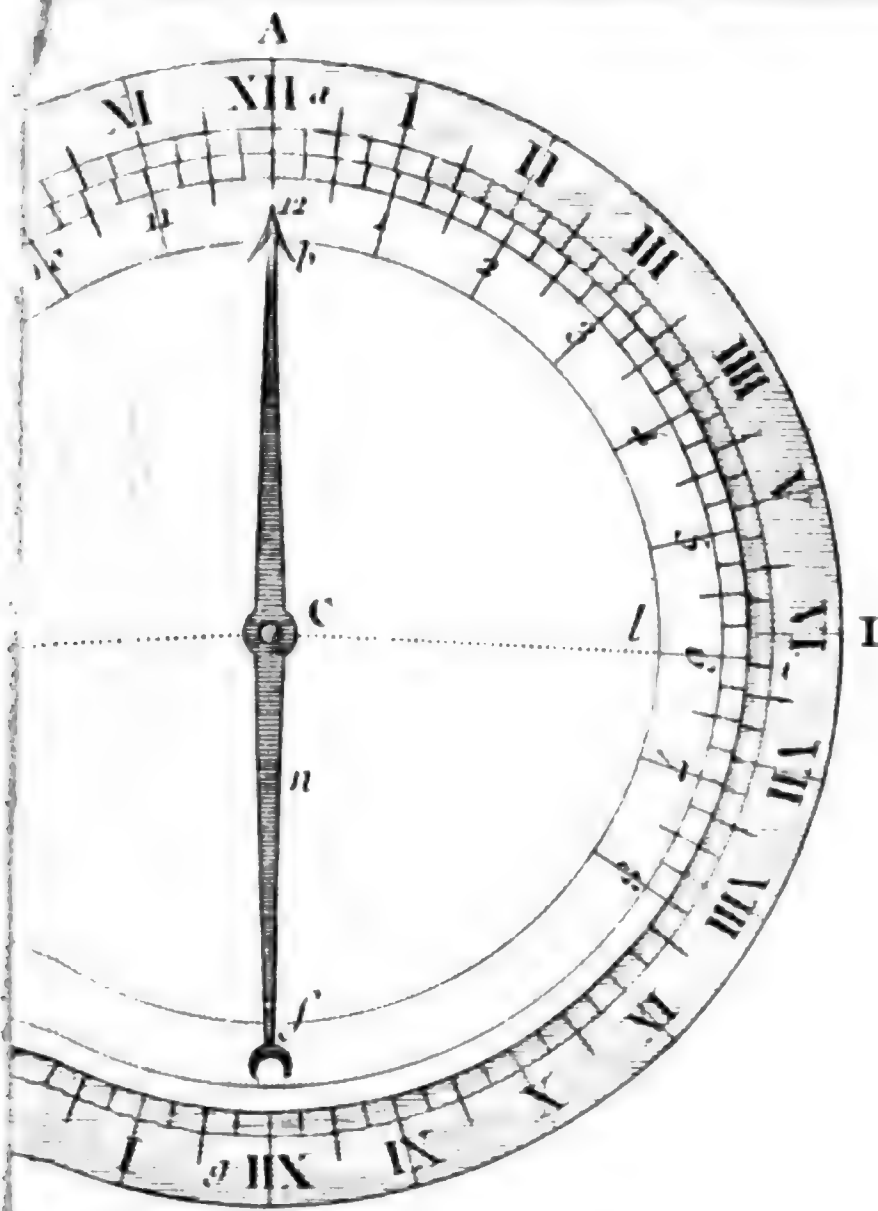


Fig. 38.

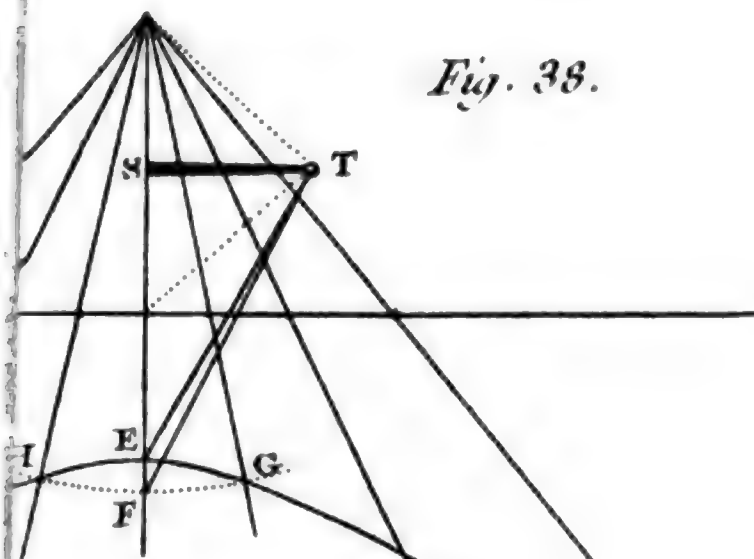


Fig. 39.

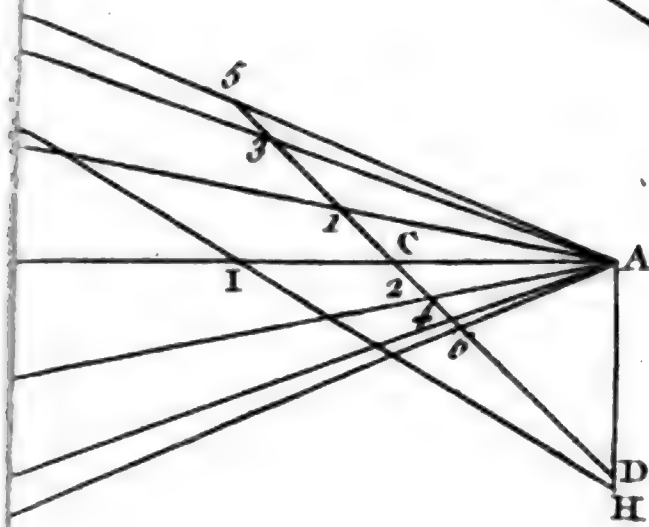
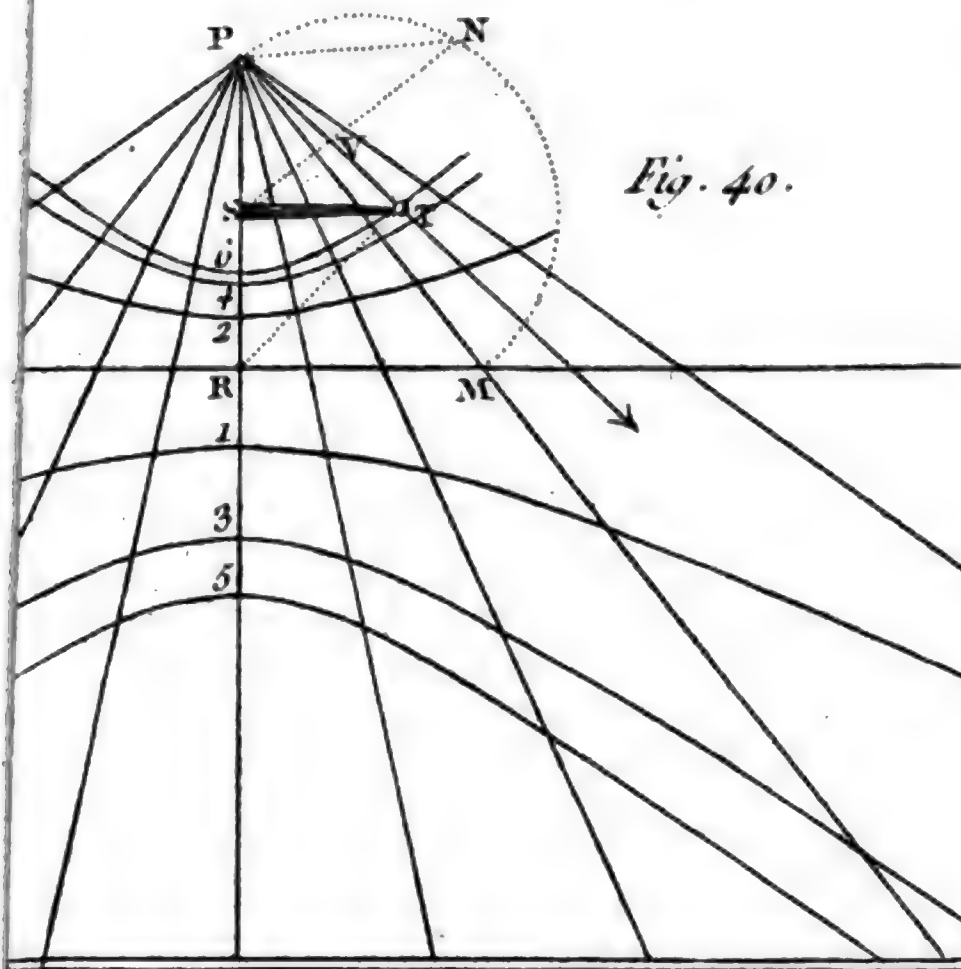
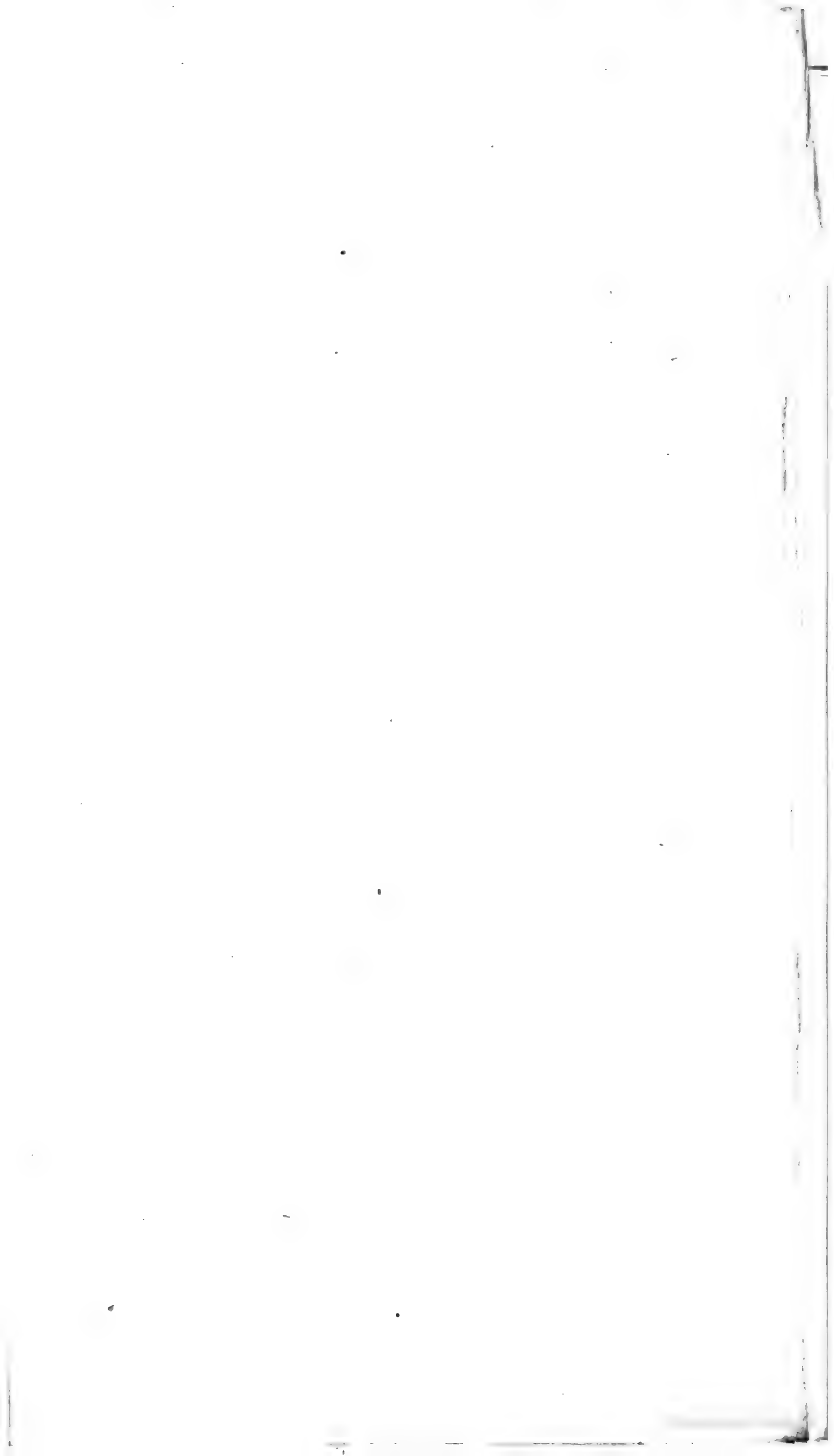
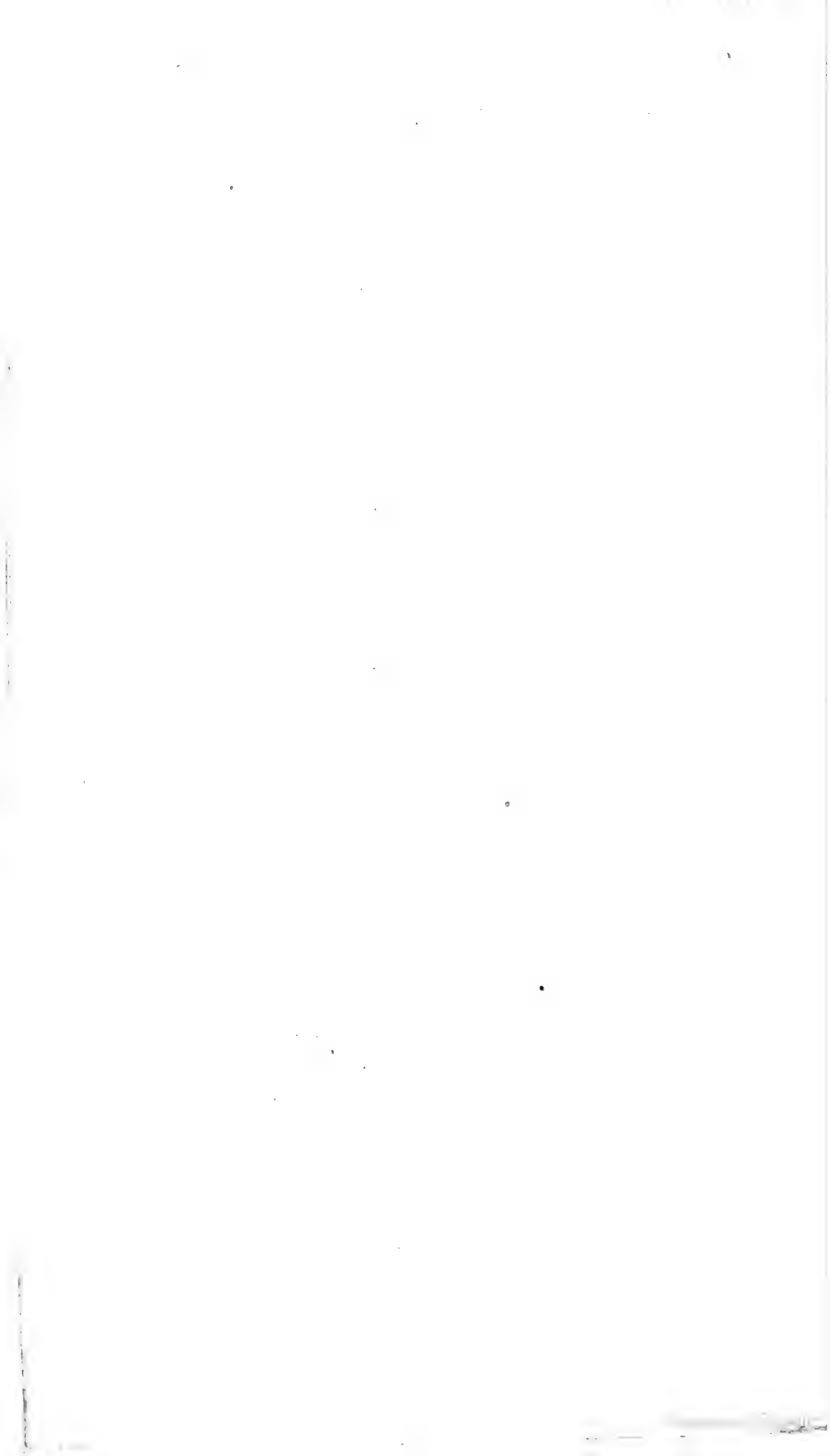


Fig. 40.









lence des nations : ce qui a fait dire énergiquement à un de nos poètes ,

Le trident de Neptune est le sceptre du monde.

Mais ce n'est pas ici le lieu d'une digression politique sur l'utilité de la marine. Nous nous bornerons donc , comme mathématicien , à dire que la navigation peut être considérée sous deux aspects. Sous l'un , c'est une science dépendante de l'astronomie & de la géométrie. Envisagée de cette manière , on l'appelle le *Pilotage* , qui est l'art de déterminer la route qu'on doit tenir pour aller d'un lieu dans un autre ; de reconnoître à chaque moment le lieu du globe auquel on est parvenu ; &c. Sous l'autre aspect , c'est un art fondé sur la mécanique & la connoissance des puissances motrices du vaisseau : on l'appelle alors la *Manœuvre* , qui enseigne à donner à cette lourde masse qui fend les flots , la direction convenable , au moyen des voiles & du gouvernail. Nous allons présenter ici ce que chacune de ces parties de la navigation offre de plus piquant pour la curiosité.

P R O B L Ê M E I.

De la ligne courbe que décrit un vaisseau sur la surface de la mer, en suivant un même rhumb de la boussole.

IL est nécessaire , lorsqu'on est sur le point de mettre à la voile , d'orienter sa route , c'est-à-dire de déterminer la direction que l'on doit tenir pour arriver le plus promptement & le plus sûrement au lieu où l'on veut aller ; & lorsqu'on a une fois déterminé cette direction , ou l'angle qu'elle fait

avec le méridien , on la suit tant que des circonstances particulieres ne s'y opposent pas. En se dirigeant ainsi continuellement pendant plusieurs jours sur le même rhumb de la bouffole , on décrit une ligne qui fait constamment avec les méridiens un même angle : c'est-là ce que l'on nomme une *loxodromie* (ou course oblique), & il en résulte sur la surface du globe une courbe particuliere , dont la nature & les propriétés ont excité l'attention des mathématiciens. C'est d'après elles qu'ils ont donné les regles pratiques de la navigation ; & comme ces propriétés sont assez remarquables , il nous a paru à propos de les développer ici.

Nous présumons , au reste , que notre lecteur sçait ce que c'est qu'une bouffole , un rhumb de vent , &c. enfin ces premiers éléments de la navigation ; car il ne nous seroit pas possible d'entrer ici dans ces détails absolument élémentaires.

Supposons donc maintenant que le secteur ACB Pl. 1, représente une portion de la surface sphérique de fig. 1. la terre , dont C est le pôle & AB l'équateur , ou seulement l'arc d'un parallele compris entre deux méridiens , comme AC , BC ; que CD , CE , CF , représentent autant d'arcs du méridien , très-voisins l'un de l'autre.

Qu'un vaisseau parte du point A de l'arc AB , dont le méridien est AC , en faisant avec ce méridien un angle CAH moindre qu'un droit , par exemple de 60 degrés ; il décrira un chemin AH , au moyen duquel il changera continuellement de méridien : qu'après cette course AH , il soit arrivé en H sous le méridien AD , & qu'il continue de se diriger en faisant l'angle CHI égal au premier , & ainsi de suite ; la direction de sa route , étant

constamment inclinée de 60 degrés au méridien, il est aisé de voir que la ligne $AHIK$ ne sera point un arc de grand cercle sur la surface de la sphere. Car on démontre dans les sphériques, que si AHK étoit un pareil cercle, l'angle CHI seroit plus grand que CAH , & CIK plus grand que CHI . Il en seroit de même si la courbe $AHIK$ étoit un arc d'un petit cercle de la sphere; d'où il est aisé de conclure que la courbe que décrit un navire, en se dirigeant toujours suivant un même rhumb, est une courbe particuliere qui va toujours en s'approchant du pôle.

REMARQUES.

I. Il est visible que si l'angle loxodromique est nul, c'est-à-dire si le vaisseau cingle nord ou sud, la ligne loxodromique est un arc du méridien.

Mais si cet angle est droit, & que le vaisseau soit sous l'équateur, il décrira un arc de l'équateur. Enfin, s'il est hors de l'équateur, il décrira un parallele.

II. Si l'on divise la ligne loxodromique AKL en plusieurs parties égales, si petites qu'elles puissent passer pour des lignes droites, & que, par les points de division H, I, K , &c. on fasse passer autant de paralleles ou cercles de latitude, tous ces cercles seront égaux & également éloignés entr'eux, en sorte que, faisant passer des arcs de méridiens par les mêmes points, les portions de ces méridiens, comme DH, MI, NK , &c. seront égales entr'elles, aussi bien que les arcs correspondants AD, HM, IN , &c. Toutefois cette égalité ne sera pas en degrés, mais en lieues; ce qui est facile à démontrer: car les triangles ADH, HMI, INK , &c. sont évidemment semblables; ainsi
les

les hypothénuses AH, HI, IK, &c. étant égales en longueur, les autres côtés des mêmes triangles seront aussi égaux respectivement. D'un autre côté il est visible que si AD, qui est partie d'un plus grand cercle, est égale en longueur ou en lieues à HM, qui est partie d'un plus petit cercle, cette dernière doit contenir un plus grand nombre de minutes ou de degrés que la première.

III. Quand on a parcouru une portion de loxodromie très-petite, comme AH, en suivant un même rhumb, & qu'étant arrivé en H on connoît, par l'observation, la différence de latitude ou l'arc DH, il est aisé de connoître le chemin AH, puisque DH est à AH, comme le sinus de l'angle HAD connu est au sinus total. Que l'angle CAH soit, par exemple, de 60 degrés, & par conséquent HAD de 30 degrés; que DH soit égal à un demi-degré ou 10 lieues marines: le chemin AH sera de 20 lieues marines, car le sinus de 30 degrés est précisément la moitié du rayon.

IV. On connoitra *vice versâ* la différence de latitude, si l'on connoît le chemin parcouru, & le rhumb sous lequel il a été parcouru.

V. L'angle de la loxodromie CAH ou HAD étant connu, ainsi que la différence de latitude DH, on connoitra la valeur de l'arc AD; car DH est à AD, comme le sinus de l'angle HAD est à son co-sinus. Or, connoissant la longueur ou le nombre des lieues d'un arc d'un parallele, on connoît combien de degrés & minutes contient cet arc. Ainsi l'on a par ce moyen le changement en longitude opéré pendant que le vaisseau parcourt le petit arc de loxodromie AH; & faisant la même opération sur les autres petits arcs HM, IN, &c.

Pl. 1, on aura le changement total de longitude, pendant que le vaisseau aura parcouru l'arc loxodromique quelconque AK.

La difficulté de cette opération vient de ce que tous les arcs AD, HM, IN, &c. quoique égaux en longueur, sont des arcs dissemblables. Mais les géomètres ont trouvé les moyens d'éviter ces calculs par des tables ingénieuses ou d'autres opérations, & dont l'explication ne peut trouver place ici.

VI. Cette ligne courbe a une propriété fort singulière ; c'est qu'elle s'approche sans cesse du pôle sans y arriver jamais. Cela suit évidemment de sa nature ; car, en supposant qu'elle arrivât au pôle, elle couperoit tous les méridiens dans ce même point : donc, puisqu'elle coupe chaque méridien sous le même angle, elle les couperoit tous au pôle sous la même inclinaison ; ce qui est absurde, puisqu'ils sont tous inclinés dans ce point les uns aux autres. Elle s'approchera donc de plus en plus du pôle, & en faisant autour de lui une infinité de circonvolutions, sans cependant jamais l'atteindre. Ainsi, dans la rigueur mathématique, un vaisseau qui suivroit continuellement un même rhumb de vent, autre que celui de nord ou sud, ou est & ouest, s'approcheroit sans cesse du pôle, mais n'y arriveroit jamais.

VII. Quoique la loxodromie, lorsqu'elle fait un angle aigu avec les méridiens, doive faire une infinité de circonvolutions autour du pôle avant de l'atteindre, sa longueur est néanmoins finie ; car on démontre que la longueur de la loxodromie, comme AKL, est à la longueur de l'arc du méridien qui indique le changement de latitude,

comme le sinus total au co-sinus, ou sinus de complément, de l'angle fait par la loxodromie avec le méridien : conséquemment, *vice versâ*, le changement de latitude est au chemin parcouru loxodromiquement, comme le co-sinus de l'angle ci-dessus au sinus total.

La remarque précédente est principalement pour les géomètres, & présente une espece de paradoxe qui étonnera ceux à qui ces sortes de vérités ne sont pas familières : on ne peut cependant pas en douter, si l'on a conçu les démonstrations qui ont précédé. Ainsi, pour fixer nos idées, supposons une loxodromie inclinée de 60 degrés au méridien, avec ses circonvolutions infinies autour du pôle, & qu'on fasse ; comme le co-sinus de 60 degrés ou le sinus de 30 degrés est au sinus total, ainsi le changement de 90 degrés en latitude à un quatrieme terme : ce sera la longueur absolue de cette loxodromie. Or le sinus de 30 degrés est la moitié du sinus total ; d'où il suit que le quart de cercle est la moitié de la loxodromie susdite, ou bien qu'elle est égale précisément à un demi-cercle de la sphere, malgré le nombre infini de ses circonvolutions.

PROBLÈME II.

Comment un vaisseau peut aller contre le vent.

CE qu'on propose ici est un paradoxe pour ceux qui ignorent les principes de la mécanique. Rien n'est pourtant plus ordinaire dans la navigation ; & c'est ce qu'on pratique toutes les fois qu'on va, en terme de mer, au plus près du vent, ou en louvoyant. Nous allons faire sentir comment cela

se peut faire ; en observant néanmoins que , quand nous disons qu'un vaisseau peut aller contre le vent , nous n'entendons pas qu'il puisse aller directement dans la même ligne suivant laquelle le vent souffle , mais seulement faisant un angle aigu avec cette ligne ; ce qui suffit pour remonter contre son origine , en faisant plusieurs bordées.

Pl. 1, Soit un vaisseau dont la quille soit AB , une des
fig. 2. voiles CD , orientée de manière à faire avec la quille l'angle BED de 40 degrés ; que la direction du vent soit EF , faisant avec cette même quille l'angle BEF , de 60 degrés , par exemple : il est visible que l'angle DEF sera de 20 degrés. Ainsi la voile sera choquée par un vent tombant sur elle sous un angle de 20 degrés. Mais , selon les principes de la mécanique , le choc d'un corps tombant obliquement sur une surface , s'exerce dans le sens perpendiculaire à cette surface. Ainsi , tirant EG perpendiculaire à CD , l'effort du vent s'exercera suivant la direction EG.

Si donc le vaisseau étoit rond , il marcheroit suivant cette direction ; mais , comme sa longueur fait qu'il a beaucoup plus de facilité à marcher suivant la direction de sa quille EH que suivant toute autre qui lui est inclinée , il prendra une direction EK , moyenne entre EG & EH , mais beaucoup plus voisine de EH que de EG , à peu près en raison des facilités qu'il auroit à se mouvoir suivant EH & EG. Ainsi l'angle KEF de la route du vaisseau avec la direction du vent , peut faire avec cette direction un angle aigu. Que l'angle KEH soit , par exemple , de 10 degrés , l'angle KEF sera de $70^\circ \frac{1}{2}$: ainsi le vaisseau remontera contre la direction du vent de près de deux rhumbs entiers. Or l'expérience apprend qu'on

peut faire décrire au vaisseau une ligne encore plus approchante de la direction du vent, d'environ un rhumb entier; car on tient que, pour un vaisseau fin de voiles, des 32 airs de vent que comprend la boussole, il y en a 22 qui peuvent servir à aller dans le même lieu.

Il est vrai que plus un vaisseau serre le vent, ou, pour nous énoncer en termes vulgaires, plus l'angle d'incidence du vent sur la voile est aigu, moins il y a de force employée à pousser le vaisseau; mais cela est compensé par la quantité de la voilure qu'on peut mettre dehors: car, dans cette situation, aucune des voiles ne nuit à l'autre, & un vaisseau peut porter absolument toutes ses voiles. Ainsi ce qu'on perd par le peu de force employée sur chacune, on le regagne par la quantité de la surface exposée au vent.

Il est aisé de sentir combien cette propriété de nos vaisseaux est avantageuse pour la navigation; Pl. 1.
fig. 3. car, quel que soit le vent, on peut s'en servir pour arriver à un lieu déterminé, quand même le vent viendrait directement de ce côté. Car, supposons que la route à faire fût de E en F, & que le vent soufflât dans la direction FS, on servira le vent d'aussi près qu'on pourra pour décrire la ligne EG, faisant avec FE l'angle aigu FEG. Après avoir couru pendant quelque temps suivant EG, on revirera de bord pour parcourir GH, & ensuite HI, puis IK, &c: ainsi l'on s'approchera toujours du terme de sa route.

PROBLÈME III.

De la force du gouvernail , & de la maniere dont il agit.

CE n'est pas un médiocre sujet d'étonnement , que la force qu'a le gouvernail d'un vaisseau pour lui imprimer tous les mouvements qu'on désire , sur-tout si on considère le peu d'action des énormes gouvernails dont sont garnis les bateaux qui navigent sur nos rivières. Nous allons tâcher d'en développer la cause , & de la rendre sensible.

Le gouvernail d'un bateau ou d'un vaisseau n'a d'action qu'autant qu'il est choqué par l'eau. C'est la force résultante de ce choc qui , étant appliquée transversalement à la poupe , tend à faire tourner le vaisseau autour d'un point de sa masse , qu'on appelle centre spontanée de rotation. La proue du vaisseau décrit à l'entour de ce point un arc de cercle , dans un sens opposé à celui que décrit la poupe ; d'où il suit que la proue du vaisseau tourne du côté vers lequel l'on tourne le gouvernail , conséquemment du côté opposé à celui vers lequel on porte la barre avec laquelle le gouvernail est mis en mouvement. Ainsi , lorsqu'on pousse la barre à tribord , le vaisseau tourne à bâbord ; & au contraire.

Il faut donc une force , & même d'une certaine intensité , appliquée au gouvernail , pour faire tourner le vaisseau. Aussi la construction du vaisseau est-elle disposée de maniere à augmenter cette force autant qu'il est possible ; car , à la différence des bateaux qui flottent sur les rivières , & dont l'arrière est ordinairement plat , & masque , pour

ainsi dire , le gouvernail , en sorte que l'eau , coulant le long des flancs , peut à peine le toucher, l'arriere d'un bâtiment destiné à la mer est aminci & pincé , de maniere que l'eau qui coule le long de ses flancs , doit nécessairement couler aussi le long du gouvernail , & le choquer , pour peu qu'il quitte la direction de la quille. Tâchons maintenant d'estimer à peu près la force résultante de ce choc.

Un bâtiment de 900 tonneaux prend ordinairement , étant chargé , 13 à 14 pieds d'eau , & son gouvernail a environ 2 pieds de largeur. Supposons à présent qu'il se meuve avec la vitesse de deux lieues marines par heure , ce qui fait 100 toises par minute , ou 10 pieds par seconde ; que le gouvernail soit tourné de maniere qu'il fasse avec la quille prolongée un angle de 30 degrés : l'eau coulant le long des flancs , le choquera sous ce même angle de 30 degrés. La partie du gouvernail plongée sous l'eau , ayant 14 pieds de hauteur & 2 de largeur , ce sera une surface de 28 pieds carrés , choquée sous un angle de 30 degrés , par une eau coulant avec une vitesse de 10 pieds par seconde. Or l'action d'un pareil courant , qui choqueroit perpendiculairement une semblable surface , seroit de 3370 livres ; ce qui doit être réduit en raison du carré du sinus d'incidence à celui du sinus total , ou en raison de $\frac{1}{4}$ à 1 , puisque le sinus de 30 degrés est $\frac{1}{2}$, le rayon étant 1. Ainsi cet effort sera de 842 livres. Telle est la force exercée perpendiculairement à la surface du gouvernail ; & , pour sçavoir la portion de cette force qui agit perpendiculairement à la quille & qui fait tourner le vaisseau , il n'y a qu'à multiplier l'effort précédent par le co-sinus de l'angle d'inclinaison

312 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

du gouvernail à la quille, qui est ici $\sqrt{\frac{3}{4}}$, ou 0.866 ; cela donnera 708 livres.

Mais il y a une cause qui rend cet effort plus considérable ; c'est que l'eau qui coule le long des flancs du navire, ne se meut pas parallèlement à la quille, mais à peu près parallèlement aux flancs eux-mêmes, qui vont se terminer angulairement à l'étambot, ou la piece de l'arrière qui porte les gonds du gouvernail ; en sorte que cette eau se porte plus directement sur le gouvernail même d'un angle de 30 degrés environ : ainsi, dans le cas ci-dessus, l'angle sous lequel l'eau choquera le gouvernail, sera à peu près de 60 degrés. Faisons donc cette proportion ; comme le carré du sinus total est au carré du sinus de 60 degrés, ou comme 1 à $\frac{3}{4}$, ainsi 3370 sont à 2527, dont il résulte pour la force agissante dans le sens perpendiculaire à la quille, celle de 2127 livres.

Cet effort paroîtra sans doute encore bien peu considérable pour l'effet qu'il produit, & qui est de faire tourner une masse de 1800 milliers ; mais il faut faire attention que cet effort est appliqué extrêmement loin du point de rotation & du centre de gravité du vaisseau : car ce centre dans un vaisseau est un peu au-delà de son milieu & vers la proue, parceque la partie antérieure est renflée, tandis que la partie postérieure est pincée dans ses œuvres vives, pour ne pas nuire au gouvernail. D'un autre côté, on fait voir que ce qu'on appelle le centre spontanée de rotation, le point autour duquel il tourne, est encore un peu au-delà du côté de la proue ; d'où il suit que l'effort appliqué à l'extrémité de la quille vers la poupe, agit, pour déplacer le centre de gravité du vaisseau, par un bras de levier douze ou quinze fois

plus long que celui par lequel agit ce centre de gravité où le poids du navire est censé réuni. Enfin il n'y a nulle comparaison de l'action qu'exerce ce poids nageant dans l'eau, avec celle qu'il exerceroit s'il étoit question de le soulever seulement d'une ligne. Il n'est donc plus surprenant qu'un poids de deux milliers, appliqué avec cet avantage, fasse rouler le centre de gravité du vaisseau autour de son centre de rotation.

Si le vaisseau, au lieu de faire deux lieues par heure, en faisoit trois, la force appliquée au gouvernail seroit à la première, dans le rapport de 9 à 4; & conséquemment, dans notre supposition de position du gouvernail, elle seroit de 4725 livres. Si le vaisseau avoit une vitesse de 4 lieues par heure, cette force équivaldroit, dans la même position du gouvernail, à 8400 livres.

On voit par-là pourquoi, quand un vaisseau marche rapidement, il est fort sensible à l'action du gouvernail; car, avec une vitesse double, cette action quadruple; elle suit enfin la raison doublée de la vitesse.

PROBLÈME IV.

Quel angle le gouvernail doit-il faire pour tourner le vaisseau avec le plus de force ?

Si l'eau se mouvoit parallèlement à la quille en choquant le gouvernail, on trouveroit que cet angle devroit être de 54 degrés 44 minutes; mais, comme nous l'avons observé plus haut, la direction de l'eau se porte angulairement vers la direction de la quille prolongée, ce qui rend le problème plus difficile. En supposant que cet angle soit de 15 degrés, ce que M. Bouguer regarde comme

approchant de la vérité, on trouve que l'angle en question doit être de 46 degrés 40 minutes.

Les vaisseaux ne profitent pas de la totalité de cette force, car la longueur de la barre du gouvernail ne lui permet guere de faire avec la quille un angle de plus de 30 degrés.

PROBLÈME V.

Un vaisseau peut-il avoir une vitesse égale à celle du vent, ou plus grande?

CELA ne sçauroit arriver dans une course directe ou vent arriere; car, indépendamment de ce qu'alors une partie des voiles nuit à l'autre, il est évident que si le vaisseau avoit, par quelque moyen que ce fût, acquis une vitesse égale à celle du vent, il n'en recevrait plus aucune impulsion: sa vitesse commenceroit donc à se ralentir, par un effet de la résistance de l'eau, jusqu'à ce que le vent fît sur la voile une impression égale à celle de cette résistance; & alors il continueroit à se mouvoir uniformément, sans aucune accélération.

Mais il n'en est pas ainsi d'une course oblique à la direction du vent: quelle que soit sa vitesse, la voile reçoit sans cesse du vent une impulsion qui approche toujours d'autant plus de l'égalité, que la course approche plus de la perpendiculaire à la direction du vent: ainsi, quelque vite que marche le vaisseau, il peut recevoir, sans cesse, du vent une nouvelle sollicitation au mouvement; ce qui est capable de porter sa vitesse à un degré même supérieur à celui du vent.

Mais il faut, pour cela, que le vaisseau soit tel que, dans une course directe, il pût, avec la

même voilure , prendre une vitesse égale aux $\frac{8}{11}$ ou aux $\frac{3}{4}$ de celle du vent. Cela ne seroit pas impossible , si toutes les voiles qu'un vaisseau peut mettre au vent dans une course oblique , étoient exposées en une seule dans la course directe. Cela donc supposé , M. Bouguer fait voir que ce même vaisseau , orientant ses voiles de maniere à faire un angle de 15 degrés environ avec la quille , & y recevant le vent dans la direction perpendiculaire , le vaisseau recevra sans cesse une nouvelle accélération dans le sens de la quille , jusqu'à ce que sa vitesse soit supérieure à celle du vent , & dans le rapport d'environ 4 à 3.

Il est vrai que , dans l'état actuel de la mâturation des vaisseaux , il n'est pas possible que les vergues fassent avec la quille un angle au dessous de 40 degrés ; mais il y a des marins qui prétendent qu'au moyen de quelque changement , on pourroit amener cet angle à 30 degrés. Dans ce cas , & en supposant que le vaisseau pût prendre dans la ligne directe une vitesse égale aux $\frac{3}{4}$ de celle du vent , celle qu'il prendroit , en recevant dans ses voiles le vent à angles droits , pourroit aller jusqu'à 1.034 de la vitesse du vent ; ce qui est un peu plus que l'unité , & conséquemment un peu plus que cette vitesse même.

En faisant la même supposition de vitesse possible dans la course directe , & la voile faisant avec la quille un angle de 40 degrés , on trouvera que la vitesse que prendroit le vaisseau dans la course oblique , seroit , à peu de chose près , les $\frac{19}{20}$ de la vitesse du vent.

Cela seroit du moins si , dans cette position des voiles à l'égard du vent , elles ne se nuisoient pas un peu les unes aux autres. Ainsi , toutes ces

circonstances combinées , il paroît que , quoique mathématiquement parlant , il soit possible qu'un vaisseau aille aussi vite ou même plus vite que le vent , cela ne peut que très-difficilement avoir lieu dans la pratique.

P R O B L Ê M E VI.

Le vent soufflant selon une direction donnée , & le vaisseau devant aller selon une route déterminée , quelle est la position de la voile qui sera la plus avantageuse pour sa marche ?

SUPPOSONS que le vent souffle du nord , & que le vaisseau doive faire route à l'ouest. Si le vaisseau , ayant le cap à ce point , avoit ses vergues parallèles à la quille , sa marche seroit zéro , puisqu'il ne recevrait d'impulsion que perpendiculairement à la quille. Si , au contraire , les vergues étoient perpendiculaires à la quille , les voiles ne recevant point de vent , le vaisseau ne marcheroit point. Ainsi , depuis la première position jusqu'à la dernière , l'impulsion dans le sens de la quille , & conséquemment la vitesse , va d'abord en croissant , puis en diminuant : il est donc une position où cette impulsion est la plus forte , & où le vaisseau marchera le mieux. C'est ce qu'il est question de trouver.

Les géomètres ont résolu ce problème ; & on trouve que , pour déterminer cet angle , il faut partager celui du vent & de la route proposée , en sorte que la tangente de l'angle (apparent) du vent avec la vergue , soit double de celui de la vergue avec la route ou avec la quille. Ainsi , dans ce cas , il faudroit commencer par orienter sa voile

de maniere qu'elle fût avec la quille un angle de 35 degrés 16 minutes , & conséquemment avec le vent de 54 degrés 44 minutes.

Nous disons dans le commencement ; car , aussitôt que le vaisseau aura pris de l'erre , cet angle cessera d'être le plus favorable , & le sera d'autant moins que la vitesse s'accélérera , comme cela doit arriver , jusqu'à ce que l'impulsion du vent soit en équilibre avec la résistance éprouvée par le vaisseau à fendre l'eau : mais , à mesure que la vitesse s'accélère , le vent frappe plus obliquement la voile , & perd de sa force ; c'est pourquoi il faudroit orienter la voile de telle maniere , qu'elle fût avec la quille un angle de plus en plus aigu , & l'on pourroit réduire cet angle jusqu'à 30 degrés & moins , en sorte que le vent fût avec la voile un angle de 60 degrés & plus.

On a fait abstraction de la dérive ; mais si on y vouloit avoir égard , en supposant qu'elle fût , par exemple , dans le cas proposé , d'un rhumb de vent , il faudroit , pour y avoir égard , mettre le cap d'un rhumb plus au vent : ainsi l'angle du vent avec la route , seroit de 78 à 79 degrés ; & l'on trouveroit qu'au commencement de la marche , l'angle du vent avec la voile devoit être de $48^{\circ} 45'$, & celui de la vergue avec la quille , de $29^{\circ} 45'$, qu'il faudroit peu à peu réduire à 24 ou 25 degrés : tenant alors le rhumb ouest-nord-ouest un quart à l'ouest , on suivroit réellement l'ouest avec la plus grande vitesse possible , ou à peu près ; & comme , dans les environs des points de *maximum* , l'accroissement progressif est insensible , on aura toujours cette plus grande vitesse à peu de chose près , quand même les angles ci-dessus ne seroient pas bien exacts.

PROBLÈME VII.

Comment faudroit-il faire pour se diriger d'un lieu à l'autre sur la mer, par le chemin le plus court ?

LA ligne loxodromique, suivant laquelle on a coutume de se diriger sur la mer, n'étant pas le chemin le plus court d'un lieu à l'autre, il est naturel de demander s'il n'y auroit pas moyen de suivre le chemin le plus court; car, toutes choses d'ailleurs égales, il est évident que, faisant moins de chemin, la navigation seroit plutôt terminée.

Il n'y a nul doute que cela ne soit possible. Nous allons donner le moyen de le faire, & nous examinerons en même temps quel avantage il peut y avoir.

Tout le monde sçait que le plus court chemin d'un lieu à l'autre sur la surface de la terre, est l'arc de cercle mené de l'un à l'autre. Il n'est donc question que de se maintenir continuellement sur cet arc de grand cercle, ou du moins de s'en écarter très-peu.

Supposons donc un vaisseau faisant voile de Brest pour Cayenne. On trouve, par le calcul trigonométrique, que l'arc de grand cercle tiré de Brest à Cayenne, fait à Brest, avec le méridien, un angle de 58 degrés 45 minutes, & à Cayenne de 34 degrés 45 minutes, tandis que celui de la ligne loxodromique avec le méridien, se trouve à Brest de 43 degrés 20 minutes. Ainsi l'angle de partance avec le méridien, devroit être de 58 degrés 45 minutes.

Mais, pour se maintenir sur cet arc de cercle, il faudroit changer d'angle à chaque jour, & même, en toute rigueur, à chaque heure & à

chaque moment ; car autrement on décriroit de petites loxodromies & non un arc de cercle. Pour effectuer ce changement, on pourroit s'y prendre de la maniere suivante, qui, si elle n'est pas parfaitement exacte, approche assez de la vérité.

L'angle, à Cayenne, étant de 34 degrés 45 minutes, on voit que, depuis le moment du départ jusqu'à celui de l'arrivée, il faudroit que l'angle du rhumb diminuât graduellement depuis 58 degrés 45 minutes, jusqu'à 34 degrés 45 minutes. La différence est de 24 degrés. Divisons-la en 10 portions égales, qui sont chacune de 2 degrés 24 minutes : il faudroit donc que, toutes les fois qu'on auroit gagné un 10^e de la longitude, ou 4 degrés $\frac{3}{4}$, ou 95 lieues vers l'ouest, on plongeât davantage au sud de 2 degrés 24 minutes : on se maintiendrait par ce moyen assez sensiblement sur l'arc de grand cercle ayant de Brest à Cayenne.

On pourroit déterminer plus exactement ces angles au moyen de la trigonométrie, sçavoir, en tirant de 4 en 4 degrés de longitude un méridien, & résolvant successivement les triangles sphériques qui en résulteroient ; mais nous convenons n'avoir osé entreprendre un calcul aussi inutile.

Car, si nous examinons quel avantage résulteroit de ce procédé, nous trouverons qu'il est insensible. En effet on trouve que la distance de Brest à Cayenne, mesurée sur le grand cercle mené de l'un à l'autre, est de 1186 lieues ; & si on le mesure sur la loxodromie tirée de l'un à l'autre, cette distance se trouvera de 1221 lieues. Il ne vaut donc pas la peine de courir par le plus court chemin pour épargner une trentaine de lieues, d'autant même que, sur la mer, il est moins question

de suivre le chemin le plus court , que de tirer parti du vent tel qu'il se trouve , pour avancer vers le terme de son voyage.

PROBLÈME VIII.

Quelle est la forme la plus avantageuse à donner à la proue d'un vaisseau , soit pour aller vite , soit pour bien gouverner ?

SI l'on n'avoit qu'un de ces objets à remplir , par exemple celui de fendre l'eau avec le plus de facilité , le problème seroit facile à résoudre. Plus le vaisseau seroit aigu par la proue , plus il fendroit l'eau avec facilité , & conséquemment plus il seroit propre à se mouvoir rapidement.

Mais il est un objet bien plus important encore que celui de la vitesse , c'est celui de bien gouverner. Sans cela un vaisseau , semblable à un cheval insensible au mors , rendroit inutile tout l'art du pilote. Or l'expérience & la raison démontrent également que , pour bien gouverner , il faut que le vaisseau soit effilé vers la proue , dans la partie qui plonge dans l'eau , afin que l'eau , qui coule le long de ses flancs , frappe plus facilement le gouvernail. Il gouvernera d'ailleurs d'autant mieux , que le centre de gravité du vaisseau sera plus éloigné de la poupe : ainsi , par cette raison , il faut mettre du côté de la proue le côté le plus obtus & le plus renflé du vaisseau. C'est aussi ce qui a lieu dans tous les bâtimens de mer.

La nature semble , à cet égard , avoir mis les hommes sur la voie par la forme des poissons ; car il est aisé d'observer que la partie la plus renflée est du côté de la tête , qui est même ordinairement assez

assez obtuse. Ils avoient, comme nos vaisseaux, beaucoup plus besoin de se diriger avec aisance que d'aller fort vite. Le meilleur vaisseau seroit peut-être celui qui seroit formé d'après les dimensions précises d'un poisson voyageur, comme le saumon, qui paroît réunir mieux qu'aucun autre les deux qualités d'aller vite & de bien gouverner.

M. Camus, gentilhomme Lorrain, rapporte dans sa Mécanique, des expériences par lesquelles il tente d'établir qu'un modele de vaisseau, marchant le gros bout le premier, va plus vite que fendant l'eau de l'autre bout plus aigu : il tâche même d'en donner des raisons qui sont certainement mauvaises. Ces expériences sont absolument contradictoires à toute bonne théorie ; & si les vaisseaux ont cette forme, ce n'est pas pour qu'ils aillent plus vite, mais c'est qu'on a senti la nécessité de sacrifier l'avantage de la vitesse à celui de bien gouverner.

PROBLÈME IX.

Quel est le plus court chemin pour atteindre un vaisseau auquel on donne chasse, & qu'on a sous le vent ?

LORSQU'ON rencontre un vaisseau en mer, & qu'on veut l'atteindre, on se tromperoit beaucoup si l'on dirigeoit la proue sur lui ; car, à moins qu'il ne courût précisément le même air de vent, il arriveroit de deux choses l'une, ou qu'on seroit obligé à chaque instant de changer de direction dans sa course, ou que l'on perdrait l'avantage du vent en tombant au dessous.

En effet, qu'un mobile A se meuve dans une

Pl. 1, ligne $abcd$, & qu'il fût question de le faire atteindre par un autre mobile A , il ne faudroit pas imprimer à A une direction telle que Aa , car, dans peu d'instants, a aura avancé sur la ligne qu'il parcourt, & sera, par exemple, en b . Ainsi, en supposant que le mobile A changeât continuellement de direction en se dirigeant sur celui qu'il poursuit, il décriroit une courbe telle que $ABCDE$. Il atteindroit à la vérité enfin le mobile a s'il alloit plus vite, mais ce ne seroit pas par le plus court chemin. Que s'il ne changeoit pas de direction à chaque moment, il arriveroit sur la ligne ad , à un point où le mobile ne seroit déjà plus, & il la dépasseroit, à moins qu'il ne se mît à le poursuivre suivant la ligne ad , ce qui lui feroit perdre encore plus de temps.

Fig. 5. Pour faire donc en sorte que le mobile A atteigne le mobile a le plutôt possible, il faut que A se dirige sur un point de la ligne ae , tel que AE & ae soient entr'eux dans le rapport de leurs vitesses respectives. Or ces lignes seront dans ce rapport, si à chaque instant le mobile A a dans sa course celui qu'il poursuit semblablement situé dans une direction parallèle à la direction Aa ; si, par exemple, Aa étant dirigé au sud, le mobile a , parvenu en b , est au sud du mobile A parvenu en B ; car il est évident que les lignes AE , ae , seront dès-lors proportionnelles aux vitesses des deux mobiles, & qu'ils arriveront à-la-fois en E ou e .

La pratique & le raisonnement ont fort bien fait sentir cela aux marins; car qu'un vaisseau en A apperçoive un autre vaisseau en a , dont il sera aisé de reconnoître à peu près la route ac : au lieu de se diriger ou mettre le cap sur a , on prendra

une route comme AB , portant en avant de a ; en même temps on relève avec la boussole l'air de vent Aa , auquel on a le vaisseau a ; puis, après avoir couru quelque temps, par exemple jusques en B , tandis que a est arrivé en b , on relève de nouveau avec la boussole l'air de vent Bb , auquel on a le vaisseau poursuivi. S'il est le même, c'est un signe qu'on fait bonne route; car Aa & Bb sont parallèles. Si le vaisseau poursuivi reste un peu de l'arrière, c'est signe qu'on peut le poursuivre par une ligne faisant avec sa direction un angle moins aigu. Enfin, s'il a gagné de l'avant, cela indique qu'il faut prendre pour l'atteindre une ligne plus inclinée; & si la ligne est aussi inclinée qu'elle peut être, & approche du parallélisme, on en doit conclure que le vaisseau poursuivi est meilleur voilier, & qu'on doit renoncer à l'atteindre.

Tout ceci suppose qu'on a l'avantage ou le dessus du vent, car si l'on étoit au dessous, la manœuvre seroit fort différente, à moins qu'on n'eût un grand avantage à pincer le vent. Mais ce n'est pas ici le lieu de détailler ces manœuvres du plus ingénieux de tous les arts.

PROBLÈME X.

De la détermination des longitudes en mer.

LA détermination des longitudes en mer n'a guere moins exercé les mathématiciens, que le mouvement perpétuel, la quadrature du cercle, & la duplication du cube, mais avec bien plus de raison; car on ne retireroit pas de grandes utilités de la solution des deux derniers; au lieu que de celle du problème des longitudes résulteroient de

X ij

324 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

grands avantages pour la navigation. On pourroit toujours , dès qu'on auroit l'inspection du ciel , déterminer le lieu de la terre où l'on se trouve , en observant la longitude & la latitude ; au lieu que , dans l'état actuel de la navigation , on ne peut qu'estimer la longitude fort vaguement , & rien n'est plus ordinaire dans de longues traversées de l'est à l'ouest , ou au contraire , de commettre sur la longitude des erreurs de cent lieues & plus : aussi le Parlement d'Angleterre a-t-il proposé , il y a plus de 60 ans , un prix de 20000 livres sterlings à celui qui démontreroit un moyen sûr , & praticable pour le vulgaire des navigateurs , de déterminer la longitude en mer.

Le problème des longitudes se réduit à déterminer la différence d'heure que l'on compte dans le vaisseau , avec celle qu'on compte dans un lieu déterminé , tel que le port dont on est parti , & dont la longitude est connue. On détermine toujours avec assez de facilité quelle heure on a dans le vaisseau , pourvu qu'on ait pu observer le midi & la latitude ; car , au moyen des instruments qu'on emploie aujourd'hui en mer , on est assuré , à environ 2 minutes près , du moment du midi. On peut aussi , connoissant la latitude sous laquelle se trouve le vaisseau , & la déclinaison du soleil , déterminer l'heure par le coucher du soleil. On peut voir ces pratiques dans les bons livres de navigation.

Mais pour trouver quelle est en même temps l'heure du port dont on est parti , c'est-là la difficulté. Il y a néanmoins deux moyens qu'on s'est attaché à rendre praticables & sûrs ; l'un est dépendant de la mécanique , l'autre purement astronomique.

Si les instruments à mesurer le temps conservoient sur la mer la régularité du mouvement qu'on est parvenu à leur donner sur la terre, il seroit aisé de connoître à chaque instant dans un vaisseau l'heure qu'il est dans un port déterminé. Un vaisseau partant de Brest, par exemple, mettroit bien exactement l'horloge destinée à cet usage sur l'heure de ce lieu : cette horloge, montée avec les précautions convenables, montreroit toujours l'heure qu'il est dans ce port : ainsi, quand on voudroit connoître la longitude du lieu du vaisseau, on prendroit le midi avec exactitude, & l'on examineroit l'heure de la montre ; la différence donneroit la différence de longitude. Si, par exemple, après quinze jours de navigation, quand il est midi dans le vaisseau, l'horloge marquoit 2 heures 10 minutes, on en concluroit que la différence de temps seroit de 2 heures 10 minutes ; ce qui revient à 32 degrés 30 minutes : ainsi l'on sçauroit qu'on est à 32 degrés 30 minutes à l'ouest de Brest ; ce qui, au moyen de la latitude observée, serviroit à fixer très-exactement le lieu occupé par le vaisseau sur le globe terrestre au moment de l'observation.

Mais on ne sçauroit se servir sur mer d'une pendule ; & les montres les plus exactes, qui ne le sont pas déjà trop sur terre, se dérangent entièrement à la mer : c'est pourquoi le problème des longitudes, envisagé de ce côté, se réduiroit à trouver quelque maniere de mesurer le temps, qui ne fût pas sujette à cet inconvénient, ou à perfectionner les instruments connus, de maniere à les en affranchir.

On a proposé pour cet effet bien des inventions, qu'on a cru être moins sujettes aux irrégularités

326 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

occasionnées par les mouvements d'un vaisseau. On lit dans les éditions précédentes de cet ouvrage , qu'il n'y a qu'à prendre une excellente pendule de la construction ordinaire , changer son grand ressort en huit autres moindres en force , qui , pris ensemble , exercent la même action ; en remonter un successivement & par ordre toutes les vingt-quatre heures ; substituer au pendule un ressort spiral , avec un échappement à rochet ; enfin renfermer cet instrument ou plusieurs dans une ou deux boîtes , qu'on placera dans le lieu du vaisseau où ses mouvements se font le moins sentir , en ayant le soin d'échauffer l'air du dedans de ces boîtes d'une manière toujours égale ; ce qu'on reconnoîtra facilement au moyen du thermomètre : on aura , dit-on , par-là un instrument qui donnera exactement l'heure sur la mer. Si des moyens aussi simples suffisoient pour la solution de ce problème , il n'eût pas occupé aussi longtemps les astronomes & les mécaniciens.

Quelques autres se sont retournés du côté des sabliers. On en voit un , de l'invention de M. l'abbé Soumille , dans les Mémoires adressés à l'Académie royale des Sciences , par des sçavans étrangers , T. I. Il est ingénieux , mais je ne sçais s'il a été éprouvé , & quel succès il a eu.

Enfin , après bien des années de recherche , on a vu éclore en Angleterre l'invention d'une montre marine , qui a l'avantage de conserver sur la mer toute sa régularité. Cette invention est due à M. Harrison , qui l'avoit déjà proposée vers 1737 ; mais elle ne parut pas avoir encore la régularité demandée. Le Bureau des Longitudes * l'encou-

* C'est une Commission perpétuelle , établie par le Par-

ragea cependant , par une récompense , à perfectionner son ouvrage. Enfin , après vingt années employées à ce travail , & à faire diverses épreuves , il la proposa de nouveau en 1758 au même Bureau , qui ordonna que l'épreuve en seroit faite dans une traversée d'Europe à la Jamaïque. Elle fut faite avec toutes les précautions & formalités nécessaires pour la constater , à la fin de 1761 ; & il en résulta que la montre de M. Harrison donna , à 5 secondes de temps près , la longitude de Port-Royal de la Jamaïque. Au retour , l'erreur ne fut , malgré les gros temps essuyés pendant le voyage , que de 1 minute 54 secondes en temps , ou de 18 milles anglois , tandis que le Parlement d'Angleterre adjugeoit la récompense à l'auteur de la machine qui , dans une traversée semblable , ne se trouveroit en défaut que de 20 milles au plus.

Les commissaires des Longitudes ne purent en conséquence refuser à M. Harrison au moins une partie de la récompense promise : on lui accorda 5000 livres sterlings à compte des 20000 livres , qui lui seroient payées après une nouvelle expérience , & après avoir dévoilé le mécanisme de sa montre , & avoir mis des ouvriers en état d'en construire de semblables. Cette seconde épreuve fut faite en 1765 , dans un voyage de Portsmouth à la Barbade ; & son succès ayant confirmé celui de la première , M. Harrison reçut encore 5000 livres sterlings. Il devoit recevoir le surplus après avoir formé des ouvriers qui pussent fournir de ces montres aux besoins de la navigation ; je crois

lement d'Angleterre , pour l'examen des inventions proposées pour la découverte des longitudes sur mer.

que cela a été effectué , & que M. Harrifon a touché les 10000 liv. qui reftoient à lui être payées. On peut voir les détails de l'hiftoire de cette intéreffante découverte , & même la description du mécanifme inventé par M. Harrifon , dans plusieurs écrits d'abord imprimés en anglois , enfuite traduits en françois , & publiés en 1767. La navigation enfin eft en poffeffion , & a l'obligation à l'Angleterre , d'un moyen affuré de conserver à la mer le temps du port du départ ; ce qui eft un avantage ineftimable , & préservera certainement du naufrage une multitude d'hommes dans les temps à venir.

L'invention de M. Harrifon ayant refté long-temps fous le fecret , les horlogers François , qui avoient déjà fait des tentatives pour parvenir à la folution de ce problème , ont redoublé leurs efforts pour la découvrir , ou pour trouver un moyen équivalent. Ce fut afin de les y exciter que l'Académie propofa pour le prix de 1767 & 1773 , la conftruction d'une montre qui eût les propriétés de celle de M. Harrifon. Le prix a été remporté par M. Le Roy, fils du célèbre Julien Le Roy, & digne héritier de fon nom , qui a juftifié qu'il avoit dès long-temps fait la découverte du principe qui fert à concilier à fa pendule l'égalité dont on a befoin. Ce fut en partie pour en faire l'épreuve , que M. le Marquis de Courtenvaux fit conftruire & équiper à fes frais la frégate l'*Aurore* , fur laquelle il fit , en 1767 , un voyage jufqu'au Texel. Pendant tout ce voyage , la montre de M. Le Roy a toujours marché avec la plus grande régularité , malgré les mouvements les plus vifs & les plus irréguliers que ce petit bâtiment a éprouvés dans une mer qui eft prefque toujours groffe. Ainfi ,

quoiqu'on ne puisse contester à M. Harrison & à l'Angleterre le mérite de la découverte, on peut dire que la France y touchoit en même temps *.

Nous ne devons pas laisser ignorer qu'il est un autre artiste François qui a marché de si près sur les traces de M. Harrison, qu'il dispute à M. Le Roy l'avantage d'être le premier en France qui ait fait une montre marine: c'est M. Berthoud, dont les montres, éprouvées dans le long voyage de M. de Fleurieu, ont aussi paru remplir toutes les conditions désirées. C'est le sujet d'un grand procès encore pendant au tribunal du public, & dans lequel nous ne nous immiscerons point.

On a annoncé plus haut une autre maniere d'envisager la solution du problème des longitudes, qui est purement astronomique. Il faut aussi faire connoître ce que les astronomes ont fait à cet égard.

Lorsque Galilée découvrit les satellites de Jupiter, dont les éclipses sont si fréquentes, il eut l'idée d'en faire usage pour la solution du problème des longitudes. On conçoit en effet que si la théorie des satellites de Jupiter est assez perfectionnée pour déterminer exactement pour un lieu donné, Paris, par exemple, le moment où ils doivent s'éclipser, & qu'on observe à la mer une éclipse d'une de ces petites planetes, avec l'heure à laquelle on la voit, il n'y aura qu'à comparer cette heure avec celle où ce phénomène aura été annoncé d'avance pour Paris, & la différence de

* Voyez le Mémoire de M. Le Roy sur sa montre, imprimé en 1768, & la Relation du voyage de M. le Marquis de Courtenvaux, imprimée aussi la même année.

330 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

temps donnera la différence de longitude. Qu'on ait, par exemple, observé un soir à $10^h 20'$ une éclipse du premier satellite, & qu'en consultant la *Connoissance des Temps*, on ait trouvé que cette éclipse a dû y arriver à $11^h 55'$ du soir; il est évident que la différence $1^h 45'$ est celle du temps compté à Paris & dans le vaisseau; ce qui fait $26^\circ 15'$ de différence en longitude.

Plusieurs obstacles néanmoins se sont opposés à ce qu'on fit grand usage de ce moyen; car, 1^o ces éclipses ne sont pas assez fréquentes, n'y en ayant qu'une du premier satellite toutes les 42 heures: d'ailleurs elles ne sont pas visibles pendant plusieurs mois, où Jupiter est trop près du soleil, &c. 2^o Il faut, pour les observer, des lunettes d'une certaine longueur. Or les mouvements d'un vaisseau ne permettent nullement de suivre Jupiter, ou un astre quelconque, avec une lunette un peu longue.

On a, il est vrai, tâché de remédier à cet inconvénient. Un gentilhomme Irlandois, M. Irwin, proposa en 1760 sa chaise marine, c'est-à-dire une chaise suspendue de telle manière dans un vaisseau, qu'on pouvoit y observer assez aisément les satellites de Jupiter, sur-tout au moyen des nouvelles lunettes achromatiques, qui peuvent produire les mêmes effets que de beaucoup plus longues, construites à la manière ordinaire. Les épreuves en ont été faites en Angleterre, par ordre des commissaires de l'Amirauté; &, suivant les écrits publiés dans le temps, elles avoient assez bien réussi. Mais depuis que M. Harrison a proposé sa montre marine, il me semble que l'on n'a plus dit mot de la chaise de M. Irwin.

Il y a plus d'un siècle qu'on sçait que, si la

théorie de la lune étoit suffisamment perfectionnée, on auroit la solution du problème des longitudes en mer; car on pourroit calculer pour un lieu déterminé, comme Paris, les moments où la lune atteindroit diverses étoiles zodiacales de la première ou seconde grandeur, ou s'en approcheroit le plus. D'ailleurs le mouvement de la lune est suffisamment rapide pour que, dans un temps assez court, elle ait changé de position d'une manière sensible. C'est pour cela que les astronomes se sont adonnés avec tant de soin, sur-tout depuis une trentaine d'années, à perfectionner la théorie de la lune; & ils sont en effet parvenus au point de ne commettre plus sur le lieu calculé de la lune, que des erreurs de 2 ou 3 minutes dans les lieux les plus défavorables de sa révolution, tandis qu'elles étoient autrefois de plusieurs degrés. L'Angleterre a cru devoir récompenser à cet égard, dans la veuve & les héritiers de M. Mayer, les efforts & les succès de cet infatigable & sçavant astronome, auquel nous devons, jusqu'à ce moment, les meilleures tables de la lune. Elle leur a décerné une gratification de 2500 livres sterling; & comme M. Euler a aussi travaillé avec les plus grands succès à la perfection de la théorie de la lune, elle lui a pareillement adjugé une somme de 500 livres sterling. Les nations s'honorent par des traits semblables de générosité & de justice, envers les hommes qui ont bien mérité de l'humanité.

Un second pas à faire, étoit de rendre les calculs de ces observations assez faciles pour être pratiqués, sinon par tous les gens de mer, du moins par les plus instruits. M. l'abbé de la Caille est un de ceux qui ont travaillé sur ce sujet avec

332 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

le plus de succès. Il a donné , pour faire ces calculs , des pratiques qui n'emploient la plupart que la règle & le compas , & qui n'exigent qu'une médiocre connoissance de géométrie & d'astronomie. On les trouve dans l'édition qu'il a donnée du *Traité de Navigation* de M. Bouguer , ainsi que dans les volumes de la *Connoissance des Temps* des années 1765 & 1766. On publie depuis quelques années à Londres , pour l'usage des navigateurs , un Almanach nautique , (*nautical Almanach*) où l'on trouve tout calculés les *appulses* de la lune à diverses fixes pour le méridien de Greenwich , ainsi que les instructions & les pratiques nécessaires pour employer les observations de la lune à la détermination des longitudes.

On a proposé enfin , il y a quelque temps , un nouvel instrument pour observer avec plus de facilité les distances de la lune aux étoiles fixes. Cet instrument , appelé *mégamètre* par son auteur , M. de Charnieres , officier de marine , lui a servi à faire des observations dans une traversée d'Europe en Amérique , & il en a publié en 1768 les résultats qui paroissent prouver que cet instrument peut être fort utile à la mer. Je ne vois cependant pas qu'il ait été fort accueilli par les marins , & j'en ignore les raisons.

P R O B L Ê M E X I.

Si un vaisseau étoit parvenu jusqu'à un des pôles , comment feroit-il pour se diriger dans un méridien déterminé ?

LA difficulté que présente au premier abord ce problème , vient de ce que , quand on est à un des pôles , de quelque côté qu'on se tourne , on

regarde le midi. Toute ligne tirée de ce point à un point quelconque de l'horizon, est un méridien : il n'y a donc plus ni est ni ouest. Or s'il n'y a ni est ni ouest, de quel côté se diriger, comment reconnoître parmi tous les méridiens semblables, celui qu'il faut prendre pour aller au lieu désiré ?

Ce n'est pas tout ; il est probable que si l'on parvenoit à un des pôles, la boussole deviendrait entièrement inutile, ou, comme disent les marins, absolument folle. Il n'est pourtant que ces deux manières de naviguer, ou par l'inspection des astres, ou, pour mieux dire, par l'une & l'autre combinées.

Tel est le problème qu'auroit eu à résoudre l'astronome embarqué sur le vaisseau du capitaine Phipps, chargé de tenter de nouveau un passage à travers l'Océan glacial. Si les glaces ne s'y fussent pas opposées, il eût été jusqu'au 90^e degré de latitude, pour arriver par le plus court chemin au détroit qui sépare l'Asie de l'Amérique, détroit dont l'existence est aujourd'hui constatée par les navigations des Russes, & qui gît par le 176^e degré environ de longitude. Je me proposai ce problème, lorsque j'entendis parler de cette nouvelle tentative, qui devoit en France être exécutée par M. de Bougainville. J'ai ouï dire qu'on le proposa à un astronome célèbre de l'Académie royale des Sciences. J'ignore ce qu'il répondit : quant à moi, voici ma solution.

Je suppose que j'eusse été le navigateur chargé de cette expédition. Je me serois muni, pour n'être pas pris au dépourvu, de deux ou trois bonnes montres marines, montées ensemble au temps du port de départ, que nous supposons Brest.

334 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Supposons maintenant que j'eusse trouvé une mer ouverte , & que je fusse arrivé au pôle arctique. Supposons encore que ma boussole fût devenue absolument inutile, mais que j'eusse eu le soleil sur l'horizon ; ce qui est le cas d'une pareille navigation , qu'on n'entreprendroit jamais que pendant l'été de ces climats , temps où le soleil reste levé plusieurs mois : il est évident qu'en consultant mes montres marines , le moment où elles eussent marqué midi , eût été celui où le soleil étoit dans le méridien de Brest : donc , si j'eusse voulu y retourner , je n'eusse eu qu'à mettre à cet instant le cap sur le soleil , & cingler sur cette route , de telle manière qu'au bout d'une heure j'eusse eu le soleil 15 degrés à tribord ; au bout de deux heures , à 30 degrés ; &c. Il est aisé de sentir que , par ce moyen , j'eusse , quoique dépourvu de boussole , conservé mon vaisseau assez exactement sur la trace du méridien déterminé.

Maintenant , que le méridien sur lequel j'eusse dû naviguer eût été éloigné de celui du lieu de départ de 176°, comme paroît l'être celui du détroit qui sépare l'Asie de l'Amérique : il est facile de voir que je n'aurois eu qu'à mettre le cap , à 4 degrés près , sur le point diamétralement opposé au soleil , lorsque les montres auroient marqué midi , ou sur le soleil lui-même , lorsqu'elles auroient marqué minuit & 16 minutes ; puis me soutenir sur cette route par le moyen expliqué ci-dessus , en relevant d'heure en heure l'angle du vertical du soleil avec la route du vaisseau. En supposant que l'ouverture du détroit dont nous avons parlé , fût par la longitude que nous avons dite à l'égard de Brest , il est évident que je n'eusse pu manquer de donner dedans.

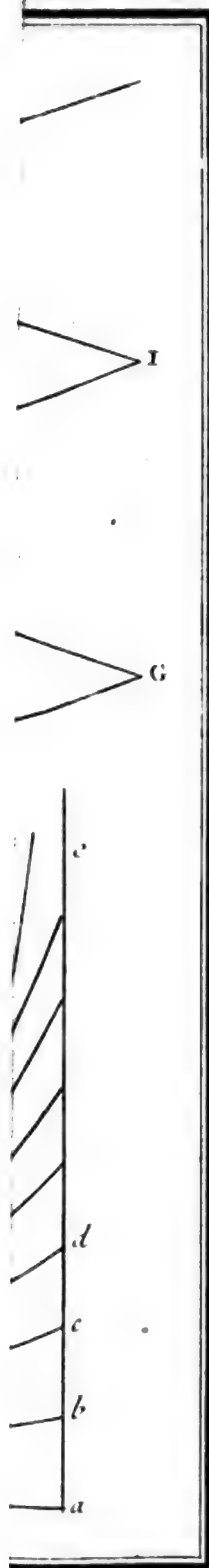
Mais il faut observer que l'expédient que nous venons de décrire ne seroit nécessaire que dans une grande proximité du pôle : on n'en seroit pas plutôt éloigné d'une dizaine de degrés , qu'on auroit à choix divers autres moyens de se diriger. Mais nous n'insisterons pas sur cela ; car il seroit fort inutile d'indiquer ces moyens , puisque les dernières navigations paroissent prouver que le pôle arctique de la terre est entouré , dans le temps le plus favorable , c'est-à-dire même pendant l'été de notre hémisphère , d'une calotte de glace d'une dizaine de degrés au moins de diamètre , & même qui s'étend davantage sur les côtés de l'Asie & de l'Amérique , où assez probablement elle tient à ces deux continents , si ce n'est peut-être dans quelques étés excessivement chauds. Je suis enfin persuadé que la tentative de traverser l'Océan glacial , pour aller dans les mers de la Chine & du Japon , est une chimère ; & quand même on y parviendroit en longeant les côtes boréales de l'Asie ou de l'Amérique jusqu'au détroit dont nous avons parlé , ce voyage seroit accompagné de tant de dangers , & exigeroit des circonstances si favorables , que ce seroit une folie de prendre cette route. Que deviendrait en effet un vaisseau qui , ayant été retardé par des accidents si communs à la mer , seroit obligé d'hiverner un an entier ou environ , dans un port presque inhabité de la côte-nord de l'Asie ? Quel secours pourroit-il attendre d'une peuplade de Samoïedes , ou de quelque autre nation plus barbare encore ? Si l'équipage de ce vaisseau y restoit , comment se garantiroit-il du froid excessif de ces climats ? S'il l'abandonnoit pour habiter une cabane bien close & bien calfeutrée , après y

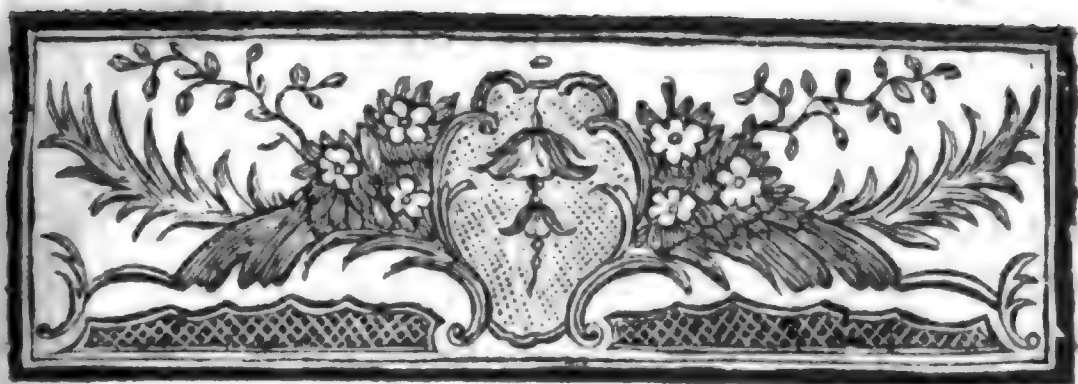
336 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

avoir porté ses vivres , quel risque ne courroit pas le vaisseau d'être pillé , brûlé ou mis en morceaux ? Un pareil voyage exigeroit que la nation commerçante qui le feroit , eût un port à elle dans une situation avantageuse , afin que les vaisseaux forcés d'hiverner , pussent y trouver un abri & un asyle. Mais quelle apparence que la Russie , maîtresse de ces pays , y consentît , elle qui a caché pendant si long-temps les lumieres même qu'elle avoit sur le détroit dont nous avons parlé ?



RÉCRÉATIONS





RÉCRÉATIONS
MATHÉMATIQUES
ET
PHYSIQUES.

NEUVIEME PARTIE,

*DANS laquelle on traite de quelques objets
curieux de l'Architecture.*

L'ARCHITECTURE peut & doit être considérée sous deux aspects. Sous l'un, c'est un art dont l'objet est d'allier ensemble la commodité & la décoration ; de donner à un édifice la forme à la fois la plus convenable à sa destination, & la plus agréable par ses proportions ; de frapper en même temps par de grandes masses, & de plaire par l'harmonie des rapports entre les principales parties d'un bâtiment ; ainsi que par les détails : plus on réussit à concilier ces différents objets, plus on mérite d'être rangé parmi les grands Architectes.

Tome III.

Y

Mais ce n'est pas sous cet aspect que nous considérerons ici cet art ; nous nous bornerons à ce qu'il a de dépendant de la géométrie & de la mécanique ; ce qui ne laisse pas de présenter plusieurs questions curieuses & utiles, que nous allons parcourir à mesure qu'elles s'offriront à notre esprit.

PROBLÈME I.

Tirer d'un arbre la poutre de la plus grande résistance.

CE problème appartient proprement à la mécanique ; mais son usage dans l'architecture nous a portés à lui donner plutôt place ici, & à le discuter, soit comme géomètre, soit comme physicien. Nous allons d'abord le traiter sous ce premier aspect.

Galilée, qui le premier a entrepris de soumettre à la géométrie la résistance des solides, a établi sur un raisonnement fort ingénieux, qu'un corps arrêté horizontalement par une de ses extrémités, comme une poutre quadrangulaire engagée dans un mur, qu'on tendroit à rompre par des poids suspendus à son autre extrémité, y oppose une résistance qui est en raison composée de celle du carré de la dimension verticale, & de celle de la dimension horizontale. Cela seroit exactement vrai, si la matière de ce corps étoit d'une texture homogène & inflexible.

On démontre aussi que, si une poutre est soutenue par ses deux extrémités, & qu'on suspende à son milieu un poids tendant à la rompre, la résistance qu'elle y oppose est en raison du produit du carré de la hauteur par la largeur, divisé par la moitié de la longueur.

Ainsi , pour résoudre le problème proposé , il faut trouver dans un tronc d'arbre une poutre dont les dimensions soient telles , que le produit du quarré de l'une par l'autre , soit le plus grand produit possible.

Soit donc AB le diametre du cercle qui est la Pl. 1 , coupe de ce tronc. Il s'agit d'inscrire dans ce cer- fig. 1. cle un rectangle comme AEBF, qui soit tel que le quarré de l'un de ses côtés AF, multiplié par l'autre côté AE, fasse le plus grand produit. Or on démontre que , pour cet effet , il faut prendre sur le diametre AB la partie AD qui en soit le tiers, élever la perpendiculaire DE , jusqu'à sa rencontre avec la circonférence en E ; mener BE , EA , ensuite AF, & FB , leurs paralleles ; on aura le rectangle AEBF, qui sera tel que le produit du quarré de AF par BF, sera le plus grand produit que puisse donner tout autre rectangle inscrit dans le même cercle. Mettant donc la poutre de ces dimensions , extraite du tronc proposé , de telle maniere que sa plus grande largeur AF soit de champ , ou perpendiculaire à l'horizon , cette poutre résistera davantage à la rupture que toute autre qu'on pourroit tirer du même tronc , & même que la poutre quarrée qu'on pourroit en extraire , quoique celle-ci contienne plus de matiere.

REMARQUE.

TELLE seroit la solution de ce problème , si les suppositions dont Galilée a déduit ses principes sur la résistance des solides , étoient tout-à-fait exactes. Il suppose en effet que la matiere du corps à rompre est parfaitement homogene , ou composée de fibres paralleles , également distribuées à l'entour de l'axe , & également résistantes à la rupture :

mais cela n'est pas entièrement le cas d'une poutre formée d'un tronc d'arbre équarri.

En effet, par l'examen de la manière dont se fait la végétation, on a appris que les couches ligneuses d'un arbre, qui se forment chaque année, sont à peu près concentriques, & que ce sont comme autant de cylindres emboîtés les uns dans les autres, & réunis par une espèce de matière médullaire qui oppose peu de résistance : ainsi ce sont principalement & presque uniquement ces cylindres ligneux qui opposent de la résistance à la rupture.

Pl. 1, Or qu'arrive-t-il lorsque l'on équarrit un tronc
fig. 2. d'arbre pour en former une poutre ? Il est évident, & la fig. 2, pl. 1, le rend sensible, qu'on coupe sur les côtés tous les cylindres ligneux qui excèdent le cercle inscrit dans le carré qui est la coupe de la poutre : ainsi presque toute la résistance vient du tronc cylindrique inscrit dans le solide de la poutre. Les portions de couches qui se trouvent vers les angles, renforcent à la vérité quelque peu ce cylindre, car elles ne peuvent manquer d'opposer quelque résistance à la rupture ; mais elle est beaucoup moindre que si le cylindre ligneux étoit entier. Dans l'état où elles sont, elles n'opposent qu'un médiocre effort à la flexion, & même à la rupture. C'est-là la raison pour laquelle il n'y a nulle comparaison à faire entre la force d'une solive de brin & celle d'une solive de sciage, c'est-à-dire prise au hasard dans le restant de quelque tronc dont on a extrait une poutre. Cette dernière est d'ordinaire foible, & si sujette à rompre, que l'on ne sçauroit trop soigneusement bannir celles de cette espèce, de tout ouvrage de charpente qui a quelque poids à soutenir.

Ajoutons encore que tous ces cylindres ligneux & concentriques n'ont pas une égale force. Les couches les plus voisines du centre, étant les plus âgées, sont aussi les plus dures, tandis que, dans la théorie, on suppose la résistance absolue égale par-tout.

On ne doit donc pas être surpris si l'expérience ne confirme pas entièrement, & même contrarie quelquefois beaucoup le résultat de la théorie; & l'on a des obligations considérables à M. Duhamel & à M. de Buffon, d'avoir soumis à l'expérience la résistance des bois; car il est important, dans l'architecture, de connoître la force des poutres qu'on emploie, afin de ne pas employer plus de bois & de plus gros bois qu'il est nécessaire.

Malgré ce que nous venons de dire, il est pourtant très-probable que la poutre de la plus grande résistance qu'on peut tirer d'un tronc d'arbre, n'est pas la poutre quarrée; car voici des expériences faites par M. Duhamel, qui prouvent qu'à même grosseur, celle qui a plus de hauteur que de largeur, étant mise de champ, résiste d'autant plus, & même sans s'écarter extrêmement de la loi proposée par Galilée, sçavoir, la raison composée de celle du quarré de la dimension mise de champ & de celle de la largeur.

M. Duhamel, en effet, a fait rompre vingt barreaux quarrés de même volume, pour déterminer quelle est la forme d'équarrissage qui les rendroit capables d'une plus grande résistance. Ils avoient tous 100 lignes de base, & varioient quatre à quatre par les dimensions de leur équarrissage.

Les quatre premiers avoient 10 lignes en tout sens, ils portèrent 131 livres.

Y iij

342 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Quatre autres avoient 12 lignes dans un fûtis ; & $8\frac{1}{6}$ dans l'autre : ils portèrent chacun 154 livres. On trouveroit par la loi ci-dessus , 157 livres.

Les quatre suivans avoient 14 lignes de hauteur , & 7 & $\frac{2}{7}$ de largeur : ils portèrent chacun 164 livres. Le calcul donneroit 183 livres.

Quatre autres avoient 16 lignes de hauteur ; & 6 & $\frac{1}{2}$ de largeur : ils portèrent chacun 180 livres. Ils auroient dû porter 209 livres.

Quatre autres , ayant 18 lignes de hauteur & $5\frac{1}{2}$ de largeur , portèrent chacun 243 livres. Le calcul n'auroit donné que 233 livres. On voit ici , par une singularité assez grande , le calcul donner moins que l'expérience , tandis que , dans les autres épreuves , le contraire a eu lieu.

M. de Buffon avoit commencé des expériences faites plus en grand sur la résistance du bois , & a donné un détail de ces expériences dans les *Mémoires de l'Académie* , ann. 1741. Il est fâcheux qu'il n'ait pas suivi cet objet , sur lequel personne ne pouvoit jeter plus de jour que lui. De ces expériences il paroît résulter , que la résistance augmente moins qu'en raison du quarré de la dimension verticale , & diminue aussi en une raison un peu plus grande que l'inverse des longueurs.

Pour nous résumer enfin , il résulte de tout cela que , pour résoudre le problème proposé , il faudroit avoir des données physiques qu'on n'a pas encore ; qu'à la vérité la poutre la plus résistante qu'on puisse tirer d'un tronc d'arbre , n'est pas la poutre quarrée , & qu'il y auroit en général des recherches à faire sur l'allégement des charpentes , qui le plus souvent contiennent des forêts de bois en grande partie inutile.

Il y auroit aussi des choses intéressantes à faire

sur leurs assemblages , qu'on pourroient être plus simples , plus commodes pour les réparations , & pour substituer une piece à une autre. J'ai sur cela quelques idées que peut-être je développerai un jour. En tout cas je serai charmé d'exciter quelqu'un à ce genre de recherche.

PROBLÈME II.

De la forme la plus parfaite d'une voûte. Propriétés de la chaînette, & leur application à la solution de ce problème.

LA voûte la plus parfaite seroit sans doute celle qui, composée de voussours extrêmement petits , & même polis sur leurs joints , se tiendrait dans un équilibre parfait. Il est aisé de sentir que cette forme donneroit la facilité d'employer des matériaux très-légers , & l'on fera voir aussi que sa poussée sur les pieds-droits , seroit beaucoup moindre que celle de toute autre voûte de même montée , établie sur les mêmes pieds-droits.

On trouve cette propriété & cet avantage dans une courbe fort connue des géomètres , & qu'on nomme la *caténaire* ou la *chaînette*. On lui a donné ce nom , parceque sa courbure est celle que prendroit une chaîne ACB , composée d'une Pl. 1, infinité de chaînons infiniment petits & parfaite- fig. 3. ment égaux , ou bien une corde parfaitement uniforme & infiniment flexible , en la suspendant lâche par ses deux extrémités.

La détermination de cette courbure fut un de ces problèmes que les Leibnitz & les Bernoulli proposerent vers la fin du siècle dernier , pour montrer la supériorité des calculs qu'ils manioient

344 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

sur l'analyse ordinaire, qui en effet est presque insuffisante pour résoudre un pareil problème. Mais nous devons nous borner ici à quelques-unes des propriétés de la courbe en question.

Pl. 1, La principale est la suivante. Si la courbe ACB
fig. 3, 4. de la *fig. 3*, est relevée en haut, c'est-à-dire qu'on place son sommet C en dessus, & qu'on dispose une multitude de globes de manière qu'ils aient leur centre dans la circonférence de cette courbe, ils resteront tous immobiles & en équilibre. A plus forte raison cet équilibre subsistera, si, au lieu de globes, on leur substitue de petits vouffoirs, dont les joints passeroient par les points de contact, puisqu'ils se toucheront dans une surface infiniment plus étendue que les points où nous supposons ces globes se toucher.

Or la description d'une pareille courbe est bien facile ; car supposons qu'on ait à couvrir d'une voûte l'espace AB, compris entre les deux pieds-droits A & B de la *fig. 5*, & que la montée de cette voûte doive être SC. Tracez sur un mur une ligne *ab*, (*fig. 6*,) horizontale, égale
Fig. 5, 6. à AB ; & ayant fait *sc* perpendiculaire sur son milieu & égale à SC, attachez aux points *a* & *b* un cordeau extrêmement flexible, ou une chaîne formée de petits chaînons bien égaux & bien mobiles les uns sur les autres, en sorte que, suspendue lâche, elle passe par le point *c* ; puis marquez sur le mur une quantité suffisante de points ou œils de ces chaînons, sans les déranger : la courbure que vous ferez passer par ces points sera celle que vous cherchez ; & rien de plus facile que d'en décrire l'épure sur un mur, comme elle est en ACB, *fig. 5*.

Tracez ensuite à égale distance, en dehors &

en dedans de ACB , deux courbes qui représenteront l'extrados & l'intrados de la voûte à former; enfin divisez la courbe AC en tant de parties égales que vous voudrez; par ces points de division tirez des lignes perpendiculaires à la courbe: (ce qu'on pourra toujours faire mécaniquement, avec une exactitude suffisante pour la pratique) ces perpendiculaires diviseront la voûte en vouffoirs, & vous aurez l'épure de cette voûte décrite contre le mur. D'après cette épure, il vous sera facile de lever les panneaux de tête pour la taille des pierres. Si ces opérations sont bien faites, la ligne AB fût-elle de 100 pieds, & la hauteur SC de plus encore, les vouffoirs de cette voûte se maintiendroient en équilibre, quelque peu de joint qu'on leur donnât; car, mathématiquement parlant, ils devroient se soutenir en équilibre, quand même ces joints seroient infiniment polis & glissants: ainsi, à plus forte raison, l'équilibre subsistera-t-il, lorsqu'ils seront tels que les donne la coupe des pierres.

Pour trouver maintenant la force avec laquelle une pareille voûte tend à écarter ses pieds-droits, tirez une tangente à la naissance a (*fig. 6*) de la courbe; ce que vous pourrez faire mécaniquement, en prenant deux points extrêmement près de la courbe, & en tirant par ces points une ligne qui rencontrera en t l'axe sc prolongé *. Cette

* On peut tirer cette tangente géométriquement, par la méthode suivante. Soit faite cette proportion; comme $2sc$ est à $ac + sc$, ainsi $ac - sc$ est à un quatrieme terme auquel cu soit égal: ensuite on fera cette seconde proportion; comme cu est à ac , ainsi af est à ft : le point t sera celui auquel iroit aboutir sur l'axe la tangente au point a .

346 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

tangente étant donnée , on démontre dans la mécanique , que le poids total de la demi-chaînette ou demi-voûte ca , est au poids ou à la force par laquelle il tend à écarter horizontalement le pied-droit , comme ft est à fa . D'un autre côté il faut ajouter au poids du pied-droit , la force par laquelle cette demi-voûte le charge perpendiculairement à l'horizon , c'est-à-dire le poids absolu de cette demi-voûte : ainsi l'on trouvera l'épaisseur du pied-droit par l'opération arithmétique suivante , que nous substituons à une construction géométrique , qui peut-être paroîtroit trop compliquée à la plupart des architectes.

Pl. 1, Nous supposons AB de 60 pieds d'ouverture, fig. 5, 6. conséquemment AS de 30 pieds , SC aussi de 30 pieds ; ce que nous faisons , afin de comparer la poussée de cette voûte avec celle d'une voûte en plein ceintre. Que la longueur AC soit de 45 pieds 1 pouce 8 lignes *, la largeur de la voûte un pied ; car , par les raisons ci-dessus , on peut sans crainte lui donner une pareille légéreté. Que la hauteur du pied-droit soit 40 pieds. On demande l'épaisseur qu'il doit avoir pour résister à la poussée de la voûte.

Je trouve d'abord que , dans cette supposition , la tangente au point a de la naissance de la chaînette ou de la voûte , va rencontrer son axe fc prolongé , en un point t , tel que ft est de 71 pieds $\frac{7}{10}$. Je divise fa par ft , ce qui me donne le nombre $\frac{100}{717}$, que je garde , & nomme N .

Soit maintenant prise une troisieme proportionnelle à la hauteur du pied-droit , à la longueur AC

* Nous trouvons , par le calcul , que telle seroit cette longueur.

du ceintre & à son épaisseur , & que la moitié de cette moyenne proportionnelle soit nommée D : ce sera ici $\frac{2}{6}$.

Soit ensuite multiplié AC par l'épaisseur 1 , & le produit de nouveau par deux fois le nombre ci-dessus N ; on aura $37\frac{1}{7}$, à quoi il faudra ajouter le carré de D trouvé ci-dessus , & de la somme extraire la racine carrée , qui sera $6\frac{1}{8}$. Enfin de cette racine ôtant le nombre ci-dessus D , on aura 5 pieds 7 pouces pour la largeur du pied-droit. Ce pied-droit étant d'une matiere homogène à la voûte , il est certain qu'elle résistera à la poussée de cette voûte ; car nous avons même fait , pour simplifier le calcul , une supposition qui n'est pas entièrement exacte , mais qui tend à augmenter quelque peu la largeur du pied-droit ; ce que nous observerons , afin que l'on ne nous impute pas une erreur que nous commettons de propos délibéré.

Si l'on compare cette largeur à celle qui seroit nécessaire pour supporter une voûte en plein ceintre circulaire , on trouvera cette dernière bien plus grande ; car elle devoit être de près de 8 pieds.

Une voûte construite sur un emplacement circulaire , comme une voûte de dôme , n'ayant qu'une poussée environ moindre de moitié qu'une voûte en berceau de même épaisseur sur ses pieds-droits , il s'ensuit que , dans les suppositions ci-dessus , le tambour d'une pareille voûte en dôme n'exigeroit que 33 pouces $\frac{1}{2}$ d'épaisseur. Or il est démontré , par la propriété même de la figure caténaire , qu'il ne faudroit pas à beaucoup près donner l'épaisseur d'un pied à la voûte : on voit conséquemment combien étoit peu fondée la pré-

348 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

tendue impossibilité objectée à l'architecte de l'église de sainte Genevieve, de construire sur la base qu'il peut employer le dôme qu'il projette; car il le pourroit, même en supposant que sa construction fût telle que l'auteur de l'objection la lui trace d'après les préceptes de Fontana, ou plutôt d'après l'usage que cet architecte suivoit dans la construction de ses dômes; que sera-ce donc, si l'architecte dont nous parlons, au lieu de commencer par élever un tambour de 36 pieds, (ce qui ne paroît pas avoir été jamais son dessein) fait monter sa voûte immédiatement en chaînette, de dessus la corniche circulaire qui couronnera ses pendentifs, ou de dessus un socle de peu de hauteur? Il est de toute évidence que sa poussée sera encore bien moindre; & je ne serois point étonné que, calcul fait, on trouvât que ses pieds-droits seroient en état de soutenir la voûte élevée au dessus, même en les supposant isolés, & ne leur accordant aucun renfort de la part des angles rentrants de l'église, qu'on peut faire butter contre eux.

Finissons par observer que, s'il étoit question de trouver, par des principes semblables à ceux qui ont fait trouver la chaînette, la forme la plus avantageuse à donner à une voûte en dôme, le problème seroit extrêmement difficile; car, supposant cette voûte divisée en petits secteurs, on voit que les poids des voussours ne sont point égaux, & leur rapport dépend même de la forme à donner à la voûte. Ce que nous avons dit ci-dessus ne doit donc être regardé que comme une approximation de la figure la plus avantageuse que la voûte devroit avoir dans ce cas.

Nous supprimons à dessein mille autres choses

que nous pourrions dire sur ce sujet , car nous sentons la nécessité de nous resserrer.

PROBLÈME III.

Comment on peut construire une voûte hémisphérique ou en cul-de-four , qui n'exerce aucune poussée sur ses supports.

LA querelle agitée , il y a six ou sept ans , avec assez de chaleur , sur la possibilité d'exécuter la coupole de la nouvelle église de sainte Genevieve , m'a donné lieu d'examiner si , dans la supposition même où ses supports seroient nécessairement trop foibles pour résister à la poussée d'une voûte de 63 pieds de diametre , il n'y auroit pas des ressources pour construire cette coupole. Je n'ai pas tardé de reconnoître que l'on peut , par un artifice assez simple , construire une voûte hémisphérique ou en demi-sphéroïde , qui n'ait aucune espece de poussée sur ses pieds-droits , ou sur la tour cylindrique qui la supporte. On le sentira aisément par le raisonnement & le développement qui suivent.

Il est évident qu'une voûte hémisphérique n'exerceroit aucune poussée sur son support , si sa premiere assise étoit d'une seule piece. Mais , quoique cela soit impossible , on peut y suppléer , & faire que non-seulement cette premiere assise , mais que plusieurs de celles au dessus , soient tellement disposées que leurs voussours ne puissent avoir le moindre mouvement capable de les disjoindre , ainsi que nous allons voir. La voûte hémisphérique fera donc alors sans aucune espece de poussée sur ses supports , en sorte que non-seulement elle pourroit être soutenue par le pied-droit cylindrique le

plus léger , mais même par de simples colonnes ; ce qui fourniroit le moyen de faire un ouvrage singulièrement remarquable par sa construction. Voyons donc comment on peut lier les voussoirs d'une assise quelconque , de maniere qu'ils n'aient aucun mouvement tendant à les écarter du centre. Voici plusieurs moyens.

- Pl. 2, 1^o Soient deux voussoirs A & B , contigus l'un
 fig. 7, à l'autre. Je leur suppose trois pieds de longueur ,
 n^o 1. & un pied & demi de largeur. Je ferai excaver
 sur les côtés contigus deux cavités en forme de
 queue d'aronde , ayant 4 pouces de profondeur ,
 autant d'ouverture en *ab* , 5 ou 6 pouces de lon-
 gueur & autant de largeur en *cd*. Cette cavité
 serviroit à recevoir une double clef de fer fondu ,
 Fig. 7, comme on voit dans la même figure , n^o 2 , ou
 n^o 2. même de fer ordinaire forgé , ce qui seroit encore
 plus sûr , le fer forgé étant beaucoup moins fragile
 que le premier : par ce moyen ces deux voussoirs
 seroient liés l'un avec l'autre , de maniere à ne
 pouvoir être disjoints , sans rompre cette queue
 d'aronde à son angle rentrant : mais , comme elle
 aura 4 pouces en toute dimension dans cet en-
 droit , il est aisé de juger qu'il faudroit une force
 immense pour opérer un pareil effet ; car les ex-
 périences connues sur la force du fer , nous ap-
 prennent qu'il faut une force de 4500 livres pour
 rompre en travers une barre d'un pouce quarré
 de fer forgé , par un bras de levier de 6 pouces :
 il en faudra par conséquent 288000 pour rompre
 une barre de fer de 16 pouces quarrés , comme
 celle-ci : d'où il est aisé de conclure que ces vout-
 soirs seront liés entr'eux par une force de 288
 milliers ; & comme ils n'éprouveront pas , pour
 être disjoints , un effort à beaucoup près aussi

grand, ainsi qu'il est aisé de le prouver par le calcul, il suit qu'on pourra les regarder comme une seule pièce.

On pourroit même les renforcer encore considérablement ; car on pourroit donner à ces queues d'aronde une hauteur double, & creuser dans le milieu du lit du voussoir supérieur une cavité propre à l'encastrier exactement ; alors la queue d'aronde ne pourroit se rompre sans que le voussoir supérieur se rompît aussi. Or il est aisé de juger quelle force immense il faudroit pour cela.

Second Moyen. Mais, comme il pourra y avoir des personnes qui improuvent l'usage du fer dans une pareille construction *, nous allons en donner une autre qui n'aura pas cet inconvénient, si c'en est un. On n'y emploiera que de la pierre combinée avec de la pierre.

Pour l'expliquer, que A & B représentent deux Pl. 2, voussoirs contigus de la première assise, & C le fig. 8. voussoir renversé de l'assise supérieure, qui doit recouvrir le joint. Chacun des deux premiers voussoirs étant divisé en deux, au milieu de chaque moitié soit creusée une cavité hémisphérique d'un demi-pied de diamètre ; prenez ensuite, avec beaucoup d'exactitude, la distance des centres de

* Tous les architectes n'ont pas à la vérité une façon de penser aussi rigoureuse ; mais il me semble que l'emploi multiplié du fer, pour consolider les bâtiments, est sujet à beaucoup d'inconvénients & de dangers. Je voudrois du moins que les monuments publics en fussent exempts ; car s'ils peuvent se soutenir sans fer, il est donc inutile ; si le fer est essentiel à la solidité, il arrivera certainement dans la suite des années, que ce fer sera consommé par la rouille, & alors l'édifice ou s'écroulera, ou souffrira beaucoup. L'usage du fer est donc vicieux dans ce cas.

ces cavités *a* & *c*, qui sont sur deux vouffoirs contigus ; & par ce moyen creusez deux cavités semblables sur le lit inférieur du vouffoir qui doit être placé en liaison sur les précédents. On remplira ensuite les cavités *a* & *c* de deux globes de marbre très-dur, & l'on placera le vouffoir supérieur de telle sorte que ces deux boules s'emboîtent exactement dans les cavités de son lit inférieur. Cette opération étant exécutée avec précision & dans tout le pourtour de la première, seconde & troisième assise, il est aisé de sentir que tous ces vouffoirs feront ensemble un corps unique & inébranlable, & dont les parties ne sçauroient être écartées les unes des autres ; car les deux vouffoirs *A* & *B* ne peuvent s'écarter l'un de l'autre sans briser ou les globes de marbre qui les lient avec le vouffoir supérieur, ou sans briser ce vouffoir supérieur par la moitié. Mais, en supposant même cet effet, qui ne peut s'opérer sans une force difficile à imaginer, du moins fort supérieure à celle de l'action de la voûte, les deux moitiés du vouffoir rompu, étant entretenues elles-mêmes d'une manière semblable par les vouffoirs supérieurs, il ne sçauroit résulter aucun mouvement d'écartement entr'elles : ainsi donc les trois assises de notre voûte ne formeront équivalement qu'une seule pièce, & il n'y aura aucune poussée. Il suffira que la base de cette voûte ait l'épaisseur suffisante pour ne pas être écrasée par son poids absolu ; & pour cela il ne faut qu'une épaisseur fort médiocre en bon matériaux.

Ainsi nous croyons avoir démontré, par deux moyens, qu'on pourroit faire une voûte hémisphérique n'ayant aucune poussée sur ses supports : par conséquent, en supposant même que
l'architecte

L'architecte de Sainte-Genevieve eût adopté la forme des dômes de Fontana, & qu'il commençât à élever sur ses pendentifs une tour d'environ 36 pieds d'élévation, pour la couronner par une coupole hémisphérique, ou un peu surhaussée, il n'y auroit pas d'impossibilité à construire solidement cette coupole.

PROBLÈME IV.

Comment on pourroit diminuer considérablement la poussée des voûtes.

LES architectes, à ce qu'il me semble, n'ont pas assez réfléchi sur les ressources que la mécanique présente pour diminuer, en bien des occasions, la poussée des voûtes. Nous allons donc présenter ici quelques vues sur ce sujet.

Lorsqu'on analyse la manière dont une voûte tend à renverser ses pieds-droits, on remarque que la voûte se divise nécessairement quelque part dans ses reins, & que la partie supérieure agit en forme de coin sur le restant de la voûte & le pied-droit, qui sont censés faire un seul corps. Cette considération suggère donc que, pour diminuer la poussée de la voûte, ou augmenter la stabilité du pied-droit, il faut charger la naissance des reins, & diminuer considérablement l'épaisseur des voussours voisins de la clef; faire enfin que la voûte, au lieu d'avoir une épaisseur uniforme dans toute son étendue, soit fort épaisse à sa naissance, & n'ait à sa clef que l'épaisseur nécessaire pour résister à la pression des reins. Il est aisé de sentir que, rejetant de cette manière une partie de la force qui agit pour renverser, sur celle qui résiste au ren-

Tome III.

Z

versement, celle-ci gagnera beaucoup d'avantage sur l'autre.

C'est sur-tout dans les voûtes en dôme que cette considération pourroit avoir lieu ; & non-seulement on pourroit y employer ce moyen, mais encore l'hétérogénéité des matériaux. Mettons-nous pour cela à la place de l'architecte de Sainte-Genevieve, & supposons qu'il fût nécessité à construire son dôme, en commençant à élever une tour ronde de 36 pieds de hauteur, pour la couronner ensuite par une voûte, que nous supposons hémisphérique, quoiqu'on lui accorde qu'elle doit être un peu surhaussée, afin de paroître hémisphérique, étant vue d'une distance modérée. On a trouvé qu'en donnant un pied & demi d'épaisseur uniforme à cette voûte, la tour devroit avoir 4 pieds $\frac{1}{2}$ d'épaisseur à toute rigueur ; ce qui, joint à quelques empatemens nécessaires, pour la solidité, excède la largeur des bases qu'on peut lui donner dans une partie de son circuit. Mais, d'après les considérations ci-dessus, qui est-ce qui empêcheroit de faire cette tour & les premières assises, jusques vers le milieu des reins de la voûte, d'une matiere beaucoup plus lourde que le restant de cette voûte ? Car on connoît des pierres, comme les marbres durs & grossiers, qui pesent jusqu'à 230 livres le pied cube, tandis que le saint-Leu des environs de Paris, ne pèse que 132 livres, & la brique encore moins. Au lieu de faire la voûte d'une épaisseur uniforme d'un pied & demi, qui empêcheroit de la faire de 3 pieds à sa naissance, & de ne lui donner que 8 pouces vers le sommet ? Or, en faisant les suppositions suivantes, sçavoir, que la tour & les premières assises de la voûte, jusques vers le milieu des reins, fussent

de pierre dure des environs de Paris, qui pèse 170 livres le pied cube, & le surplus en brique, qui n'en pèse que 130 ; que la voûte eût à sa naissance, jusques vers le milieu, 2 pieds & demi d'épaisseur, & 8 pouces de-là vers le sommet, j'ai trouvé que la tour en question ne devoit avoir que 1 pied 8 pouces & demi d'épaisseur pour être en équilibre avec la poussée de la voûte. Si donc on donnoit à cette tour 3 pieds d'épaisseur, (l'on ne disconvient pas qu'on ne puisse lui donner jusqu'à 3 pieds 9 pouces au droit des clefs des archivoltas,) il est évident, pour l'homme le plus timide, qu'elle sera plus que suffisamment hors de toute atteinte de la part de la poussée ; & elle le seroit encore plus, si on lui donnoit d'abord 3 pieds & demi d'épaisseur, jusqu'à une certaine hauteur, par exemple de 9 pieds, & de-là 3 pieds ou 2 pieds 9 pouces, jusqu'à la naissance de la voûte ; car on renforce un pied-droit, en rejetant sur sa partie inférieure une portion de son épaisseur, au lieu de lui donner la même dans toute sa hauteur, puisqu'on éloigne le point sur lequel il doit tourner pour être renversé.

Mais en voilà assez sur cet objet, que nous ne traitons ici qu'incidemment.

PROBLÈME V.

Deux particuliers voisins ont chacun un emplacement assez resserré , où ils veulent bâtir. Mais , pour se ménager de la place , ils conviennent de construire un escalier qui puisse servir aux deux maisons , & qui soit tel que leurs habitants n'aient rien de commun entr'eux que l'entrée & le vestibule. Comment s'y prendra l'architecte à qui ils exposent cette idée ?

CE problème peut s'exécuter de cette manière , dont il y a quelques exemples.

Pl. 2, Soit , *fig. 9* , la cage de l'escalier , dont la *me-fig. 9* sure est telle qu'on puisse , sans donner à la rampe ^{n° 1.} trop de roideur , monter en une révolution ou un peu moins , du rez-de-chaussée au premier étage. Dans un vestibule commun A , dans lequel on entrera par une porte commune P , vous établirez en B , à droite , la naissance de la rampe destinée à la maison droite , & vous la ferez circuler de droite à gauche jusqu'à un palier , que vous aurez soin de ménager au dessus du palier B : vous la pourrez ainsi continuer jusqu'au second , troisième étage , &c.

La naissance de l'autre escalier sera établie du côté diamétralement opposé en C , & circulera dans le même sens pour arriver , après une révolution , à un palier qui donnera entrée dans le premier étage de la maison sise à gauche ; en sorte que , si la cage intérieure est à jour , comme il est aisé de le pratiquer , les personnes qui monteront ou descendront par un de ces escaliers , pourront appercevoir celles qui seront sur l'autre , sans

avoir aucune autre communication que le vestibule commun A , & la porte d'entrée. On voit la coupe de ce double escalier dans la *fig. 9, n° 2.* Pl. 2 ;

Il y a au château royal de Chambord , un escalier à peu près de cette forme , qui sert à tout le château. Car , cet édifice étant formé de quatre grands vestibules ou fallons immenses , opposés les uns aux autres comme les branches d'une croix grecque , & dans lesquels débouchent tous les appartements , Serlio , son architecte , a placé l'escalier au centre de cette croix ; & , au moyen de la double rampe , ceux qui sont entrés par le vestibule du midi au rez-de-chaussée , & qui enfilent l'escalier qu'ils ont devant eux , arrivent , après une révolution , au vestibule ou fallon méridional du premier étage ; & au contraire. fig. 9 ,
n° 2.

Mais quoique cet escalier soit ingénieux dans sa forme , Serlio n'a pas sçu y éviter de grands défauts , quoique cela fût bien facile. 1° L'entrée de l'escalier , au lieu de se présenter directement en face du milieu de chaque fallon , est un peu de côté. 2° Il n'y a point de palier ménagé à chaque étage , au devant de la porte qui donne entrée dans cet étage. 3° Enfin la cage intérieure , qui auroit pu être légère & presque entièrement à jour , n'est percée que d'un petit nombre d'ouvertures.

On pourroit , si l'emplacement le comportoit , construire par un semblable artifice , un escalier à quatre rampes séparées les unes des autres , pour monter à quatre appartements différents. Tel est celui dont on voit le dessin dans *Palladio* , & qu'on y lit avoir été pratiqué à Chambord. Sans doute celui de Serlio eût été bien plus beau , s'il eût été tel , attendu les quatre galeries dans lesquelles on avoit à déboucher ; mais nous pou-

358 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

vons assurer que l'escalier de Chambord n'est qu'à deux rampes , & comme on l'a décrit plus haut.

R E M A R Q U E.

IL y a d'autres escaliers remarquables par une autre particularité , sçavoir , la hardiesse de leur construction. Tels sont ces escaliers à vis , dont le limon forme une spirale , entièrement suspendue en l'air , en sorte qu'il reste au milieu un vuide plus ou moins grand. Cette construction hardie est un effet de la coupe des marches , & de leur engagement par un bout dans la cage de l'escalier. Mais on peut en voir le mécanisme plus au long , dans les livres de la coupe des pierres.

P R O B L Ê M E V. I.

Comment on peut former le plancher d'un emplacement avec des poutrelles qui n'ont qu'un peu plus de la moitié de la longueur nécessaire pour atteindre d'un mur à l'autre.

SOIT le quarré ABCD , par exemple , qu'il est question de couvrir d'un plancher , avec des solives qui ne sont qu'un peu plus longues que la moitié d'un des côtés AB. Prenez sur les côtés du Pl. 2, quarré les lignes AG , BI , CL , DE , égales à la fig. 10. longueur donnée des poutrelles , que vous disposerez ensuite comme on voit dans la fig. 10 ; c'est-à-dire , vous placerez d'abord EF au dessous du bout F , de laquelle vous ferez passer GH , dont le bout H sera soutenu par IK ; enfin le bout K sera porté sur LM , dont le bout M portera sur la première EF. Il est aisé de se démontrer que , dans

cette position, elles s'entre-tiendront mutuellement sans tomber.

Il est superflu de remarquer qu'il faut que le bout de chaque poutrelle soit taillé de maniere à entrer dans une entaille semblable de la poutrelle sur laquelle il porte, & dans laquelle il doit être solidement entre-tenu.

Néanmoins, comme une entaille faite sur le corps de la solive, ne peut manquer d'en altérer beaucoup la force, j'aimerois mieux que le bout de chaque poutrelle portât simplement sur un étrier de fer suffisamment large, & solidement attaché aux poutrelles.

Il n'est pas même nécessaire que les poutrelles aient une longueur un peu plus grande que la moitié de la largeur de l'emplacement à couvrir: on pourroit former un plancher avec des bouts de bois beaucoup plus petits, en leur donnant la forme qu'on va voir, & les arrangeant de la maniere convenable.

On suppose, par exemple, qu'on ait à couvrir un emplacement de 12 pieds en tout sens, & qu'on n'ait que des tronçons de bois de 2 pieds de longueur. Soit une de ces pieces de bois sur son Pl. 2, champ; vous en couperez les extrémités en biseau, fig. 11. comme il est représenté par la coupe A C D ou B E F, *fig. 11.* Au milieu de la même piece, formez de chaque côté une entaille propre à loger le bout d'une autre piece semblablement taillée. Cela fait, vous aurez un échafaudage mobile, sur lequel vous arrangerez vos pieces de bois comme on le voit dans la figure, dont l'examen est plus propre à faire sentir cet arrangement qu'un long discours. Vous remplirez ensuite les espaces oblongs qui resteront le long des murs, par des pieces de bois

Z iv

de la moitié de la longueur des premiers. Vous pourrez en toute sûreté retirer l'échafaudage ; toutes ces pieces de bois formeront un plancher solide , & s'entre-tiendront mutuellement , pourvu que l'on n'en supprime aucune , ou qu'aucune ne manque ; car on doit observer que la rupture ou le dérangement d'une seule , fera écrouler tout le plancher à-la-fois.

Le docteur Wallis a beaucoup varié ces combinaisons , dans un écrit qu'on trouve à la fin du troisieme tome de ses œuvres ; & il dit qu'on a mis en usage cette invention dans quelques endroits de l'Angleterre. Mais , par les raisons ci-dessus , je la regarde comme plus ingénieuse qu'utile , & bonne tout au plus à pratiquer , dans un besoin extrême de bois des dimensions convenables , pour un plancher qui n'auroit rien à supporter.

R E M A R Q U E.

SI , au lieu de pieces de bois , on supposoit des pierres taillées de la même maniere , il est évident qu'elles feroient une voûte plate ; mais il faudroit alors , pour écarter le danger de la rupture , qu'elles n'eussent tout au plus que 2 pieds de longueur sur une hauteur & largeur convenables. On nomme communément cette voûte , la voûte plate de M. Abeille , parceque cet ingénieur la proposa en 1699 à l'Académie des Sciences. Elle a l'avantage de rejeter sa poussée sur les quatre murs qui lui servent d'appui ; au lieu qu'une voûte en plate bande , suivant la méthode ordinaire , l'exerceroit contre deux seulement. Mais cet avantage est trop compensé par le danger de voir tout crouler , si une seule pierre vient à manquer. M. Frézier a traité

avec quelque étendue ce sujet , dans son ouvrage sur la coupe des pierres , & a montré comment on peut varier les compartiments tant d'intrados ou dessous , que d'extrados ou dessus , qu'on peut former avec ces voûtes. Mais , nous le répétons , tout cela est plus curieux qu'utile , ou , pour mieux dire , cette construction est fort dangereuse.

PROBLÈME VII.

Des trompes dans l'angle.

UN des ouvrages les plus hardis dans la coupe des pierres , est l'espece de voûte appelée *trompe dans l'angle*. Qu'on se représente une voûte conique , comme SAFBS , élevée sur le plan d'un triangle ASB ; que du milieu de la base soient menées les deux lignes ED , EC , ordinairement parallèles aux côtés respectifs SD , SC , sur lesquels soient élevés deux plans perpendiculaires à la base , DEF , CEF : ils retrancheront du côté du sommet S , une partie de la voûte , comme FDSCF , dont la moitié CFDC se trouvera en porte-à-faux. Cette partie tronquée de voûte conique FCSDF , est ce qu'on nomme *trompe dans l'angle* , parceque ordinairement on la pratique dans un angle rentrant , pour soutenir une piece hors d'œuvre dans un édifice. Pour cet effet , on élève sur les pans curvilignes DF , CF , des murs qui , quoique portants à faux , ne laissent pas d'avoir une solidité suffisante , pourvu que la coupe des voussours soit faite bien exactement , qu'ils soient d'une longueur suffisante pour être engagés dans la moitié qui ne porte point à faux , pourvu enfin que cette partie soit convenablement chargée.

On voit assez fréquemment de ces ouvrages ; mais le plus singulier , à ce que je crois , est une trompe dans l'angle , qu'on voit à Lyon , soutenir une portion considérable d'une maison sise sur le pont-de-pierre. On ne peut regarder sans quelque inquiétude l'encoignure de cette maison qui est élevée de trois ou quatre étages , faillir de plusieurs toises sur la rivière. On dit que c'est l'ouvrage de Desargues , gentilhomme du Lyonnois , & géometre habile du temps de Descartes. Si cela est , il y a environ 130 ans que cet ouvrage subsiste ; ce qui semble prouver que ce genre de construction a une solidité réelle , & plus grande qu'on ne seroit porté à le croire.

REMARQUE.

Si la trompe est droite , c'est-à-dire portion d'un cône droit ASBF , & que les plans de section FED , FEC , soient parallèles à SC , SD , respectivement , les courbes FD , FC , seront , comme l'on sçait , des paraboles , ayant leur sommet en D , & CE ou DE pour axe. Or nous devons remarquer ici une curiosité géométrique , sçavoir que , dans ce cas , la surface conique FCSDF , quoique courbe & terminée en partie par des lignes courbes , ne laisse pas d'être égale à une figure rectiligne ; car , qu'on tire DG parallèlement à l'axe SE , on démontre que la surface conique en question est égale à une fois & un tiers le rectangle de SB ou SF par EG.

PROBLÈME VIII.

Un architecte a un terrain quadrangulaire & irrégulier, tel que ABCD, & veut y planter un quinconce, en sorte que toutes les lignes d'arbres, tant transversales que diagonales, soient en ligne droite. On demande comment il faudra qu'il s'y prenne.

Nous supposons ce quadrilatere tellement irrégulier, que les côtés opposés, AB, DC, concourent ensemble en un point F, & les deux AD, CB, en un autre point E. Prolongez donc ces côtés deux à deux, jusqu'à leurs points de concours E & F, que vous joindrez par une ligne droite FE; tirez ensuite par le point D, une parallele à EF; prolongez aussi BC, BA, jusqu'à leurs concours H, G, avec cette parallele; après quoi divisez GD & DH en un même nombre de parties égales: nous supposerons ici ce nombre être de quatre. Enfin, des points de division de GD, tirez au point F, & de ceux de DH tirez au point E autant de lignes droites: ces lignes couperont les côtés du quadrilatere, & se couperont entr'elles dans des points qui seront ceux où il faudra planter les arbres pour résoudre le problème. Pl. 3, fig. 13.

Nous pourrions nous borner, pour la démonstration, à renvoyer au problème XXIV de l'Optique, où nous avons montré comment le quadrilatere ABCD peut être la représentation perspective d'un parallélogramme donné. Toutefois nous allons donner ici de nouveau cette démonstration.

Par les points H & D, soient menées les lignes Da, Hb, inclinées à GH de 45 degrés de droite à gauche, & par les points G & D, deux autres

364 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

lignes Dc , Gb , pareillement inclinées de 45 degrés à GH , mais en sens contraire des premières : ces quatre lignes se couperont nécessairement à angles droits, & formeront un rectangle $abcD$, dont, par les règles de perspective, le quadrilatère $ABCD$ seroit la représentation pour un œil situé en face du point I , qui partage EF en deux également, & qui est à une distance du plan du tableau égale à IF ou IE .

Supposons donc le carré long $abcD$ divisé en carrés semblables par des lignes parallèles à ses côtés, au nombre de quatre, par exemple : ces lignes, étant prolongées jusqu'à leur rencontre avec GD & DH , les diviseront en un même nombre de parties égales : & de même que DC , GAB sont les représentations perspectives de Dc , Gab , les lignes partantes des divisions égales de GD , & aboutissantes au point F , seront les représentations perspectives des lignes parallèles à ab ou Dc . Il en sera de même des lignes parallèles aux deux côtés Da , cb . Donc les petits quadrilatères que formeront ces lignes, en se coupant dans le quadrilatère $ABCD$, seront les images perspectives des carrés longs qui divisent $abcD$. Or tous les points qui sont en ligne droite dans l'objet, sont aussi en ligne droite dans l'image : ainsi les lignes d'arbres qui seroient plantées aux angles des divisions du carré long $abcD$, formant nécessairement des lignes droites, tant dans les transversales que dans les diagonales, leurs places dans le quadrilatère $ABCD$, qui sont les images de ces angles dans le carré-long, formeront aussi des lignes droites dans le même sens ; car, dans les représentations perspectives, les images des lignes droites sont toujours des lignes droites.

Si les côtés ab , cD , opposés du quadrilatere donné, étoient fort inégaux, il faudroit renoncer à les diviser en un même nombre de parties, car alors elles seroient trop inégales; &, pour une pareille plantation, il faut que les carrés soient à peu de chose des carrés parfaits. Par exemple, si un côté ab étoit de 50 toises, & l'autre de 20, en les divisant chacun en 10, les divisions d'un côté seroient de 5, & de l'autre elles seroient de 2 toises; ce qui formeroit des carrés trop oblongs. Il vaudroit mieux alors diviser le premier en 16, & le second en 6; ce qui donneroit des divisions presque quarrées, sçavoir, de 3 toises $\frac{1}{8}$ en un sens, & 3 toises $\frac{2}{3}$ dans l'autre; mais alors il n'y aura aucune ligne d'arbre en diagonale, soit dans le carré long $abcd$, soit dans le quadrilatere proposé $ABCD$. Du reste, en divisant alors l'une des lignes GD , DH , en 16 parties, & l'autre en 6, on aura toutes les lignes d'arbres de la figure irréguliere, en lignes droites.

Si l'on vouloit avoir un véritable quinconce*, il suffiroit, après cette premiere opération, de tirer dans chaque petit quadrilatere de la plantation, les deux diagonales, & de planter un arbre dans leur intersection: tous ces nouveaux arbres formeront aussi des lignes droites.

* Le véritable quinconce est celui où, au milieu de chaque carré, il y a un arbre; car le mot de quinconce vient de *quincunx*, qui annonce cinq arbres en carré; ce qui ne peut être autrement.

PROBLÈME IX.

Construction d'une charpente qui , sans entrain , n'a aucune poussée sur les murs sur lesquels elle repose.*

J'AI vu à Paris , dans un jardin du fauxbourg Saint-Honoré , un petit bâtiment formant une espece de tente , dont les murs n'avoient que quelques pouces d'épaisseur , & qui étoit couvert d'un toit sans entrails : le tout étant tapissé intérieurement , on eût cru être dans une tente. C'étoit l'appartement d'été pendant la journée , & un lieu vraiment délicieux.

Une des surprises qu'occasionnoit cet endroit à ceux qui avoient quelque connoissance de la construction , étoit comment on s'y étoit pris pour établir sans entrain le toit de ce petit bâtiment ; car , quelque léger qu'il fût , les murs étoient si peu épais , que toute toiture ordinaire les auroit renversés. En voici l'artifice , qu'on nous a dit être l'ouvrage de M. Arnoult , chargé de la manœuvre des théâtres des Menus-Plaisirs.

Pl. 3, Sur les deux sablières AB, *ab*, soient d'abord établis & soutenus les deux arrêtières CD, ED, assemblés solidement l'un avec l'autre au sommet D. Des angles que font en C & F ces deux arrêtières , partiront aussi deux autres pièces FH, GI , fermement assemblées en G & F avec les sablières, en I

* On appelle en architecture *entrait* , cette poutre horizontale qu'on pose sur les murs d'un bâtiment , & sur laquelle on établit les pièces montantes & inclinées qui forment le faite.

& H avec les arrêtiens , & l'un & l'autre en K , par une entaille double artistement faite. Enfin , pour plus de sûreté , qu'en M & L soient placées deux petites traverses , l'une liant les pieces CD , FH , & l'autre les pieces FD , GI : il est évident que ces quatre pieces inclinées ne sçauroient avoir aucun mouvement pour s'écarter , & pousser les murs sur lesquels sont posées les sablières AB ; car elles ne peuvent s'écarter qu'en rendant l'angle D plus obtus. Or , pour cela , il faudroit que l'angle en K le devînt lui-même ; mais les assemblages en I & H s'opposent à un pareil mouvement : ainsi cette travée de charpente posera sur les sablières AB , *ab* , sans les écarter en aucune manière , & elles n'exerceront aucune poussée contre les murs.

Il est aisé de sentir combien cet artifice peut avoir d'usages dans l'architecture. Il peut être précieux toutes les fois qu'on voudra couvrir un grand emplacement , en diminuant l'épaisseur des murs , & en évitant l'aspect désagréable des entrails apparents.

PROBLÈME X.

Du toisage des voûtes en cul-de-four , surhaussées & surbassées.

ON appelle en architecture , *voûtes en cul-de-four* , les voûtes sur un plan ordinairement circulaire , & dont la coupe par l'axe est une ellipse , ou , en terme de l'art , une anse de panier. Elles diffèrent d'une voûte hémisphérique , en ce que , dans celle-ci , la hauteur du sommet au dessus du plan de la base , est égale au rayon de cette base , au lieu que , dans les autres , cette hauteur est plus

368 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

grande ou moindre. Si elle est plus grande , la voûte se nomme *cul-de-four surhaussé* ; si elle est moindre , on l'appelle *cul-de-four surbaissé*.

Pl. 4, Telles sont celles qu'on voit *pl. 4, fig. 15 & 16*.
fig. 15, 16. La première est une voûte en cul de-four surhaussé , & la seconde en cul-de-four surbaissé. En langage géométrique , celle-là est un demi-sphéroïde allongé , ou formé par la circonvolution d'une demi-ellipse autour de son demi-grand axe : celle-ci est le demi-sphéroïde formé par la circonvolution de la même demi-ellipse autour de son demi-petit axe.

Les livres d'architecture donnent vulgairement des règles si fausses pour le toilage de la surface de ces voûtes , que nous ne pouvons résister à l'envie de donner des méthodes plus exactes. Bullet , par exemple , & Savot , donnent tout simplement pour règle , de multiplier la circonférence de la base par la hauteur * ; comme si la voûte à toiser étoit hémisphérique. L'erreur est grossière ; & il est étonnant qu'ils ne se soient pas aperçus que , si cela étoit exact , il y a telle voûte en cul-de-four surbaissé , qui seroit moindre en surface que le cercle qu'elle couvre ; ce qui est absurde.

Car supposons , par exemple , une voûte d'un pied de hauteur sous clef , sur un cercle de 7 pieds de diamètre ; l'aire de ce cercle sera , suivant l'approximation d'Archimède , égale à 38 pieds quarrés & demi : mais , en multipliant la circonférence

* On voit dans les œuvres de Monconys un bon paralogisme , commis sur ce sujet par un géometre Lyonnais , que ce voyageur donne pour un habile géometre , mais qui prouva par-là n'être pas aussi habile que Monconys le croyoit.

22 par un pied de hauteur , on n'auroit que 22 pieds quarrés, ce qui n'est pas même les deux tiers de la surface de la base. L'entrepreneur seroit ici lésé de plus du tiers de ce qui doit lui revenir. Nous allons donc donner , pour toiser la surface de ces voûtes , des regles assez exactes pour l'usage commun de l'architecture.

I. Pour les Voûtes en cul-de-four surhaussé.

Le rayon de la base & la hauteur d'un cul-de-four surhaussé étant donnés , faites d'abord cette proportion ; comme la hauteur est au rayon de la base , ainsi celui-ci à une quatrieme proportionnelle , dont vous prendrez le tiers , que vous ajouterez aux deux tiers du rayon de la base.

Cherchez ensuite la circonférence qui répondroit à un rayon égal à cette somme , & multipliez cette circonférence par la hauteur : vous aurez , à peu de chose près , la surface du cul-de-four surhaussé.

Exemple. Soit la hauteur 10 pieds , & 8 pieds le rayon de la base. Faites , comme 10 est à 8 , ainsi 8 à $6\frac{4}{10}$, dont le tiers est $2\frac{2}{15}$; les deux tiers de 8 sont $5\frac{1}{3}$, qui , joints avec $2\frac{2}{15}$, font $7\frac{7}{15}$, ou 7 pieds 5 pouces 7 lignes.

Or la circonférence répondante à 7 p. 5^p 7^l de rayon , ou à 14 p. 11^p 2^l de diametre , est 44 p. 11^p 1^l , ou 7^t 2 p. 11^p 1^l , ce qui doit être multiplié par 1 toise 4 pieds , hauteur de la voûte : on aura au produit 12^t 2 p. 10^p 5^l.

On eût trouvé par la regle de Bullet , 13^t 5 p. 9^p 8^l , dont la différence en excès est une toise & demie , ou près du 8^e du total , & cela dans un cas où la voûte ne s'écarte pas beaucoup du plein

ceintre; car si elle s'en écartoit beaucoup, l'erreur pourroit bien monter à un tiers.

II. *Pour les Voûtes en cul-de-four surbaissé.*

Qu'on propose présentement un cul-de-four surbaissé. La regle sera encore, à fort peu de chose près, la même. On cherchera, comme ci-dessus, une troisieme proportionnelle à la hauteur & au rayon de la base, on en ajoutera les deux tiers au tiers du rayon de la base, & on cherchera la circonférence répondante à un rayon égal à cette somme : cette circonférence étant multipliée par la hauteur, on aura, à peu de chose près, la surface cherchée.

Soit un cul-de-four surbaissé, de 10 pieds de rayon de base, & 8 pieds de hauteur sous clef. Faites d'abord, comme 8 sont à 10, ainsi 10 sont à 12 pieds 6 pouces, dont les deux tiers sont 8 p. 4^p; le tiers de 10 pieds est d'un autre côté 3 p. 4^p, & la somme est 11 p. 8^p.

Or la circonférence répondante à un rayon de 11 p. 8^p, ou à un diametre de 23 p. 4^p, est 73 p. 4^p, ou 12^t 1 p. 4^p : multipliez ce nombre par la hauteur 8 p. ou 1^t 2^p, vous aurez 16^t 1 p. 9^p 4^l.

En suivant la regle de Bullet, on n'eût trouvé que 13^t 5 p. 9^p 8^l; ce qui fait 2^t 1 p. 11^p 8^l d'erreur en défaut, ou environ $\frac{1}{7}$ de la surface totale. Mais aussi il faut convenir que Bullet & Savot ne se doutent même pas de géométrie tant soit peu au dessus de la plus élémentaire.

R E M A R Q U E.

IL nous seroit facile de donner pour les géometres des regles plus exactes; car on sçait que la

dimension des surfaces de sphéroïdes allongés , dépend de la mesure d'un segment elliptique ou circulaire tronqué , & celle des surfaces de sphéroïde applatis , de la mesure d'un espace hyperbolique ; conséquemment la première peut être déterminée au moyen d'une table de sinus & d'arcs de cercle , & l'autre en employant une table de logarithmes.

Quant à la méthode que nous avons donnée ci-dessus , elle est déduite d'après les mêmes principes ; mais en regardant un segment de cercle ou d'hyperbole de médiocre étendue , comme un arc de parabole , ce qui n'expose qu'à une fort petite erreur , quand ce segment ne fait lui-même qu'une petite partie de l'espace à mesurer ; cette considération fournit , dans une infinité de cas , des regles pratiques fort commodes.

Quelques architectes diront peut-être ; que nous importe de connoître avec précision la surface de ces voûtes ? Ce n'est pas quelques toises de plus ou de moins qu'on doit considérer ici. Je leur répondrai que , par la même raison , ils devraient bannir toute espece de toisé exact ; ils devraient s'embarasser peu qu'Archimede ait démontré que la surface d'un hémisphere est égale à celle du cylindre de même base & de même hauteur ; ou , pour m'énoncer en leurs termes , que la surface d'une voûte en cul-de-four en plein ceintre , est égale au produit de la circonférence de la base par la hauteur. S'ils emploient , à l'égard des voûtes dont nous parlons , des regles aussi fautives , c'est qu'ils les croient exactes , & qu'elles leur ont été tracées par des gens qui ne sçavoient pas assez de géométrie pour en donner de meilleures.

A a ij

P R O B L Ê M E X I.

Mesure des voûtes en arcs de cloître, & des voûtes d'arête.

IL arrive souvent que, sur un emplacement carré, ou carré-long, ou polygone, on élève une voûte formée de plusieurs berceaux, qui, prenant leur naissance des côtés de la base, viennent se réunir à un point commun, comme en un sommet, & forment en dedans autant d'angles rentrants qu'il y a d'angles dans la figure qui sert de base. Ces voûtes sont appelées *arcs de cloître*. On Pl. 4, fig. 17, 18. en voit la représentation dans la fig. 17, pl. 4.

Mais si un emplacement, carré par exemple, est voûté par deux berceaux comme dans la fig. 18, qui semblent se pénétrer, & qui forment deux arêtes ou angles rentrants, qui se coupent au plus haut de la voûte, on appelle cette voûte, *voûte d'arête*.

Or voici ce qu'il y a de remarquable sur ces voûtes.

1^o *Toute voûte à arc de cloître à plein ceintre, sur une base quelconque carrée ou polygone, est précisément double en surface de la base; de même qu'une voûte hémisphérique, ou cul-de-four en plein ceintre, est double en surface de sa base circulaire.*

En effet, on peut dire qu'une voûte hémisphérique n'est qu'une voûte à arc de cloître, sur un polygone d'une infinité de côtés.

Lors donc qu'on voudra mesurer la surface d'une voûte semblable, il suffira de doubler la surface de la base; bien entendu que les berceaux fussent en plein ceintre; car s'ils étoient surhaussés ou surbaissés, ils auroient à la base le même rapport

qu'une voûte en cul-de-four surhaussée ou surbaissée au cercle de sa base.

2^o Une voûte à arc de cloître, & une voûte d'arête sur un quarré, forment ensemble les deux berceaux complets élevés sur ce quarré. Cela est aisé de voir dans la fig. 19. Pl. 4,
fig. 19.

Ainsi, si des deux berceaux on ôte la voûte à arcs de cloître, il reste la voûte à arêtes; ce qui fournit, dans ce cas, un moyen simple de mesurer les voûtes d'arête: car si de la somme des surfaces des deux berceaux, on ôte la surface de la voûte à arc de cloître, restera celle de la voûte d'arête.

Soit, par exemple, la base de 14 pieds en tout sens; la circonférence du demi-cercle de chaque berceau sera de 22 pieds, & la surface sera de 22 par 14, ou 308 pieds quarrés: les deux berceaux réunis ensemble, donneront donc 616 pieds quarrés. Mais la surface intérieure de la voûte à arc de cloître, est deux fois la base, ou deux fois 196 ou 392: ôtant donc 392 de 616, restera 224 pieds quarrés pour la surface de cette voûte.

3^o Si l'on cherchoit la solidité intérieure d'une voûte à arc de cloître, on la trouveroit par la regle suivante.

Multipliez la base par les deux tiers de la hauteur; le produit sera la solidité cherchée: ce qui est évident, par la même raison que nous avons donnée plus haut, relativement à sa surface; car cette espece de voûte est, soit en solidité, soit en surface, au prisme de même base & même hauteur, en même rapport que l'hémisphère au cylindre circonscrit.

4^o La solidité de l'espace renfermé par la voûte

A a iij

374 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

d'arête sur un plan quarré ou quarré long, est les $\frac{19}{21}$ du solide de même base & même hauteur, en supposant du moins le rapport approché du diamètre à la circonférence du cercle, de 7 à 22.

Cela se démontre aussi facilement, en faisant remarquer que le solide intérieur d'une pareille voûte, est égal à la somme des deux berceaux ou demi-cylindres, moins une fois la solidité de la voûte en arc de cloître, qui dans ce double est comprise deux fois, & conséquemment doit en être retranchée.

P R O B L Ê M E XII.

Comment on pourroit construire un pont de bois de 100 pieds & plus de longueur, & d'une seule arche, avec des bois dont aucun n'excéderoit quelques pieds de longueur.

JE suppose que, pour la construction d'un pareil pont, on n'eût que des bois d'un équarrissage assez fort, comme de 12 à 14 pouces, mais très-courts, comme d'une dizaine de pieds de longueur, ou que des circonstances particulieres empêchassent de frapper des files de pieux dans la rivière, pour porter les poutres qu'on emploie dans de pareilles constructions : comment pourroit-on s'y prendre pour construire ce pont, notwithstanding ces difficultés ?

Je ne crois point que cela fût impossible, & voici comment on pourroit l'exécuter.

Je commencerois par tracer sur un grand mur l'épure du pont projeté, en décrivant deux arcs concentriques à la distance que comporteroit la longueur des bois à employer, que je suppose, par

exemple, de 10 pieds ; je lui donnerois la forme d'un arc de 90° d'une culée à l'autre ; je diviserois ensuite cet arc en un certain nombre de parties égales, tel que l'arc de chacune n'excédât pas 5 ou 6 pieds.

Dans la supposition, par exemple, que nous faisons ici d'une distance de 100 pieds entre les deux culées, un arc de 90° qui la couvrirait, auroit 110 pieds de longueur, & son rayon auroit 70 pieds. Je diviserois donc cet arc en 22 parties égales de 5 pieds chacune, & je formerois, avec les bois ci-dessus, des especes de vouffoirs de charpente de 8 ou 10 pieds de hauteur, sur 5 pieds de largeur à l'intrados, & 5 pieds 8 pouces 6 lignes à l'extrados ; car telle est la proportion de ces arcs, d'après les dimensions ci-dessus. La *fig.* Pl. 4, 20 présente la forme d'un pareil vouffoir, qu'on *fig.* 20. voit être formé de 4 pieces principales de bois fort, de 10 pouces au moins d'équarrissage, qui concourent deux à deux au centre de leur arc respectif ; de trois traverses principales à chaque face, comme AC, BD, EF, *ac*, *bd*, *ef*, qui doivent être de la plus grande force, & pour cet effet avoir 12 ou 14 pouces de champ sur 10 de largeur ; enfin de plusieurs traverses latérales, & moindres entre les deux faces, pour les lier entre elles & en divers sens, afin de les empêcher de fléchir. On pourroit donner à cette espece de vouffoir 6 pieds de longueur ou d'intervalle entre ses deux faces AEFB, *aefb*.

On formera ensuite une travée de l'arc proposé avec ces vouffoirs de charpente, précisément comme si c'étoient des vouffoirs de pierre. Enfin, lorsqu'on les aura assemblées, on liera ensemble les différentes pieces de cette charpente suivant

A a iv

376 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

les regles de l'art , soit par des clavettes , soit par des moises , & on aura une travée du pont. On en fera plusieurs l'une à côté de l'autre , suivant la largeur qu'on voudra lui donner , & on les liera pareillement aux premières , de sorte à former un tout inébranlable. On aura , par ce moyen , un pont de bois d'une seule arche , que l'on auroit bien de la peine à élever par une autre construction.

Il nous reste à examiner si ces vouffoirs auront la force de résister à la pression qu'ils exerceront les uns sur les autres. On n'en doutera point après le calcul suivant.

On conclut des expériences de M. Muschenbroeck , (*Essais de Physique* , T. I , ch. xj.) & de la théorie de la résistance des corps , qu'une piece de bois de chêne , de 12 pouces d'équarrissage en tout sens , & de 5 pieds de longueur , peut soutenir debout jusqu'à 264 milliers sans se briser ; d'où il suit qu'une traverse comme AB ou EF , de 5 pieds de longueur & de 12 pouces sur 10 d'équarrissage , soutiendrait 220 milliers. Mais réduisons ce poids , pour plus de sûreté , à 150 milliers : ainsi , comme nous avons six traverses de cette longueur , à quelques pouces plus ou moins , dans chacun de nos vouffoirs de charpente , il s'ensuit que l'effort que peut soutenir un de ces vouffoirs , est au moins de 900 milliers. Voyons maintenant quel effort réel il a à porter.

J'ai trouvé , par le calcul que j'ai fait du poids absolu d'un pareil vouffoir , & en le supposant même renforcé outre mesure , qu'il peserait tout au plus 7 à 8 milliers , ou 7500 livres. Ainsi celui qui reposerait immédiatement sur l'une des culées , & qui serait le plus chargé , en ayant 10 à sup-

porter , ne seroit chargé que d'un poids de 75000 livres , poids néanmoins qui , à cause de la position de ce vouffoir , exerceroit une pression de 115 milliers ; nous la supposons même de 120 milliers. Ainsi l'on doit conclure de ce calcul , qu'un pareil pont auroit non-seulement la force de se soutenir , mais encore celle de porter sans aucun danger de rupture les plus lourds fardeaux : on en conclura même qu'il seroit superflu que les bois fussent d'un si fort équarrissage.

Si l'on comparoit la dépense d'un pareil pont à celle qu'entraîne la méthode ordinaire , on trouveroit peut-être aussi qu'elle est beaucoup moindre ; car un de nos vouffoirs ne contiendrait pas plus de 45 à 50 pieces de bois * ; ce qui , à raison de 600 liv. le cent , y compris les façons qui sont fort simples , ne seroit qu'une somme de 300 liv. environ , & les 22 d'une travée 6600 liv. : conséquemment , en en supposant quatre , ce seroit une somme de 26400 liv. Il y auroit , je l'avoue , ensuite bien d'autres dépenses à faire pour compléter un pareil pont ; mais il est ici moins question de la dépense , que de la possibilité de l'exécution.

L'idée d'un pareil pont m'est venue à l'occasion d'un passage dangereux dans la province de Cusco au Pérou. On y traverse un torrent qui coule entre deux rochers , éloignés d'environ 125 pieds , & a plus de 150 pieds de profondeur. Les naturels du pays y ont établi une *Taravita* ** où je faillis

* Ce qu'on appelle *piece* , en langage de charpente , est la quantité de 3 pieds cubes.

** C'est un pont indien , dont l'idée seule fait frémir. On met un homme dans un grand panier fait de lianes du

378 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

périr. Arrivé à la ville la plus voisine , je réfléchis profondément sur les moyens de faire en ce lieu un pont de bois , & je trouvai cet expédient. Je proposai mon projet au corrégidor don *Jayme Alonzo y Cuniga* , homme fort instruit , & qui , aimant les François , me reçut très-bien. Il goûta fort mon idée , & convint qu'avec mille piastras on pourroit faire dans cet endroit un pont de 12 pieds de largeur , que tout le Pérou viendrait voir par curiosité. Mais étant parti trois jours après , je ne sçais si ce projet , dont cet honnête homme étoit enchanté , a eu quelque exécution.

Il est à remarquer qu'il seroit facile d'arranger les vouffoirs d'un pareil pont , de maniere à pouvoir au besoin en extraire un pour y en substituer un autre ; ce qui fourniroit le moyen d'y faire toutes les réparations nécessaires.

PROBLÈME XIII.

Est-il possible de faire une plate-bande qui n'ait aucune poussée latérale ?

IL seroit fort avantageux de pouvoir exécuter un pareil ouvrage ; car un des obstacles qu'éprouvent

pays ; (ce sont des plantes sarmenteuses , dont les habitants de l'Amérique font presque tous leurs ouvrages de vannerie.) D'un côté du torrent à l'autre , est tendu un cable de la même matiere , sur lequel roule une poulie à laquelle le panier est attaché par une corde semblable. Quand on est embarqué dans cette machine , on vous tire d'un côté à l'autre par une corde attachée près de la poulie. Si cette corde se rompt , on reste ainsi suspendu quelques heures , jusqu'à ce qu'on y ait trouvé remede. On peut juger que la situation est fort intéressante pour ceux qui s'y trouvent.

Les architectes à employer des colonnes , vient souvent de la poussée de leurs architraves , ce qui exige que les colonnes latérales soient butées par des massifs , ou doublées : c'est l'embarras qu'on éprouve sur-tout lorsqu'on fait des porches isolés & en saillie au devant d'un édifice , comme celui de Sainte-Genevieve: les deux plates-bandes , celle de la face & celle du côté , poussent la colonne ou les colonnes d'angles de telle maniere qu'on a beaucoup de peine à les assurer ; & l'on est même obligé d'y renoncer , si l'on ne trouve pas des pierres assez grandes pour pouvoir faire des architraves d'une seule piece d'une colonne à l'autre , au moins dans les travées les plus voisines des angles.

On éviteroit ces difficultés , si l'on pouvoit faire des plates-bandes sans poussée. Or c'est ce que je ne crois point impossible ; je crois même avoir trouvé un mécanisme propre à remplir cet objet. Je le donnerai quelque jour , lorsque j'aurai pu en faire l'épreuve en petit. On me permettra de proposer en attendant le problème aux architectes mécaniciens , & je m'estimerai heureux si j'excite quelqu'un d'eux à le résoudre.

PROBLÈME XIV.

Est-ce une perfection dans l'église de Saint-Pierre de Rome , qu'en la voyant pour la première fois , on ne la juge point aussi grande qu'elle l'est réellement , & qu'elle paroît après l'avoir parcourue ?

QUOIQUE nous ayons annoncé au commencement de cette partie de notre ouvrage , que nous nous interdissions ce qui est purement ma-

380 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

tiere de goût , cependant , comme la question ci-dessus tient à des raisons physiques & métaphysiques , nous avons cru pouvoir lui donner place ici.

J'ai ouï vanter plus d'une fois , comme un effet de la perfection de l'église de Saint-Pierre de Rome, l'impression qu'elle fait au premier abord. Il n'est personne , à ce que j'ai lu & entendu dire , qui , entrant pour la première fois dans cette basilique , ne juge son étendue fort au dessous de ce que la renommée en publie. Il faut l'avoir parcourue , & en quelque sorte étudiée , pour concevoir une idée juste de sa grandeur.

Avant de hasarder notre avis , il n'est pas inutile d'examiner les causes de cette première impression. Nous pensons qu'elle a deux sources.

La première est le peu de parties principales dans lesquelles cet immense édifice est divisé ; car il n'y a que trois arcades latérales, depuis l'entrée jusqu'à la partie du milieu qui constitue le dôme. Or , quoique de diviser une grande masse en beaucoup de petites parties , ce soit d'ordinaire en diminuer l'effet , il y a cependant un milieu à tenir , & Michel-Ange nous paroît avoir resté trop en deçà.

La seconde cause de l'impression que nous analysons , est la grandeur excessive des figures & des ornements qui servent d'accessoires à ces principales parties. En effet , nous ne jugeons des grandeurs auxquelles nous ne pouvons atteindre , que par comparaison avec les objets qui leur sont voisins , & dont les dimensions nous sont familières. Mais si ces objets dont les dimensions nous sont connues , ou à peu près données par la nature , en accompagnent d'autres avec lesquels

ils aient un rapport trop approchant de l'égalité, il s'en ensuivra nécessairement que ces derniers perdront, dans l'imagination du spectateur, une partie de leur grandeur. Or tel est le cas de l'église de Saint-Pierre de Rome : les figures placées dans les niches qui décorent le nud des piliers des arcades, entre les pilastres, celles qui décorent les tympans des arcades latérales, sont à la vérité gigantesques ; mais ce sont des figures humaines ; elles sont d'ailleurs, pour la plupart, élevées très-haut : ainsi elles paroissent moindres, & sont paroître moindres les parties principales qu'elles accompagnent.

Il est des personnes à qui cette illusion paroît un chef-d'œuvre de l'art & du génie du célèbre architecte, principal auteur de ce monument : me fera-t-il permis de ne pas être de leur avis ? Car quel est l'objet qu'ont eu les auteurs de cet immense édifice, & qu'auront toujours ceux qui en élèveront qui excèdent les mesures ordinaires ? C'est sans doute d'exciter l'étonnement & l'admiration. Je suis convaincu que Michel - Ange eût été mortifié, s'il eût entendu un étranger arrivé récemment à Rome, & entrant pour la première fois dans Saint-Pierre, dire comme presque tout le monde : *Voilà une église dont on publie par-tout l'immensité : elle est grande, il est vrai ; mais elle ne l'est pas autant qu'on le dit.*

Il y auroit, ce me semble, bien plus d'artifice à construire un édifice qui, médiocrement grand, feroit tout-à-coup l'imagination par l'idée d'une étendue considérable, que d'en construire un immense qui, au premier abord, paroît médiocre. Je ne pense pas que les avis puissent être partagés sur cela. Quelle que soit donc la perfection qu'on

ne peut refuser à l'église de Saint-Pierre, en ce qui concerne l'harmonie des proportions, la belle & noble architecture, nous croyons que Michel-Ange a manqué son but quant à l'objet que nous considérons ici, & il est probable que des accessoires moins gigantesques l'en eussent rapproché. Si, par exemple, les enfants qui portent les bénitiers eussent été moins grands, si les figures qui accompagnent les archivoltes de ses arcades latérales eussent été moins énormes, ainsi que celles qui décorent les niches qui sont entre ses pilastres, la comparaison des uns avec les autres eût fait paroître les parties principales beaucoup plus grandes. On l'éprouve lorsque, retirant les yeux de dessus ces objets gigantesques, on les porte sur un homme qui est vers le milieu ou l'autre extrémité de l'église : c'est alors que, comparant sa grandeur propre avec celle des parties principales de l'édifice qui l'avoisinent, on commence à prendre une idée de son étendue, & qu'on est pénétré d'étonnement : mais cette seconde impression est l'effet d'une sorte de raisonnement ; & ce sentiment n'a plus la même énergie quand il est produit de cette manière, que lorsqu'il est l'effet d'une première vue.

Pendant que nous discutons cette matière, nous fera-t-il permis de faire ici quelques observations sur les moyens d'aggrandir, pour ainsi dire, un espace à l'imagination ? Il nous a paru que rien n'y contribue davantage que des colonnes isolées, je veux dire par-là non engagées ; car, du reste, qu'elles soient accouplées, groupées, elles produisent toujours plus ou moins cet effet, quoique sans doute il vaille mieux les employer simples. Il en résulte, à chaque position du spectateur, des

percés différents , & une variété d'aspects qui étonne l'imagination & qui la trompe.

Mais il faut , lorsqu'on emploie des colonnes , qu'elles soient grandes : autant elles sont alors majestueuses , autant sont-elles , à mon avis , mesquines lorsqu'elles sont petites , & sur-tout portées par des piédestaux. La cour du Louvre , quoique d'ailleurs très-belle , en imposeroit bien davantage , si ses colonnes , au lieu d'être guindées sur des piédestaux maigres , partoient de terre simplement élevées sur un socle , comme l'on voit celles de quelques vestibules de ce palais. On diroit , & je suis tenté de le croire , que les piédestaux ont été inventés pour faire servir des colonnes de hasard , qui n'avoient pas les dimensions requises pour l'édifice.

Si donc Michel-Ange , au lieu de former ses travées latérales d'immenses arcades supportées par des piliers décorés de pilastres , y eût employé des groupes de colonnes ; si , au lieu de ne mettre que trois travées d'arcades latérales entre l'entrée & la partie du dôme , il y en eût mis un plus grand nombre , ce que cette disposition lui eût permis ; si les figures employées au milieu de cette décoration n'eussent pas excessivement surpassé le naturel ; nous ne doutons point que , dès le premier aspect , on n'eût été frappé d'étonnement , & que la basilique n'eût paru beaucoup plus grande.

Mais il faut remarquer en même temps que , dans le siècle de Michel-Ange , on n'avoit pas sur la résistance des matériaux , & sur la physique ou la mécanique de l'architecture , les lumières qu'on a aujourd'hui. Il est probable qu'il n'eût pas osé charger des colonnes , même groupées , d'un poids aussi considérable que celui qu'il avoit à

élever au dessus de ses piliers. Mais des expériences récentes sur la force des pierres, prouvent qu'il n'est presque pas de poids qu'une colonne isolée, de six pieds de diamètre, faite de bonne pierre bien dure, bien choisie & bien appareillée, ne soit capable de supporter. Nos anciennes églises, assez mal-à-propos appelées *gothiques*, en sont la preuve; car on en voit quelques-unes dont toute la masse repose sur des piliers ayant à peine six pieds de diamètre & quelquefois moins : aussi présentent-elles en général un air d'étendue que l'architecture grecque, employée dans les mêmes lieux, ne donne point.



Fig. 2.

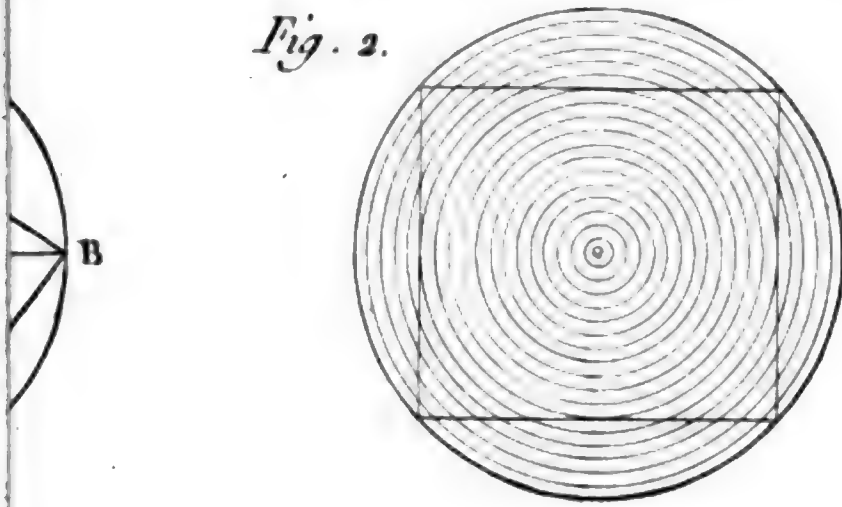


Fig. 4.

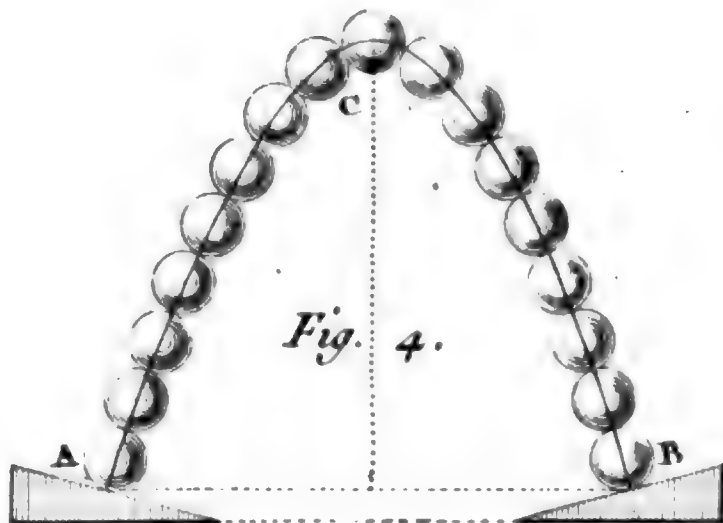
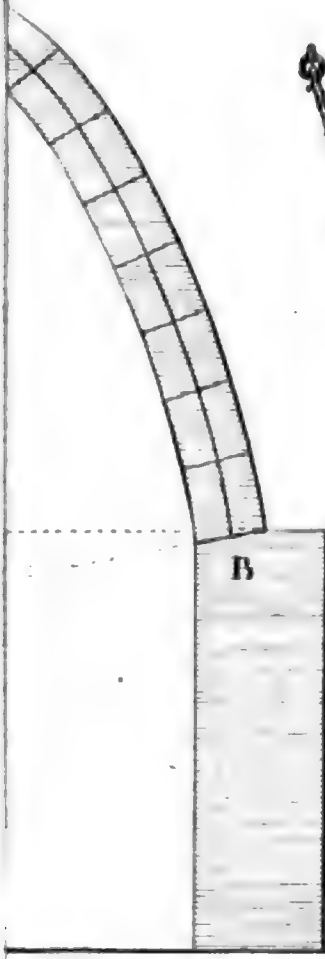
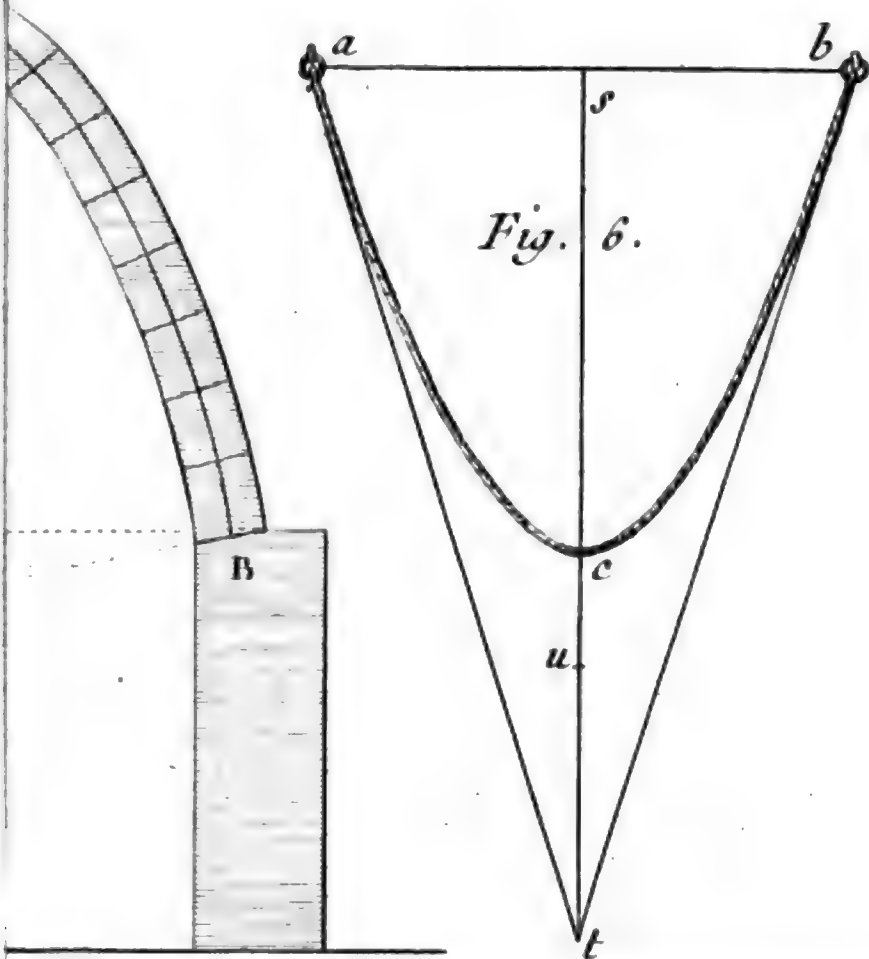


Fig. 6.



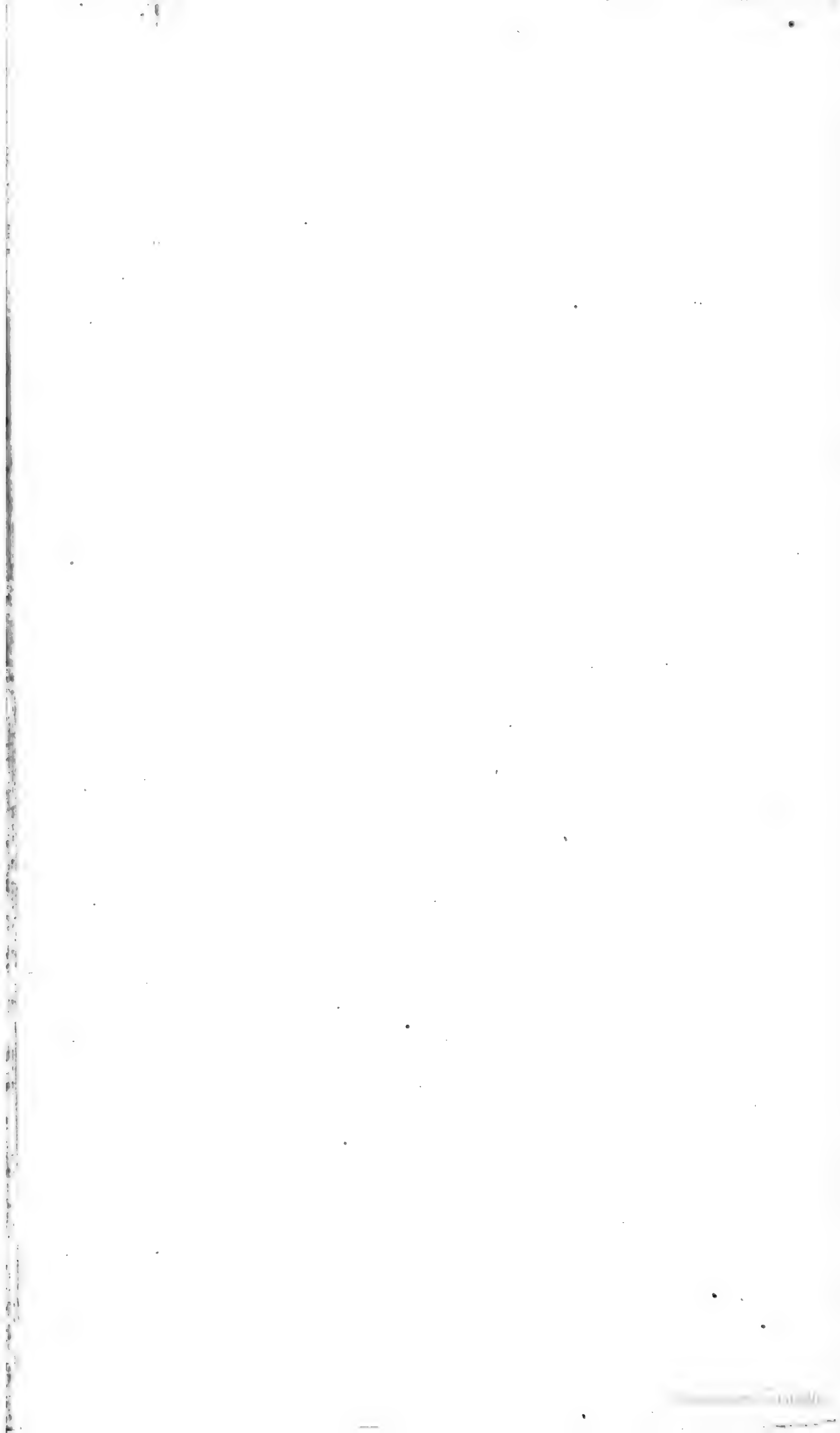
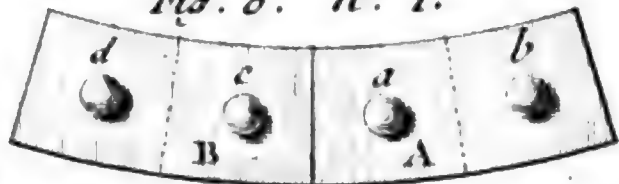


Fig. 8. n^o 1.



n^o 2.

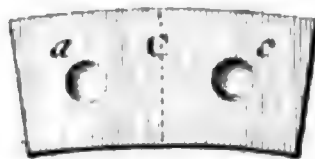


Fig. 9. n^o 2.

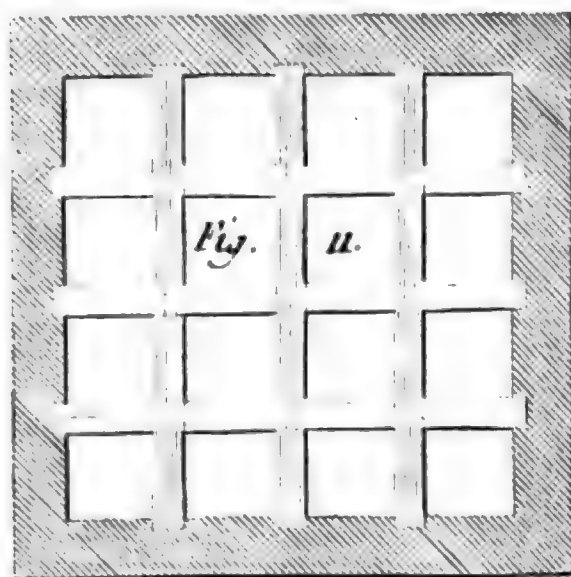
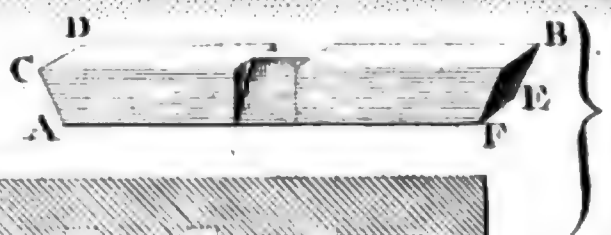
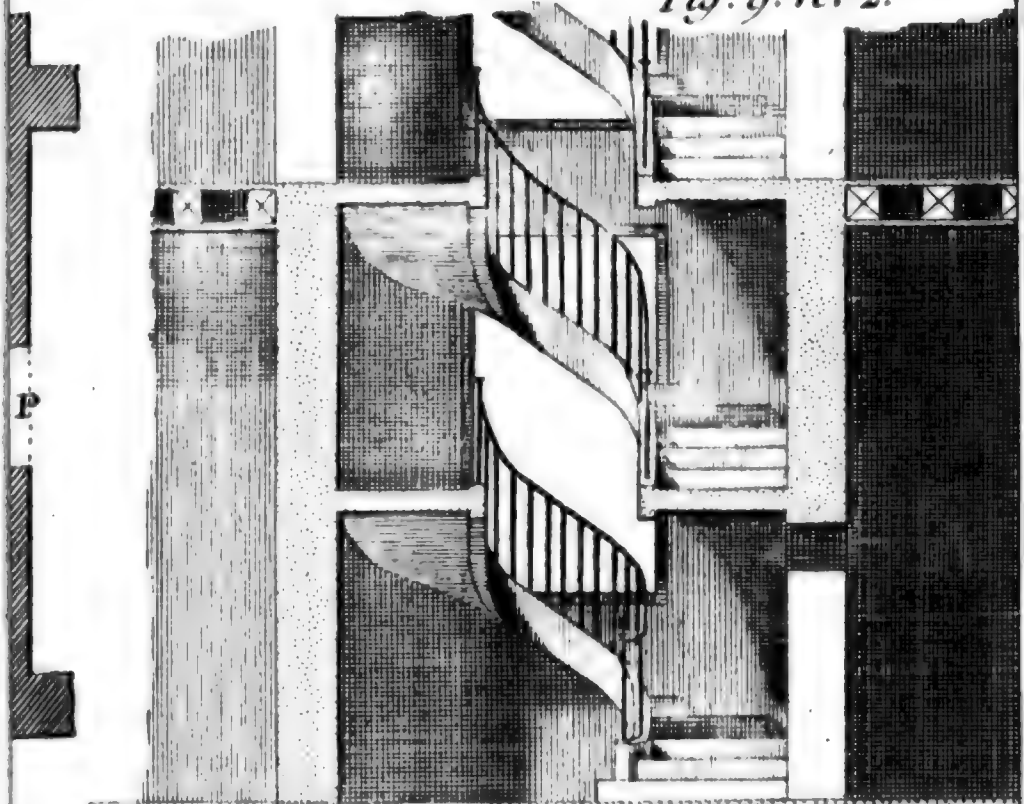


Fig. 13.

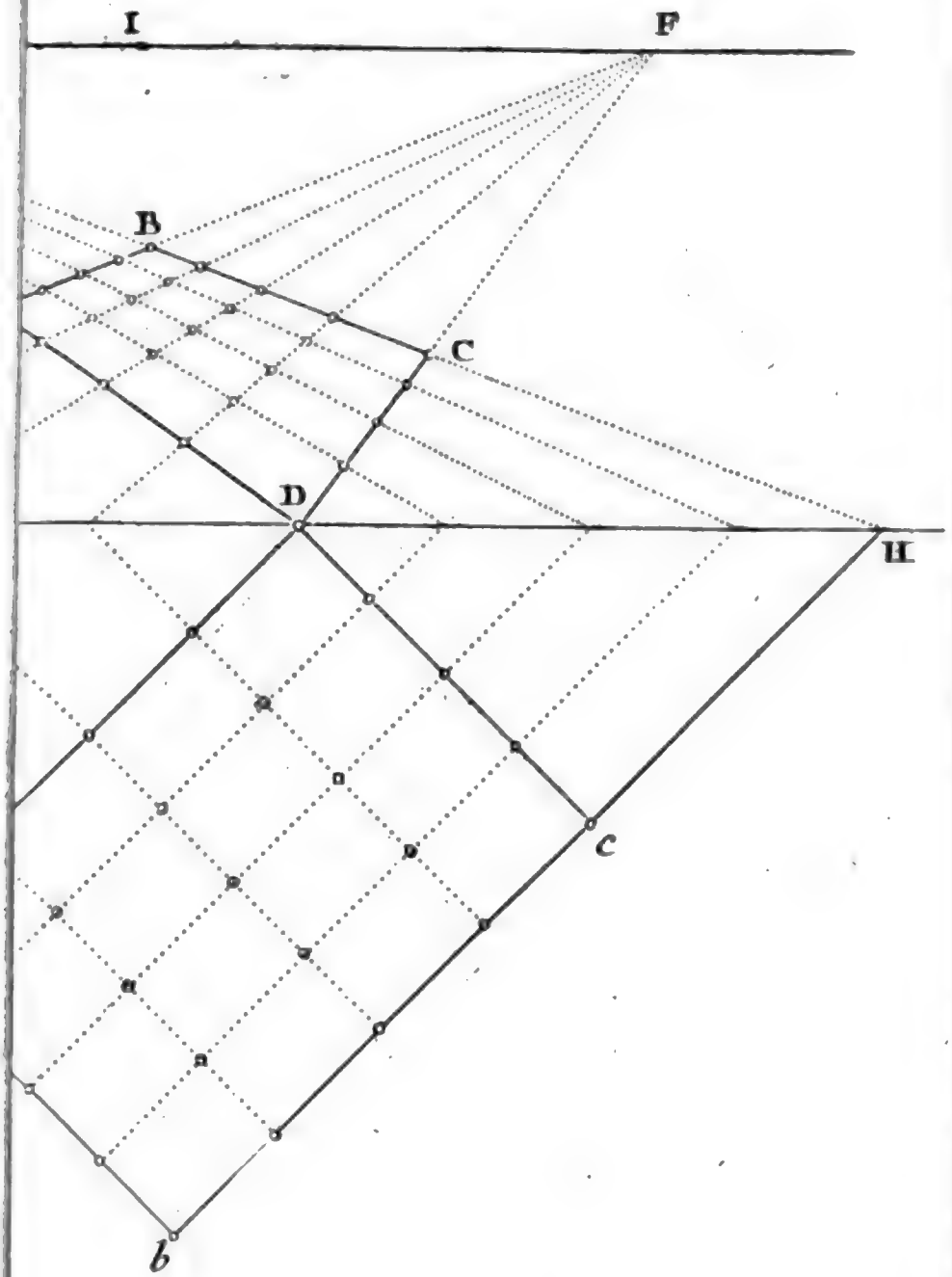


Fig. 14.

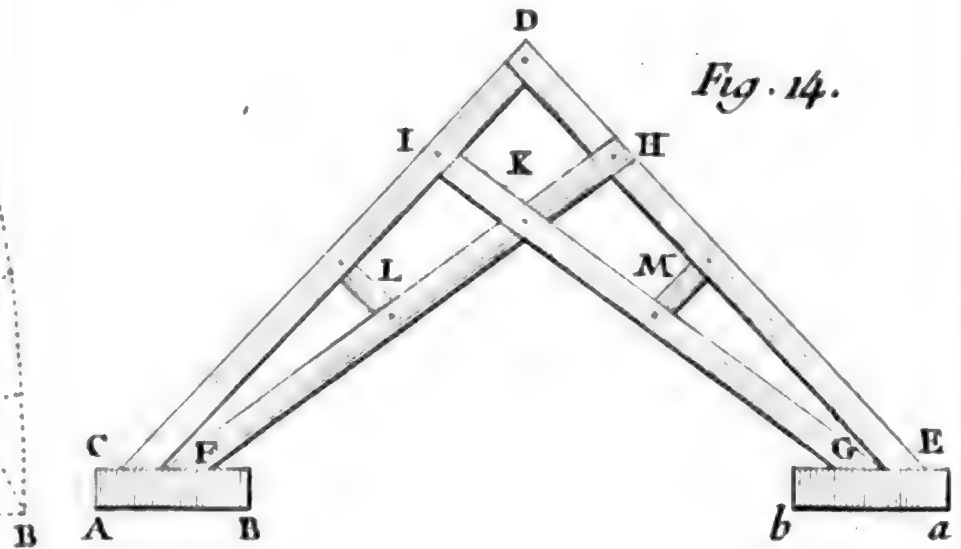


Fig. 16.

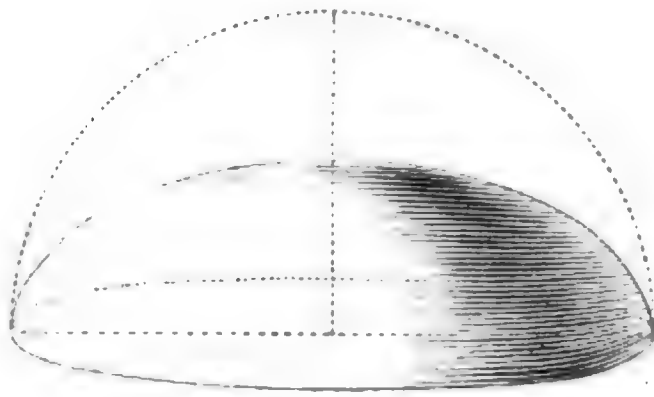


Fig. 18.

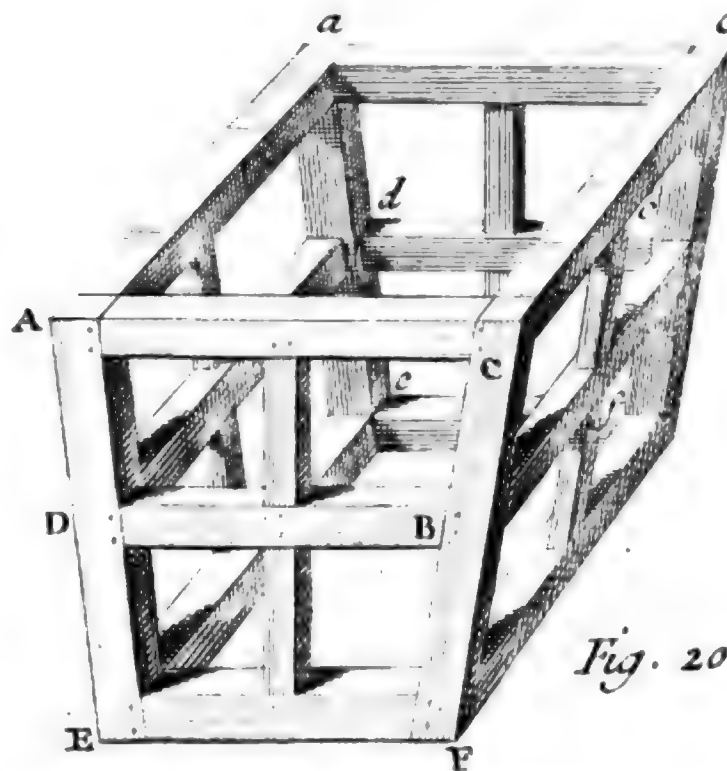
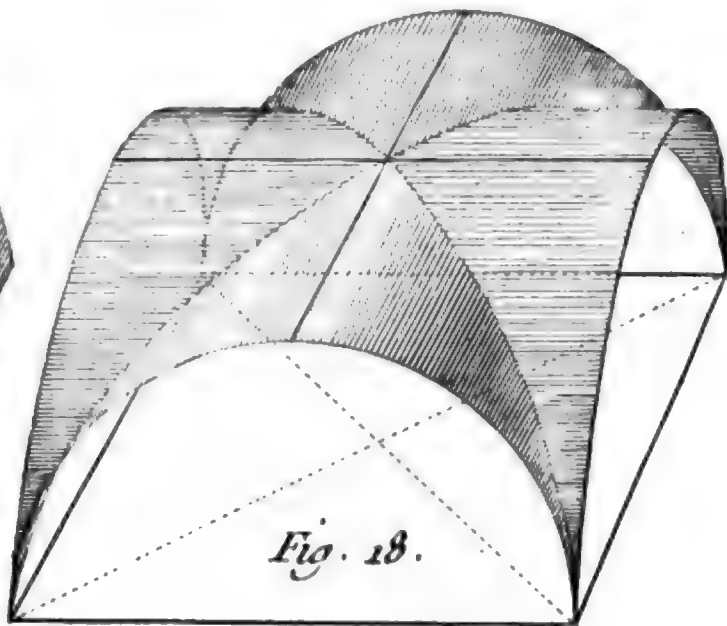
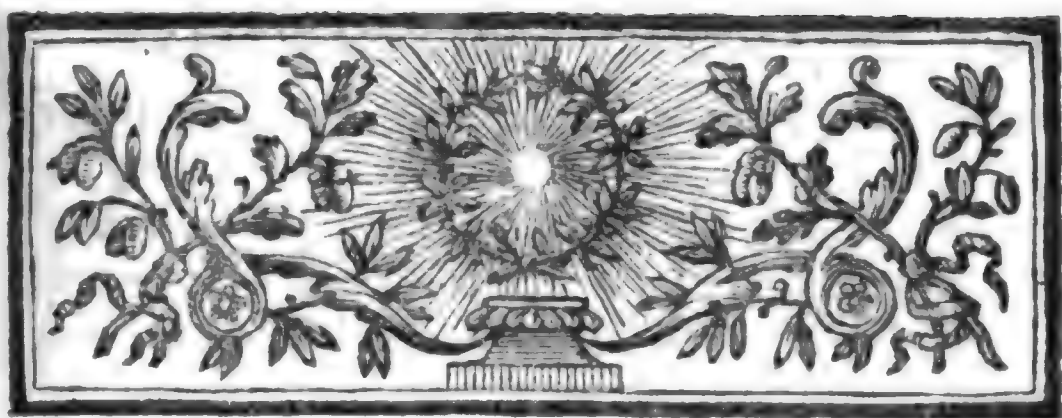


Fig. 20.



RÉCRÉATIONS
MATHÉMATIQUES
ET
PHYSIQUES.

DIXIEME PARTIE,
CONTENANT les pratiques les plus curieuses & les plus récréatives de la Pyrotechnie.

JE ne sçais d'où vient l'usage où l'on est de mettre la pyrotechnie au nombre des parties des mathématiques. Quiconque voudra y faire attention, se convaincra facilement que c'est un art qui n'est nullement mathématique, quoiqu'on y fasse usage de dimensions, de proportions, &c. Il est un grand nombre d'autres arts qui pourroient, à plus juste titre, être rangés parmi ces sciences.

Quoi qu'il en soit, comme on désapprouveroit
Tome III. B b

386 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

probablement notre silence sur cet art , qui présente une matiere considérable à l'amusement , & comme il tient du moins à la physique , nous allons en faire l'objet d'une des parties de cet ouvrage. Au reste nous n'avons nul dessein de donner un traité complet de pyrotechnie ; nous nous bornerons à ce qu'il y a de plus commun & de plus curieux : nous en écarterons aussi tout ce qui a trait à l'art funeste de détruire les hommes. Nous ne trouvons rien de récréatif dans le mouvement d'un boulet qui emporte des files de soldats , ni dans l'action d'une bombe ou d'un globe à feu qui incendie une ville. Les éditeurs précédents , & continuateurs de M. Ozanam , avoient apparemment l'esprit fort militaire , s'ils n'ont vu dans cela qu'une récréation honnête. Pour nous , qui avons puisé dans l'heureuse Pensylvanie d'autres principes , nous frémirions de nous occuper , par forme d'amusement , de pareilles atrocités.

La pyrotechnie , telle que nous l'envisageons ici , est donc l'art de manier le feu , & de former , au moyen de la poudre à canon & autres matieres inflammables , diverses compositions , agréables aux yeux par leur forme & leur éclat. Tels sont les fusées , les serpenteaux , gerbes de feu , soleils fixes ou tournants , & autres pieces d'artifice , employées dans les décorations & feux de joie.

La poudre à canon étant l'ingrédient le plus commun qu'on emploie dans la pyrotechnie , nous devons commencer par parler de sa composition.



SECTION PREMIERE.*De la Poudre à canon.*

LA poudre à canon est une composition de soufre , de salpêtre & de charbon pulvérisés : ces trois ingrédients , mêlés ensemble à des doses convenables , forment un tout dont l'inflammabilité est prodigieuse , telle enfin que le hasard seul pouvoit la faire connoître. Une étincelle suffit pour enflammer , dans un instant presque indivisible , la masse la plus considérable de cette composition. L'expansion que reçoit tout-à-coup , soit l'air logé entre les interstices de ses grains , soit l'acide nitreux , qui est un des éléments du salpêtre , produit un effort auquel rien ne peut résister , & les plus lourdes masses sont chassées avec une vitesse inconcevable. Tel est l'effet de la poudre à canon , effet que la méchanceté des hommes n'a pas tardé d'appliquer à leur destruction. Disons pourtant que cette invention , si souvent qualifiée de *diabolique* , n'est pas aussi funeste à l'humanité qu'elle le paroît du premier abord : les combats semblent être devenus moins meurtriers , depuis qu'on y en fait principalement usage ; & , comme le remarque le célèbre Maréchal de Saxe , le bruit & la fumée des armes à feu , dans une bataille , sont plus considérables que leur exécution. Exceptons-en néanmoins le canon , quand il est bien dirigé. Mais revenons à notre sujet , & donnons une idée de la fabrication de la poudre.

388 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Le soufre est , comme l'on sçait , un mixte composé de l'acide vitriolique combiné avec le phlogistique ou le feu principe. On n'entendra ceci que quand on aura lu la partie chymique de cet ouvrage.

Le salpêtre est un sel formé de la combinaison d'un acide particulier , appelé l'acide nitreux , avec l'alkali fixe végétal. La propriété de cet acide , qui sert de base à la poudre , est la celle qu'elle a de détonner aussi-tôt qu'elle est touchée par un charbon enflammé. Il faut nécessairement , pour produire cet effet , une matiere charbonneuse en feu ; car un fer rouge ne le produiroit pas ; & c'est-là la raison pour laquelle le charbon pulvérisé est un ingrédient nécessaire de la poudre.

Il est superflu de décrire le charbon ; il suffit de dire que le charbon qui a été trouvé le plus propre à la composition de la poudre , est celui du fusain ou bourdaine.

Pour faire de la poudre , prenez donc ,

100 livres de nitre bien purifié & pulvérisé ,
25 livres de soufre bien pur & en poudre ,
25 livres de charbon en poudre ;

mêlez ces trois ingrédients ensemble , & ajoutez-y une quantité d'eau suffisante pour les réduire en une pâte humide. Mettez le tout dans un mortier de bois ou de cuivre , & , avec un pilon aussi de bois ou de cuivre , (pour prévenir l'inflammation) pilez ces matieres pendant vingt-quatre heures , pour les bien mélanger , en ayant l'attention de les tenir toujours médiocrement humides. Lorsque le tout sera bien incorporé , versez cette matiere sur un tamis percé de petits trous de la grosseur

que vous voulez donner à la poudre. En l'y pressant dessus, & secouant le crible, elle passera toute en grains, qu'il faudra faire sécher au soleil ou dans une étuve sans feu. Lorsqu'elle sera sèche, on la renfermera dans des vases qui la tiennent à l'abri de l'humidité.

Tout le monde sçait que l'usage considérable qu'on fait de la poudre, a fait inventer une machine qu'on appelle *moulin à poudre*; que cette machine consiste en un arbre tournant au moyen d'une roue mue par un courant; que cet arbre est garni, dans toute sa longueur, de bras saillants qui soulèvent successivement une suite de pilons, & les laissent retomber; qu'au dessous de ces pilons sont autant de vases ou mortiers de cuivre, qui contiennent la matière à broyer & à incorporer; qu'enfin cette machine est un fort mauvais voisin: car, malgré les précautions que l'on prend, il en est peu qui ne sautent en l'air de temps à autre: c'est pourquoi il est très à propos qu'elles soient éloignées des villes.

Voilà à peu près tout ce qu'il convient de sçavoir ici sur la fabrication de la poudre. Disons quelques mots sur les causes physiques de son inflammation & de son explosion.

La poudre étant composée des ingrédients ci-dessus, lorsqu'une étincelle, excitée par le briquet ou la batterie du fusil, tombe sur ce mixte, elle met le feu à quelque parcelle de charbon. Cette parcelle enflammée fait détonner, & réduit en flamme le nitre avec lequel elle est mélangée ou contiguë, ainsi que le soufre, dont la combustibilité est reconnue. Voilà donc tout-à-coup les parcelles de charbon contiguës à la première, qui sont enflammées elles-mêmes, & qui produisent

B b iij

390 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

le même effet à l'égard de la masse environnante : ainsi la première parcelle embrasée en embrase cent contiguës , & ces cent portent l'embrasement dans dix mille , ces dix mille dans un million. On sent aisément qu'une inflammation dont la progression est aussi rapide , ne peut manquer de s'étendre , dans un temps extrêmement court , d'un bout à l'autre de la plus grande masse.

Nous remarquerons encore à l'appui de cette explication , que la poudre grainée s'enflamme beaucoup plus rapidement que celle qui ne l'est pas. Celle-ci ne fait que fuier assez lentement , pendant que l'autre prend feu presque subitement ; & parmi les poudres grainées , celle qui l'est en grains ronds , comme la poudre de Suisse , s'enflamme plus rapidement que celle qui l'est en grains irréguliers oblongs , &c. comme les poudres françoises. Cela vient de ce que la première laisse à la flamme des premiers grains enflammés , des interstices plus grands & plus libres ; ce qui fait que l'inflammation marche à proportion plus rapidement.

Quant à l'expansion de la poudre enflammée , est-ce l'air interposé entre ses grains , qui en est la cause , ou le fluide aqueux qui entre dans la composition du nitre , qui produit cette expansion ? Je doute que ce soit l'air ; son expansibilité ne me paroît pas suffire à expliquer le phénomène : mais on sçait que l'eau , réduite en vapeurs par le contact de la flamme , occupe un espace 14000 fois plus grand que son volume primitif , & que sa force est très-considérable. C'est ce qui me fait penser que c'est l'acide nitreux qui , dans l'inflammation , se réduit en vapeurs , & que telle est la cause de la violence avec laquelle agit la poudre.

REMARKES.

I. Ainsi c'est une imbécillité que de croire à ce qu'on appelle la *poudre blanche*, c'est-à-dire à une poudre qui chasse une balle sans aucun bruit ; car il ne peut y avoir de force sans expansion subite, & d'expansion subite sans choc de l'air, ce qui produit le son.

II. C'est une puérilité que d'enseigner, comme l'on fait dans les précédentes éditions de cet ouvrage, à faire de la poudre rouge, verte, bleue, &c. ; car à quoi bon cela ?

Nous allons donc passer à notre objet principal, sçavoir, la construction des pieces d'artifice les plus usitées & les plus curieuses.

SECTION II.

Construction des Cartouches de Fusées volantes.

LA fusée est un cartouche, ou canon de carton, qui, étant plein en partie de poudre à canon, de salpêtre & de charbon, s'élève de lui-même en l'air lorsqu'on y applique le feu.

Il y a trois sortes de fusées : les *petites*, dont le calibre n'excede pas une livre de balle, c'est-à-dire dont l'orifice a pour largeur le diametre d'une balle de plomb qui ne pese pas plus d'une livre ; car on mesure les calibres ou orifices des moules ou modeles des fusées, par les diametres de balles de plomb. Les *moyennes*, qui portent depuis une livre jusqu'à trois livres de balle ; & les *grandes*,

qui portent depuis trois livres jusqu'à cent livres de balle.

Pour donner à ce cartouche une même longueur & une même épaisseur, afin qu'on puisse faire autant de fusées qu'on voudra d'une même portée & d'une égale force, on le met dans un cylindre concave solide, ou piece solide concave tournée exactement au tour, qu'on appelle *modele*, *moule* & *forme*. Ce modele est quelquefois de métal; il doit être au moins de quelque bois très-dur.

Il ne faut pas confondre ce moule ou modele, avec une autre piece de bois qu'on appelle *bâton*, autour duquel on roule le carton ou gros papier qui sert à faire le cartouche. Le calibre du moule étant divisé en huit parties égales, on en donne cinq au diametre du bâton, qui est ici représenté par la lettre B, & le moule par la lettre A. Le reste de l'espace qui se trouvera entre le bâton & la surface intérieure du moule, c'est-à-dire les trois huitiemes du calibre du moule, sera rempli exactement par le cartouche.

Comme on fait des fusées de différentes grandeurs, on doit aussi avoir des moules de différentes hauteurs & grosseurs. Le calibre d'un canon n'est autre chose que le diametre de la bouche du canon; & l'on appellera ici le calibre d'un moule, le diametre de l'ouverture de ce moule.

La grosseur du moule se mesure par le calibre de ce moule. La hauteur du moule n'a pas, dans les fusées différentes, la même proportion avec son calibre, car on diminue cette hauteur à mesure que le calibre augmente. La hauteur du moule, pour les petites fusées, doit être sextuple de son calibre. Mais il suffit que la hauteur du moule,

pour les moyennes & les grandes fusées, soit quintuple ou même quadruple du calibre de leurs moules.

On donnera à la fin de cette Section deux tables, dont l'une servira à connoître les calibres des moules au dessous d'une livre de balle, & l'autre servira à connoître les mêmes calibres, depuis une livre jusqu'à cent livres de balle.

On se sert de gros papier ou de carton pour former les cartouches. On roule ce papier autour du bâton B, & on le colle avec de la colle faite Pl. 1, de fine farine détrempée dans de l'eau. Ce papier fig. 1. roulé doit avoir un huitieme & demi du calibre du moule, selon la proportion qu'on a donnée au diametre du bâton ou baguette B. Mais si on vouloit donner au diametre de ce bâton les trois quarts du calibre du moule, on donneroit à l'épaisseur du cartouche un douzieme & demi de ce calibre.

Quand le cartouche est formé, on retire en tournant la baguette B, jusqu'à ce qu'elle soit éloignée du bord du cartouche de la longueur de son diametre. On passe sur le cartouche, à l'endroit où se trouve l'extrémité du bâton, une ficelle, à laquelle on fait faire deux tours; & dans le vuide qui a été laissé au cartouche, on fait entrer une autre baguette ou bâton, de maniere qu'il reste quelque espace entre ces deux bâtons. Cette ficelle doit être arrêtée par un bout à un clou attaché à quelque chose de ferme, & avoir à l'autre bout un bâton que l'on passe entre les jambes, de sorte qu'il demeure au derriere de celui qui étrangle le cartouche. Alors on tire la ficelle en reculant, & on serre le cartouche jusqu'à ce qu'il ne demeure au dedans qu'une ouverture où l'on puisse faire entrer la broche du culot DE.

Cela étant fait , on ôte la corde qui servoit à étrangler , & à sa place on met une autre ficelle ; on la serre bien fort , en lui faisant faire plusieurs tours , & on l'arrête par des nœuds coulants , que l'on fait les uns sur les autres.

Pl. 1, Outre le bâton B , on se sert encore d'une ba-
fig. 1. guette C , qui , servant à charger le cartouche , doit être tant soit peu plus petite que le bâton B , afin qu'elle puisse entrer à l'aise dans le cartouche. Cette baguette C est percée dans sa longueur assez profondément pour recevoir la broche du culot DE , qui doit entrer dans le moule A , & se joindre exactement à sa partie inférieure. La broche , qui va en diminuant , entre dans le cartouche par l'endroit qui est étranglé : elle sert à conserver un trou au dedans de la fusée. Elle doit être haute d'un peu plus des deux tiers de la hauteur du moule , lorsqu'il n'a point son culot. Enfin , si on donne à sa base l'épaisseur du quart du calibre du moule , on donnera à sa pointe un fixieme du même calibre.

Il est clair qu'on doit avoir au moins trois baguettes , telles que C , qui soient percées à proportion de la diminution de la broche , afin que la poudre , qu'on frappe à grands coups de maillet , soit également entassée dans toute la longueur de la fusée. On voit bien aussi que ces baguettes doivent être faites d'un bois fort dur , pour pouvoir résister aux coups de maillet.

Il est plus commode de ne point se servir de broche en chargeant les fusées : lorsqu'elles sont chargées sur un culot sans broche , avec une seule baguette massive , on les perce avec une tariere vuide , & un poinçon mis au bout d'un vilbrequin. On observe cependant de faire ce trou dans la

proportion qu'on a donnée à la diminution de la broche du culot, c'est-à-dire que l'extrémité du trou qui est à l'étranglement du cartouche, doit avoir environ le quart du calibre du moule; & l'extrémité du trou qui est dans l'intérieur, environ aux deux tiers de la fusée, doit avoir le sixième du même calibre. Il faut que le trou qu'on fera, passe directement par le milieu de la fusée. Au reste l'expérience & l'industrie feront connoître ce qui sera plus commode, & comment on peut varier la manière de charger les fusées, que nous allons expliquer.

Après avoir placé le cartouche dans le moule, on y verse peu à peu la composition préparée, en observant de n'y mettre qu'une ou deux cuillerées à-la-fois, que l'on battra aussi-tôt avec la baguette C, en frappant perpendiculairement dessus avec un maillet de grosseur proportionnée, & en donnant un nombre égal de coups, par exemple 3 ou 4, à chaque fois qu'on versera de nouvelle composition.

Quand le cartouche sera rempli jusques vers la moitié de sa hauteur, on séparera avec un poinçon la moitié des doubles du carton qui reste, on les repliera sur la composition, & on les foulera avec la baguette & quelques coups de maillet, pour presser le carton replié sur la composition.

On percera ce carton replié de 3 ou 4 trous, Pl. 1, avec un poinçon, qu'on fera entrer jusqu'à la fig. 2. composition de la fusée, comme l'on voit en A. Ces trous servent à donner communication du corps de la fusée à la chasse, qui n'est autre chose que l'extrémité du cartouche qu'on a laissée vuide.

Dans les petites fusées on remplit cette chasse de poudre grainée, qui sert à la faire péter; puis

on la couvre de papier, & on l'étrangle comme on a fait à l'autre extrémité. Mais, dans les autres fusées, on y ajuste le pot, qui contient les étoiles, les serpenteaux, les fusées courantes, comme on le verra plus loin.

On peut néanmoins se contenter de faire, avec une tarière ou avec un poinçon, un seul trou, qui ne soit ni trop large ni trop étroit, comme d'un quart du diamètre de la fusée, pour donner feu à la poudre, en prenant garde que ce trou soit le plus droit qu'il sera possible, & justement au milieu de la composition.

Au reste on doit observer de faire entrer dans ces trous un peu de composition de la fusée, afin que la communication du feu à la chasse ne manque point.

Il reste à charger la fusée de sa baguette; ce qu'on fait ainsi.

La fusée étant faite comme on vient de le dire, on y lie une baguette de bois léger, comme de sapin ou d'osier, qui sera grosse & plate au bout qui joint la fusée, & qui ira en diminuant vers l'autre bout. Cette baguette ne doit être ni tortue, ni courbe, ni noueuse, mais droite autant qu'il se pourra, & dressée, s'il en est besoin, avec le rabot. Sa longueur & sa pesanteur doivent être proportionnées à la fusée, en sorte qu'elle soit six, sept ou huit fois plus longue que la fusée, & qu'elle demeure en équilibre avec elle, en la tenant suspendue sur le doigt près de la gorge à un pouce ou un pouce & demi.

Avant que d'y mettre le feu, on met la gorge en bas, & on l'appuie sur deux clous perpendiculairement à l'horizon. Pour la faire monter plus haut & plus droit, on ajoute à sa tête A un cha-

piteau pointu , fait de papier simple , comme C ; ce qui sert à faciliter le passage de la fusée à travers l'air.

Ces fusées se font ordinairement plus composées ; on y ajoute plusieurs autres choses pour les rendre plus agréables : par exemple , on ajoute à leur tête un pétard , qui est une boîte de fer blanc soudée , & pleine de poudre fine. On pose le pétard sur la composition , par le bout où il a été rempli de poudre ; & on rabat sur ce pétard le reste du papier du cartouche ou de la fusée , pour l'y tenir fermé. Le pétard fait son effet quand la fusée est en l'air , & que la composition est consumée.

On leur ajoute aussi des étoiles , de la pluie d'or , des serpenteaux , des fauciflons , & plusieurs autres choses agréables , dont nous enseignerons la composition dans la suite. Ce qui se fait en ajustant à la tête de la fusée un pot ou cartouche vuide , & beaucoup plus large que la fusée n'est grosse , afin qu'il puisse contenir les serpenteaux , les étoiles , & tout ce qu'on voudra , pour faire une belle fusée.

On peut faire des fusées qui s'élèvent en l'air sans baguettes. Pour cela il faut leur attacher quatre panaceaux disposés en croix , & semblables à ceux qu'on voit aux fleches ou dards , comme A. La longueur de ces panaceaux doit être égale aux deux tiers de la fusée ; leur largeur vers le bas , à la moitié de leur longueur ; & leur épaisseur , de celle d'un carton.

Mais cette maniere de faire monter les fusées , est beaucoup moins sûre & moins commode que celle des baguettes ; c'est pourquoi elle est très-rarement employée.

398 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Il nous faut maintenant donner la maniere de connoître les diametres ou les calibres des fusées, relativement à leurs poids ; sur quoi il faut d'abord sçavoir qu'on appelle une fusée d'une livre, celle dans laquelle entre juste une balle de plomb d'une livre ; & ainsi des autres. Voici donc deux tables pour cet effet, l'une pour les fusées dont le poids est d'une livre ou au dessous, l'autre pour celles qui excèdent une livre, depuis ce poids jusqu'à cinquante livres.

Premiere Table, du Calibre des Moules d'une livre & au dessous.

Onces.	Lignes.	Gros.	Lignes.
16	$19\frac{1}{2}$	7	$7\frac{1}{4}$
12	17	6	7
8	15	5	$6\frac{1}{3}$
7	$14\frac{3}{4}$	4	$6\frac{1}{4}$
6	$14\frac{1}{4}$	3	$5\frac{2}{3}$
5	13	2	$4\frac{1}{2}$
4	$12\frac{1}{3}$	1	$3\frac{3}{4}$
3	$11\frac{1}{2}$		
2	$9\frac{1}{6}$		
1	$6\frac{1}{2}$		

L'inspection seule de cette table suffit pour en connoître l'usage ; car on y voit qu'une fusée de 12 onces, par exemple, doit avoir 17 lignes de

diametre ; une de 8 onces , 15 lignes ; une de 5 gros ou $\frac{1}{8}$ d'once , 6 lignes un tiers ; &c.

Si au contraire on a le diametre de la fusée , il sera facile de connoître aussi-tôt quel est le poids de la balle qui convient à ce calibre. Par exemple , si ce diametre est de 13 lignes , on verra aussi-tôt , en cherchant ce nombre dans la colonne des lignes , qu'il convient à une balle de 5 onces ; &c.

Seconde Table , pour les Calibres des Moules depuis 1 liv. jusqu'à 50 liv. de balle.

No.	Cal.	No.	Cal.	No.	Cal.	No.	Cal.
1 liv.	100	14	241	27	300	40	341
2	126	15	247	28	304	41	344
3	144	16	252	29	307	42	347
4	158	17	257	30	310	43	350
5	171	18	262	31	314	44	353
6	181	19	267	32	317	45	355
7	191	20	271	33	320	46	358
8	200	21	275	34	323	47	361
9	208	22	280	35	326	48	363
10	215	23	284	36	330	49	366
11	222	24	288	37	333	50	368
12	228	25	292	38	336		
13	235	26	296	39	339		

Voici l'explication de cette seconde table.

400 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Si vous connoissez le poids de la balle , (supposons-le de 24 livres) cherchez ce nombre dans la colonne des livres ; vous trouverez à côté , dans la colonne des calibres , le nombre 288. Faites donc cette proportion , comme 100 sont à $19\frac{1}{2}$, ainsi 288 sont à un quatrieme terme : ce sera le nombre des lignes du calibre cherché ; c'est-à-dire , il suffira de multiplier le nombre trouvé (c'est ici 288) par $19\frac{1}{2}$. Du produit , qui est ici 5616 , retranchez les deux derniers chiffres ; vous aurez 56 & $\frac{16}{100}$: ainsi le calibre cherché sera 56 lignes , ou 4 pouces 8 lignes & $\frac{4}{25}$ ou $\frac{1}{6}$.

Si au contraire , connoissant le calibre en lignes , on veut trouver le poids de la balle qui convient à la fusée , cela sera également facile. Que ce calibre soit , par exemple , 28 lignes : faites , comme $19\frac{1}{2}$ sont à 28 , ainsi 100 à un quatrieme terme , qui sera $143\frac{23}{39}$, ou bien près de 144. Or , dans la table ci-dessus , on trouve dans la seconde colonne 144 , & à côté , dans la premiere , le nombre 3 ; ce qui enseigne que la fusée de 28 lignes de diametre ou de calibre , est une fusée de bien près de 3 livres de balle.

S E C T I O N I I I .

*De la Composition de la Poudre des Fusées,
& de la maniere de les charger.*

LA composition des fusées doit être différente , selon les différentes grandeurs Celle qui convient aux petites fusées seroit trop violente pour les grosses. C'est un fait à peu près convenu entre les

les artificiers. Voici donc celles que l'expérience a fait reconnoître pour les meilleures.

Pour les fusées qui peuvent contenir une ou deux onces de matiere.

Ajoutez à une livre de poudre d'arquebuse, deux onces de charbon doux : ou bien à une livre de poudre d'arquebuse, une livre de grosse poudre pour les canons : ou bien à neuf onces de poudre d'arquebuse, deux onces de charbon : ou bien encore, ajoutez à une livre de poudre, une once & demie de salpêtre & autant de charbon.

Pour les fusées de deux à trois onces.

Ajoutez à quatre onces de poudre, une once de charbon : ou bien à neuf onces de poudre, deux onces de salpêtre.

Pour une fusée de quatre onces.

Ajoutez à quatre livres de poudre, une livre de salpêtre & quatre onces de charbon, &, si vous voulez, une demi-once de soufre : ou bien à une livre & deux onces & demie de poudre, quatre onces de salpêtre & deux onces de charbon : ou bien à une livre de poudre, quatre onces de salpêtre & une once de charbon : ou bien à dix-sept onces de poudre, quatre onces de salpêtre & autant de charbon : ou bien encore, ajoutez à trois onces & demie de poudre, dix onces de salpêtre & trois onces & demie de charbon. La composition sera plus forte, si vous la faites de dix onces de poudre, de trois onces & demie de salpêtre, & de trois onces de charbon.

Pour les fusées de cinq ou six onces.

Ajoutez à deux livres & cinq onces de poudre , une demi-livre de salpêtre , deux onces de soufre , six onces de charbon , & deux onces de limaille de fer.

Pour les fusées de sept ou huit onces.

Ajoutez à dix-sept onces de poudre , quatre onces de salpêtre & trois onces de soufre.

Pour les fusées de huit à dix onces.

Ajoutez à deux livres & cinq onces de poudre , une demi-livre de salpêtre , deux onces de soufre , sept onces de charbon , & trois onces de limaille de fer.

Pour les fusées de dix à douze onces.

Ajoutez à dix-sept onces de poudre , quatre onces de salpêtre , trois onces & demie de soufre , & une once de charbon.

Pour les fusées de quatorze ou quinze onces.

Ajoutez à deux livres & quatre onces de poudre , neuf onces de salpêtre , trois onces de soufre , cinq onces de charbon , & trois onces de limaille de fer.

Pour les fusées d'une livre.

Ajoutez à une livre de poudre , une once de soufre & trois onces de charbon.

Pour une fusée de deux livres.

Ajoutez à une livre & quatre onces de poudre ,

deux onces de salpêtre , une once de soufre , trois onces de charbon , & deux onces de limaille de fer.

Pour une fusée de trois livres.

Ajoutez à trente onces de salpêtre , sept onces & demie de soufre , & onze onces de charbon.

Pour les fusées de quatre , cinq , six , ou sept livres.

Ajoutez à trente-une livres de salpêtre , quatre livres & demie de soufre , & dix livres de charbon.

Pour les fusées de huit , neuf , ou dix livres.

Ajoutez à huit livres de salpêtre , une livre & quatre onces de soufre , & deux livres & douze onces de charbon.

Ayant ainsi déterminé la proportion des diverses matieres qui entrent dans la composition des fusées qu'on a dessein de faire , avant que de les mêler ensemble , il les faut piler chacune à part , les passer par un tamis , & ensuite les peser & les mêler ensemble , pour en charger le cartouche , qu'on doit tenir tout prêt dans son moule ou modele , & qui doit être fait d'un papier fort , doublement collé avec de la colle faite avec de l'eau claire & de la fine farine , comme on l'a dit ci-dessus. On chargera enfin la fusée comme on l'a expliqué dans la section précédente.

Des Etoupilles.

Avant que d'aller plus loin , il est aussi nécessaire de donner la composition de l'étoupille , dont l'usage est continuel & nécessaire pour les

communications du feu. L'on appelle ainsi l'étoupe que l'on prépare pour les feux d'artifice , & qui sert pour amorcer toutes sortes de machines pour les feux artificiels , comme des fusées , des lances à feu , des étoiles , & autres choses semblables. On l'appelle aussi *meche pyrotechnique* , pour la distinguer de la *meche commune* , qui ne sert que pour amorcer les armes à feu ; d'où vient qu'au lieu de dire amorcer , on dit , en termes de pyrotechnie , *étouper* , quand on se sert de l'étoupille , dont la construction est telle.

Prenez du fil de lin , de chanvre ou de coton ; doublez-le huit ou dix fois , si vous en voulez faire une amorce pour les grosses fusées & les lances à feu ; ou seulement quatre ou cinq fois , si c'est pour passer au travers des étoiles. Ayant fait une meche d'autant de cordons qu'elle soit assez grosse pour votre usage , sans qu'ils soient trop tors , trempez-la dans de l'eau pure , & la pressez entre les mains , pour en faire sortir l'eau. Trempez aussi de la poudre à canon dans un peu d'eau , pour la réduire en boue , dans laquelle vous trempez votre meche , en la tournant & la maniant jusqu'à ce qu'elle soit bien imbibée de cette poudre : après cela retirez votre meche , & mettez par-dessus un peu de poudre sèche pulvérisée ; ou bien , ce qui est la même chose , semez sur quelque grande planche bien polie , de la poussière de bonne poudre , & roulez votre meche par dessus. De cette manière vous aurez une meche excellente , qui , étant séchée au soleil , ou à l'ombre sur des cordes , pourra servir très - utilement en toutes sortes d'occasions.



SECTION IV.

Quelle est la cause de l'ascension des Fusées en l'air.

CETTE cause étant à peu de chose près la même que celle du recul des armes à feu, il est à propos de commencer par expliquer celle-ci.

Lorsque la poudre s'enflamme en un instant presque indivisible, dans la chambre ou au fond d'un canon, elle agit à-la-fois & nécessairement de deux côtés, sçavoir, contre la culasse du canon, & contre le boulet ou le tampon qui est sur la poudre. Elle agit aussi contre les parois de la chambre qu'elle occupe; &, comme ils opposent une résistance presque insurmontable, tout l'effort du fluide élastique, produit par l'inflammation, se porte des deux côtés ci-dessus: mais la résistance opposée par le boulet étant beaucoup moindre que celle de la masse du canon, ce boulet part avec une grande rapidité. Cependant il est impossible que le corps même du canon n'éprouve pas lui-même un mouvement en arrière; car si un ressort se débände tout-à-coup entre deux obstacles mobiles, il les chassera l'un & l'autre, en leur imprimant des vitesses en raison inverse de celle de leurs masses: ainsi le canon doit recevoir une vitesse en arrière, en raison à peu près inverse de sa masse à celle du boulet. Je dis en raison à peu près inverse, car il y a des circonstances nombreuses qui apportent des modifications à ce rapport; mais il est toujours vrai que le corps du ca-

non est repoussé en arriere, & que, si avec son affut il pese mille fois plus que le boulet, il reçoit une vitesse qui est à peu près mille fois moindre, & qui est bientôt anéantie par le frottement des roues contre le terrain, &c.

Telle est aussi à peu près la cause de l'ascension de la fusée. Au moment où la poudre commence à s'enflammer, sa dilatation produit, par l'ouverture de sa gorge, un torrent de fluide élastique : ce fluide agit en tout sens, sçavoir, contre l'air qui s'oppose à sa sortie, & contre la partie supérieure de la fusée ; mais la résistance de l'air est plus considérable que le poids de la fusée, à cause de la rapidité extrême avec laquelle le fluide élastique se porte par l'ouverture de la gorge à se précipiter dehors : ainsi la fusée monte avec l'excès de l'une des forces sur l'autre.

Cela n'arriveroit cependant pas, si la fusée n'étoit pas percée jusqu'à une certaine profondeur. Il ne se formeroit pas assez de fluide élastique, car la composition ne s'enflammeroit que par couches circulaires d'un diametre égal à celui de la fusée ; ce que l'expérience a fait voir ne pas suffire. On a donc eu l'idée, & c'est une idée fort heureuse, de percer la fusée d'un trou conique qui en fait brûler la composition par des couches coniques qui ont beaucoup plus de surface, & qui produisent par cette raison une plus grande quantité de matiere enflammée & de fluide. Ce n'a sûrement pas été l'ouvrage d'un jour que de trouver cet expédient.



SECTION V.

Du Feu brillant & du Feu chinois.

LA propriété que le hasard sans doute a fait reconnoître dans la limaille de fer , sçavoir, de s'embraser dans le feu en jetant une forte lumière , a fait imaginer le moyen de rendre le feu des fusées beaucoup plus brillant que par l'emploi seul de la poudre ou des matieres qui la composent. Il n'est question que de prendre de la limaille de fer bien nette & non rouillée , & de la mêler avec la composition de la fusée. Il faut , au reste , observer que ces fusées ne peuvent pas se conserver plus d'une semaine , parceque l'humidité que contracte le salpêtre rouille cette limaille , & la rend inutile pour l'effet qu'on en attend.

Mais les Chinois sont en possession depuis longtemps , d'un moyen de rendre ce feu beaucoup plus brillant , & varié en couleurs. Nous avons au P. d'Incarville , Jésuite , l'obligation de nous l'avoir fait connoître. Il consiste dans l'emploi d'un ingrédient fort simple , sçavoir, du fer de fonte , réduit en une poussiere plus ou moins grosse. Les Chinois lui donnent un nom qui revient à celui de sable de fer.

Prenez , pour cet effet , une vieille marmite ; brisez-la en morceaux sur une enclume , & pulvérisez enfin ces morceaux autant qu'il vous sera possible , & en sorte que les grains qui en résulteront n'excedent guere la grosseur d'un grain de rave ; vous les passerez ensuite , pour les séparer selon leurs différentes grosseurs , par six tamis

408 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

gradués, & vous conserverez ces six différentes especes à part & dans un lieu bien sec, pour éviter la rouille, car elle rend ce sable absolument inutile à l'objet proposé. Ce qu'on entend par le sable du premier ordre, est celui qui passe par le tamis le plus ferré; celui du second ordre, est celui qui passe par le tamis suivant; &c.

Ce sable, en s'enflammant, rend une lumiere extraordinairement éclatante. Il est très-surprenant de voir des parcelles de cette matiere, grosses comme un grain de pavot, former tout-à-coup des fleurs ou étoiles lumineuses de 12 & 15 lignes de diametre. Ces fleurs sont aussi de différentes formes, suivant celle du grain enflammé, & même de différentes couleurs, suivant les matieres auxquelles elles sont mélangées. Mais les fusées dans lesquelles entre cette composition, ne peuvent, comme les précédentes, se garder que peu de temps, sçavoir, une huitaine de jours pour le sable le plus fin, & une quinzaine au plus pour le plus gros. Voici maintenant quelques compositions de feu chinois pour les fusées.

Feu chinois rouge.

Calibres.	Salpêtre.	Soufre.	Charbon.	Sable du 3 ^e ordre.
<i>Livres.</i>	<i>Livres.</i>	<i>Onces.</i>	<i>Onces.</i>	<i>Onc. Gr.</i>
12 à 15	1	3	4	7
18 à 21	1	3	5	7 4
24 à 36	1	4	6	8

Feu chinois blanc.

Calibres.	Salpêtre.	Pouffier.	Charbon.	Sable du 3 ^e ordre.
<i>Livres.</i>	<i>Livres.</i>	<i>Onces.</i>	<i>Onc. Gr.</i>	<i>Onc. Gr.</i>
12 à 15	1	12	7 4	11
18 à 21	1	11	8	11 4
24 à 36	1	11	8 4	12

Après avoir pesé les matieres de ces compositions, on passe trois fois au tamis de crin le mélange de salpêtre & de charbon ; cela est essentiel pour les bien mêler ; on humecte ensuite le sable de fer avec de bonne eau-de-vie , afin que le soufre s'y attache , & on les mêle bien ensemble ; enfin il faut répandre ce sable ainsi soufré sur le mélange de salpêtre & de charbon , & on mêle le tout , en le répandant sur une table avec l'écremoire. Cet instrument n'est autre chose qu'une plaque de laiton fort mince , de 5 à 6 pouces de longueur sur 3 pouces de largeur. Si l'on faisoit repasser par le tamis cette composition , dans la vue de la mieux mélanger , le sable de fer , étant le plus pesant , se ramasseroit tout dans un même monceau.



SECTION VI.

Des Garnitures des Fusées.

ON garnit ordinairement la partie supérieure des fusées de quelque composition, qui, prenant feu lorsqu'elle est arrivée à sa plus grande hauteur, donne un éclat considérable, ou produit un bruit éclatant, & même le plus souvent produit l'un & l'autre à-la-fois. Tels sont les saucissons, les marrons, les étoiles, la pluie de feu, &c.

Pl. 1, Pour donner place à cet artifice, on coupe aujourd'hui la fusée d'une partie d'un diamètre plus grand, qu'on appelle le *pot*, ainsi qu'on le voit dans la *fig. 5, pl. 1*. Ce pot se fait & se lie ainsi au corps de la fusée.

Le moule à former le pot, quoique d'une même pièce, doit avoir deux parties cylindriques de différents diamètres. Celle sur laquelle on roule le pot, doit avoir trois diamètres de la fusée en longueur, & un diamètre de trois quarts de la fusée prise en dehors; l'autre doit avoir de longueur deux de ces mêmes diamètres, & $\frac{7}{8}$ de diamètre.

Ayant donc roulé sur le cylindre le carton à faire le pot, qui sera le même que celui de la fusée, & qui doit faire au moins deux tours, on en étrangle une partie sur le moule de moindre diamètre; on rogne cette partie de manière à n'en laisser que ce qu'il faut pour lier le pot fortement sur la tête de la fusée, & l'on recouvre la ligature avec du papier.

Pour charger ensuite une pareille fusée de sa garniture, on commence par percer avec un poin-

on trois ou quatre trous dans le carton redoublé Pl. 1 ; qui couvre la chasse ; puis on verse une cornée * fig. 6, de la composition dont on a rempli la fusée , & en la secouant on en fait entrer une partie dans ces trous ; on range ensuite dans le pot l'artifice dont on veut le charger , en observant de n'en pas mettre une quantité plus pesante que le corps de la fusée ; on assure le tout par quelques petits tampons de papier pour que rien ne balotte , & l'on couvre le pot avec du papier collé au bord du pot : on lui ajoute enfin son chapiteau pointu , & la fusée est préparée.

Parcourons maintenant les différents artifices dont on charge une pareille fusée.

§. I. *Des Serpenteaux.*

Les serpenteaux sont de petites fusées volantes , sans baguettes , qui , au lieu d'aller droit en haut , montent obliquement , & descendent en tournoyant çà & là & comme en serpentant , sans s'élever bien haut. Leur composition est à peu près semblable à celle des fusées volantes : ainsi il n'y a plus qu'à déterminer la proportion & la construction de leur cartouche , qui est telle.

La longueur AC du cartouche peut être d'environ quatre pouces ; il doit être roulé sur un bâton un peu plus gros qu'un tuyau de plume d'oie ; en suite , l'ayant étranglé à l'un de ses bouts A , on le remplira de composition un peu au-delà de son milieu , comme en B , où on l'étranglera , en laissant un peu de jour. On remplira le reste BC de

* La cornée est une espece de petite cuillere , faite en forme de houlette arrondie , dont les artificiers se servent pour entonner la composition dans les fusées.

412 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

poudre grainée , qui servira à faire péter la fusée en crevant.

Enfin on étranglera entièrement le cartouche vers son extrémité C. On mettra à l'autre extrémité A une amorce de poudre mouillée , où le feu étant mis , il se communiquera à la composition qui est dans la partie AB , & l'élèvera en l'air ; ensuite le serpenteau en tombant fera plusieurs petits tours & détours , & serpentera jusqu'à ce que le feu se communiquant dans la poudre grainée qui est dans la partie BC , la fusée crévera en faisant un bruit en l'air avant que de tomber.

Si on n'étrangle point la fusée vers son milieu , au lieu d'aller en serpentant , elle montera & descendra par un mouvement ondoyant , puis elle pétera comme auparavant.

On fait ordinairement les cartouches des serpenteaux avec des cartes à jouer. On roule ces cartes sur une baguette de fer ou de bois dur , un peu plus grosse , comme on l'a déjà dit , qu'une plume d'oie. Pour assujettir la carte dont on fait le cartouche , on a soin de la renforcer avec du papier que l'on colle par dessus.

Le moule aura environ quatre lignes de calibre , & sa longueur sera proportionnée aux cartes à jouer dont on se servira. La broche du culot ne sera longue que de trois ou quatre lignes. On chargera ces serpenteaux de poudre battue , & mêlée seulement avec très-peu de charbon. On se servira d'un tuyau de plume , coupé en forme de cuillère , pour faire entrer cette composition dans le cartouche ; on la foulera avec la baguette , & on frappera quelques coups sur cette baguette avec un petit maillet.

Ce serpenteau étant chargé jusqu'à la moitié ,

On peut, au lieu de l'étrangler en cet endroit, y faire entrer un grain de vesse, sur lequel on mettra de la poudre grainée, pour achever de remplir le cartouche. Par dessus cette poudre on mettra un petit tampon de papier mâché. Enfin on étranglera cet autre bout du cartouche. Lorsqu'on veut faire des serpenteaux plus gros, on colle deux cartes à jouer l'une sur l'autre, & pour les mieux manier on les mouille quelque peu. L'amorce se fait avec du feu grugé, c'est-à-dire avec de la pâte faite de poudre écrasée, détrempée dans de l'eau.

§. II. *Les Marrons.*

Les marrons sont de petites boîtes cubiques, remplies d'une composition propre à les faire éclater. Rien de plus facile que de les construire.

On coupe du carton comme nous l'avons enseigné dans la géométrie pour former le cube, & comme on le voit dans la *fig. 8*; on joint ces PL I,
fig. 8. quarrés par les bords, en n'en laissant d'abord qu'un à coller, & on remplit la cavité du cube de poudre grainée; on colle ensuite en plusieurs sens du fort papier sur ce corps, qu'on finit par recouvrir d'un ou deux rangs de ficelle trempée dans de la colle forte; on perce un trou dans un des angles, & l'on y place une étoupille avec de l'amorce.

Si l'on veut des marrons luisants, c'est-à-dire qui, avant d'éclater en l'air, présentent une lumière brillante, on les recouvre de la pâte dont nous donnerons plus loin la composition pour les étoiles, & on les roule dans du poussier pour leur servir d'amorce.

414 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

On fait aussi usage des marrons au lieu de boîtes, pour servir de prélude à un feu d'artifice.

§. III. *Les Saucissons.*

Il n'y a, entre les marrons & les saucissons, de différence que dans la forme. Les cartouches de ceux-ci sont ronds, & doivent avoir seulement quatre de leurs diamètres extérieurs : on les étrangle par un bout comme une fusée, après quoi l'on y frappe, pour boucher le trou qui reste, un tampon de papier ; on les charge ensuite de poudre grainée, sur laquelle on se contente de mettre un tampon un peu foulé, pour ne point écraser la poudre ; après quoi l'on étrangle le second bout du saucisson, & l'on rogne d'un côté & de l'autre le bord des étranglements ; on recouvre le tout de plusieurs tours de ficelle trempée dans de la colle-forte, & on laisse sécher.

Lorsqu'on veut charger, on les perce par un bout, & on les amorce comme les marrons.

Ils servent aussi à terminer avec éclat certains artifices qui, par le peu de force de leur cartouche, ne peuvent produire cet effet.

§. IV. *Les Etoiles.*

Les étoiles sont de petits globes d'une composition qui donne une lumière si brillante, qu'elle peut être comparée à celle des étoiles du firmament. Ces petits globes ne sont pas plus gros qu'une balle de mousquet ou une noisette. On les enveloppe de tous côtés d'étoupes préparées, quand on veut les mettre dans les fusées. Nous avons enseigné plus haut la manière de préparer

ces étoupes, après avoir enseigné la composition des étoiles, qui est telle.

Ajoutez à une livre de poudre fine, subtilement pulvérisée, quatre livres de salpêtre & deux livres de soufre. Toutes ces poudres étant bien mêlées ensemble, enveloppez-en la grosseur d'une muscade dans de vieux linge ou dans du papier : ayant bien lié cette petite balle avec une ficelle, percez-la par le milieu avec un poinçon assez gros pour y passer de l'étoupe préparée, qui servira d'amorce ; & vous aurez une étoile qui, étant allumée, paroîtra belle, parceque le feu, en sortant par les deux trous qui ont été faits au milieu, s'étendra en long, & la fera paroître grande.

Si, au lieu d'une composition sèche, vous voulez vous servir d'une composition humide en forme de pâte, il ne sera pas nécessaire d'envelopper l'étoile de quoi que ce soit, à moins que ce ne soit d'étoupe préparée, parcequ'elle se peut maintenir dans la figure sphérique, étant faite de cette pâte. Il ne sera pas besoin non plus de la percer pour lui donner son amorce, parceque, quand elle est fraîchement faite, & par conséquent humide, on la peut rouler dans de la poudre à canon pulvérisée, qui s'y arrêtera : cette poudre lui servira d'amorce, laquelle étant allumée, fera brûler la composition de l'étoile, qui en tombant se formera en larmes.

Autre maniere de faire des Fusées à étoiles.

Prenez trois onces de salpêtre, une once de soufre, & un gros de poussier ou poudre battue ; ou bien, quatre onces de soufre, autant de salpêtre & huit onces de poussier. Après avoir bien

416 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

tamisé toutes ces matieres , arrosez-les d'un peu d'eau-de-vie , dans laquelle vous aurez fait dissoudre un peu de gomme , puis vous en ferez des étoiles de cette maniere.

Servez-vous d'un moule de fusée , qui ait de calibre ou de diametre huit ou neuf lignes. Faites-y entrer un culot dont la broche soit d'égale grosseur dans toute son étendue , & aussi longue que l'intérieur du moule est haut ; mettez dans ce moule un cartouche , que vous chargerez d'une des compositions précédentes avec une baguette percée. Quand le cartouche sera chargé , faites-le sortir du moule sans en ôter le culot , dont la broche passe au travers de la composition ; alors coupez le cartouche tout à l'entour , par pieces de l'épaisseur de trois ou quatre lignes. Ce cartouche étant ainsi découpé , vous en retirerez doucement la broche ; & , les pieces qui ressemblent à des dames à jouer percées par le milieu , seront des étoiles , que vous enfilerez avec de l'étoupille , & que vous pourrez encore couvrir d'étoupes , si vous le jugez à propos.

Pour donner plus de brillant à ces sortes d'étoiles , on peut se servir d'un cartouche plus gros que celui dont on vient de parler , & moins épais que celui d'une fusée volante de la même grosseur : mais avant que de le découper , il faut percer chaque piece qu'on destine à être découpée , de cinq ou six trous dans sa circonférence. Quand le cartouche est découpé , & que les pieces sont défilées , on colle sur la composition de petites plaques de cartes percées dans leur milieu , de sorte que ces trous répondent à l'endroit où la composition est aussi percée.

REMARQUES.

REMARQUES.

I. Il y a plusieurs autres manieres de faire des étoiles , qu'il seroit trop long de rapporter ici ; j'enseignerai seulement le moyen de faire des *étoiles à pet* , c'est-à-dire des étoiles qui donnent des coups comme un pistolet ou un mousquet , ce qui se peut faire en cette sorte.

Faites de petits saucissons comme il a été enseigné au §. III. Il n'est pas besoin de les couvrir de corde ; il suffit qu'ils soient percés par un bout , pour y lier une étoile construite selon la premiere méthode , dont la composition est seche ; car si la composition est de pâte , il ne sera pas besoin de la lier : il faudra seulement laisser le papier creux un peu plus long au bout du saucisson qui sera percé , pour y mettre la composition ; & l'on mettra entre deux , vers la gorge du saucisson , de la poudre grainée , qui portera le feu dans le saucisson lorsque la composition sera consumée.

II. Comme l'on fait des étoiles qui à la fin deviennent des pétards , on peut de la même façon faire des étoiles qui , en finissant , deviendront des serpenteaux ; ce qui est si facile à concevoir & à exécuter , que ce seroit perdre le temps que d'en parler davantage. Je dirai seulement que ces sortes d'étoiles ne sont guere en usage , parcequ'il est difficile qu'une fusée les puisse porter bien haut en l'air : elles diminuent l'effet de la fusée ou du saucisson , & il faut employer beaucoup de temps pour les faire.

§. V. *La Pluie de feu.*

Pour former une pluie de feu , moulez de petits

418 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

cartouches de papier sur une baguette de fer de deux lignes & demie de diametre , & donnez-leur deux pouces & demi de longueur. Il ne faut point les étrangler , il suffit de tortiller le bout du cartouche , & ayant mis la baguette dedans , de frapper dessus pour lui faire prendre son pli. Après avoir rempli ces cartouches , ce qui se fait en les plongeant dans la composition , vous vous contenterez de plier l'autre bout , & de les amorcer. Cette garniture remplira l'air de feu ondoyant.

Voici quelques compositions qui leur conviennent.

En feu chinois. Poussier une livre , soufre deux onces , charbon deux onces , sable de fer du premier ordre cinq onces.

Feu ancien. Poussier une livre , charbon deux onces.

Feu brillant. Poussier une livre , limaille quatre onces.

Le feu chinois est sans contredit le plus beau.

§. VI. *Les Étincelles.*

Les étincelles ne different des étoiles qu'en leur grandeur & en durée ; car on fait les étincelles plus petites que les étoiles ; ces dernières ne sont pas sitôt consumées que les étincelles , que l'on pourra construire en cette sorte.

Ayant mis dans un vase d'argile une once de poudre battue , deux onces de salpêtre pulvérisé , une once de salpêtre liquide , & quatre onces de camphre réduit en farine , jetez par dessus de l'eau gommée , ou de l'eau-de-vie dans laquelle vous aurez fait dissoudre de la gomme adragant ou de

la gomme arabique , enforte que la composition devienne en bouillie un peu liquide. Vous prendrez de la charpie qui aura été bouillie dans de l'eau-de-vie , ou dans du vinaigre , ou bien dans du salpêtre , & ensuite séchée & effilée ; vous en jetterez dans cette bouillie autant qu'il en faudra pour l'absorber toute entière , en la brouillant.

Cette matiere préparée servira à faire de petites boules ou globes de la forme & de la grosseur d'un pois , que vous ferez sécher au soleil ou à l'ombre , après les avoir saupoudrées de farine de poudre à canon , afin qu'elles puissent prendre feu avec facilité. Ce seront vos étincelles.

Autre maniere de faire des Etincelles.

Prenez de la sciure de bois qui brûle fort facilement , comme de pin , de sureau , de peuplier , de laurier , &c ; faites bouillir ces sciures dans de l'eau où vous aurez fait fondre du salpêtre. Quand cette eau aura bouilli quelque temps , vous la retirerez de dessus le feu , & la vuideriez de maniere que les sciures demeurent dans le vaisseau ; ensuite vous les mettrez sur une table , & tandis qu'elles seront mouillées , vous les poudrez avec du soufre passé par un tamis très-fin. Vous pourrez y ajouter un peu de poussier. Enfin , ayant bien mêlé ces sciures , vous les laisserez sécher pour en faire des étincelles , comme on vient de l'enseigner.

§. VII. *De la Pluie d'or.*

On fait des fusées volantes qui , en tombant , font de petites ondes en l'air , comme des cheveux à demi frisés. On les appelle *fusées chevelues* ; elles

finissent par une espece de pluie de feu , qu'on a appelée *pluie d'or*, qui se fait en cette sorte.

Remplissez des canons de plumes d'oie de la composition des fusées volantes , & mettez sur l'embouchure de chacun un peu de poudre mouillée , tant pour arrêter la composition qui est au dedans , que pour servir d'amorce. Si l'on emplit une fusée volante de semblables canons , elle finira par une pluie de feu très-agréable , qui , à cause de sa beauté , a été appelée *pluie d'or*.

S E C T I O N V I I.

De quelques Fusées différentes pour l'effet des Fusées ordinaires.

ON fait , par le moyen des simples fusées , plusieurs morceaux d'artifice assez ingénieux & amusants. Nous ne pouvons nous dispenser d'en donner ici une idée.

§ I. *Des Fusées volantes sur des cordes, ou Courantins.*

On peut faire qu'une fusée ordinaire , qui ne doit pas être bien grosse , coure le long d'une corde tendue. Il faut , pour cela , attacher la fusée à un cartouche vuide , dans lequel on passera la corde qui doit la porter , en mettant la tête de la fusée du côté où l'on veut la diriger : si on met le feu à une fusée ainsi ajustée , elle courra le long de la corde sans s'arrêter , jusqu'à ce que sa matiere soit consumée.

Si l'on veut que la fusée rétrograde , on en remplira d'abord la moitié , de composition ; on la couvrira d'une petite rotule de bois , pour servir de séparation à celle dont on remplira l'autre moitié ; ensuite on fera au dessous de cette séparation un trou qui répondra à un petit canal plein de poudre battue , qui se terminera à l'autre bout de la fusée : alors le feu , en finissant dans la première moitié de la fusée , se communiquera par le trou dans le petit canal , qui le portera à l'autre bout , lequel étant ainsi allumé , la fusée rétrogradera , & reviendra au lieu d'où elle étoit partie.

On peut encore ajuster à la corde , par le moyen d'un canal de roseau , deux fusées égales , qui soient liées ensemble avec une bonne ficelle , & tellement disposées , que la tête de l'une soit contre le col ou la gorge de l'autre , afin que le feu ayant consumé la composition de la première jusqu'au bout , il se communique à la composition de l'autre , & les oblige toutes deux à rétrograder. Mais , pour empêcher que le feu de la première ne se communique trop tôt à la seconde , on les doit couvrir d'une chape de toile cirée , ou bien d'une enveloppe de papier.

REMARQUE.

ON se sert ordinairement de ces fusées , pour mettre le feu à plusieurs autres machines d'un feu de joie ; & , pour les rendre plus agréables , on leur donne plusieurs figures d'animaux , comme de serpents ou de dragons , que pour lors on appelle *dragons volants*. Ces dragons sont très-amusants , sur-tout quand ils sont remplis de diverses compositions , comme de la pluie d'or , de longs cheveux , &c. On pourroit leur faire jeter

412 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

par la gueule des serpenteaux ; ce qui feroit un effet assez agréable & analogue à la figure d'un dragon.

§. II. *Fusées volantes le long d'une corde , & tournantes en même temps.*

Rien n'est plus facile que de donner à une pareille fusée un mouvement de rotation à l'entour de la corde le long de laquelle elle s'avance : il suffit pour cela de lui lier transversalement une autre fusée. Mais celle-ci , au lieu d'avoir son ouverture dans le fond , doit l'avoir vers un des bouts par le côté. En leur faisant prendre feu à-la-fois , cette dernière fera tourner l'autre à l'entour de la corde , à mesure qu'elle s'avancera.

§. III. *Des Fusées qui brûlent dans l'eau.*

Quoique le feu & l'eau soient deux éléments bien opposés l'un à l'autre , néanmoins les fusées dont nous avons enseigné la construction , soit pour l'air , soit pour la terre , étant allumées , ne laissent pas de brûler & de faire leur effet dans l'eau ; mais elles le font dessous l'eau , & nous privent du plaisir de les voir : c'est pourquoi , quand on voudra faire des fusées qui brûlent en nageant sur l'eau , il faudra changer un peu les proportions de leur moule & des matieres de leur composition.

Quant au moule , on pourra lui donner huit ou neuf pouces de longueur sur un pouce de calibre : le bâton à rouler le cartouche sera épais de neuf lignes , & la baguette à charger sera , comme à l'ordinaire , un peu moins épaisse. Il n'est pas besoin de broche au culot pour la charge du cartouche.

A l'égard de la composition, elle se peut faire en deux manieres ; car si l'on veut que la fusée, en brûlant sur l'eau, paroisse claire comme une chandelle, la composition doit être faite de ces trois matieres mêlées ensemble, sçavoir, trois onces de poudre pilée & passée, une livre de salpêtre, & huit onces de soufre. Mais quand vous voudrez faire paroître la fusée sur l'eau avec une belle queue, employez ces quatre matieres aussi mêlées ensemble, sçavoir, huit onces de poudre à canon pilée & passée, une livre de salpêtre, huit onces de soufre pilé & passé, & deux onces de charbon.

La composition étant préparée selon ces proportions, & la fusée en étant remplie comme il a été dit ailleurs, appliquez un saucisson au bout ; ensuite, ayant couvert la fusée de cire, de poix noire, ou de poix résine, ou de quelque autre chose qui puisse empêcher le papier de se gâter dans l'eau, attachez à cette fusée une petite baguette d'osier blanc, longue d'environ deux pieds, afin que la fusée puisse commodément flotter sur l'eau.

Si on veut que ces sortes de fusées se plongent & se relevent, il faut, en les chargeant, mettre d'espace en espace un peu de poudre pilée toute pure, à la hauteur, par exemple, de deux, trois ou quatre lignes, selon la grosseur du cartouche.

R E M A R Q U E S.

I. On peut, sans changer ni le moule, ni la composition, faire de semblables fusées, quand elles sont petites, en plusieurs, manieres différentes, dont nous ne parlerons point ici, pour abrégér. Ceux qui en voudront sçavoir davan-

424 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

tage, pourront consulter les auteurs qui ont composé des traités particuliers de la pyrotechnie, que nous indiquerons à la fin de la Section XII.

II. On peut aussi faire une fusée qui, ayant brûlé quelque temps sur l'eau, vomira des étincelles & des étoiles, qui s'envoleront en l'air quand elles auront pris feu. Cela peut s'exécuter en séparant la fusée en deux parties par une rotule de bois percée au milieu; la partie d'en haut contiendra la composition ordinaire des fusées, & la partie d'en bas contiendra les étoiles, qui doivent être mêlées de poudre grainée & battue ensemble, &c.

III. On peut encore faire une fusée qui s'allumera dans l'eau, y brûlera jusqu'à la moitié de sa durée, & ensuite montera en l'air avec une grande vitesse, en cette sorte.

Pl. I, Prenez une fusée volante, équipée de sa baguette; attachez-la à une fusée aquatique avec un fig. 9. peu de colle, seulement par le milieu A, de manière que celle-ci ait la gorge en haut, & la volante en bas; ajustez à leur extrémité B, un petit canal pour communiquer le feu de l'une à l'autre. Le tout doit être bien enduit de poix, de cire, &c. afin que l'eau ne puisse les endommager.

Après cela, attachez à la fusée volante ainsi collée à l'aquatique, une baguette telle qu'on l'a exigée dans la Section II, comme vous le voyez dans la figure vers D.

Enfin vous nouerez une ficelle en F, qui soutiendra un balle d'arquebuse E, arrêtée contre la baguette par le moyen d'une petite aiguille ou fil de fer. Toutes ces préparations étant faites, vous mettrez le feu en C, lorsque la fusée sera dans

l'eau. La composition étant consumée jusqu'en B, le feu entrera par le petit canal dans l'autre fusée, qui montera en l'air, & laissera la première fusée, qui ne pourra pas la suivre, à cause du poids qu'elle sortient.

§. IV. *Représenter, par le moyen des fusées, plusieurs figures en l'air.*

Si l'on met plusieurs petites fusées sur une grosse, en passant leurs baguettes tout autour du grand cartouche qu'on a coutume d'attacher à la tête de la fusée, pour tenir ce qu'elle doit porter en l'air, & que ces petites fusées prennent feu pendant que la grosse fusée monte en haut, elles représenteront un arbre très agréable à voir, dont le tronc sera la grosse fusée, & les branches seront les petites.

Que si les mêmes petites fusées prennent feu quand la grosse est à demi-tournée dans l'air, elles représenteront une comète; & quand la grande fusée sera tout-à-fait tournée, en sorte que sa tête commence à regarder en bas pour tomber, elles représenteront une espèce de fontaine de feu.

Si vous mettez sur une grosse fusée plusieurs canons ou tuyaux de plume d'oie, remplis de la composition des fusées volantes, comme il a été dit ci-devant; quand ces tuyaux prendront feu, ils représenteront une belle pluie de feu, si vous êtes dessous, ou de beaux cheveux à demi frisés, si vous êtes un peu de côté.

Enfin vous ferez paroître en l'air plusieurs beaux serpents, si vous attachez à la fusée plusieurs serpentaux avec une ficelle par les bouts qui ne prennent point feu; & si entre chacun on laisse

426 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

pendre la ficelle deux ou trois pouces de long ; cela fera paroître plusieurs sortes de figures agréables & divertissantes.

§. V. *Fusée qui monte en forme de vis.*

Une baguette droite dirige , comme l'apprend l'expérience , une fusée perpendiculairement & en ligne droite vers le haut : on peut la comparer au gouvernail d'un vaisseau ou à la queue des oiseaux , dont l'effet est de faire tourner le vaisseau ou l'oiseau du côté vers lequel est leur inclination : ainsi , si à une fusée on adapte une baguette courbe , son effet sera d'abord de faire pencher la fusée du côté où elle est courbée ; mais ensuite son centre de gravité la ramenant dans la situation vertical , il résultera de ces deux efforts opposés , que la fusée montera en zig-zag ou en spirale. Il est vrai que déplaçant alors un plus grand volume d'air , & décrivant une ligne plus longue , elle ne montera pas aussi haut que si elle eût été chassée en ligne droite ; mais l'effet ne laissera pas d'être agréable , par la singularité de ce mouvement.

S E C T I O N V I I I.

De quelques Artifices mobiles , différents des Fusées , comme les Globes ou Balles à feu.

NOUS nous sommes jusqu'à ce moment assez occupés des fusées , & des divers artifices qu'on peut composer par leur moyen : il en est un grand nombre d'autres , dont nous devons faire

connoître les principaux. De ce nombre sont les globes ou balles à feu. Les unes sont destinées à faire leur effet dans l'eau ; d'autres le font en roulant & sautant sur la terre ; les derniers enfin, qu'on appelle *bombes*, le font dans l'air.

§. I. *Des Globes récréatifs qui brûlent sur l'eau.*

Ces globes ou balles à feu se font de trois manieres différentes, en sphere, en sphéroïde, & en cylindre ; mais nous nous bornerons à la figure sphérique.

Pour faire donc une balle à feu sphérique, faites fabriquer un globe de bois, de telle grandeur qu'il vous plaira, creux, & bien rond tant par le dedans que par le dehors, en sorte que son épaisseur AC ou BD, soit égale environ à la neuvieme partie du diametre AB. Ajoutez au dessus un cylindre concave droit EFGH, dont la largeur EF soit égale environ à la cinquieme partie du même diametre AB, & dont l'ouverture LM, ou NO, soit égale à l'épaisseur AC ou BD, c'est-à-dire à la neuvieme partie du diametre AB. C'est par cette ouverture que l'on amorcera le globe ou balle à feu, quand on l'aura rempli de composition par l'ouverture d'en bas IK. On fera passer par cette même ouverture d'en bas IK, le pétard de métal chargé de bonne poudre grainée, & couché en travers, comme vous voyez en la figure. Pl. 1,
fig. 10.

Cela étant fait, on bouchera avec un tampon imbibé de poix chaude cette ouverture IK, qui est à peu près égale à l'épaisseur EF ou GH du cylindre EFGH, & l'on coulera par dessus du plomb, en telle quantité que sa pesanteur puisse faire enfoncer entièrement le globe dans l'eau, en sorte

428 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

qu'il n'y ait que la partie GH qui paroisse hors de l'eau ; ce qui arrivera si la pesanteur de ce plomb avec celle du globe & de sa composition, est égale à la pesanteur d'un égal volume d'eau. Si donc on met ce globe dans l'eau, le plomb, par sa pesanteur, fera tendre l'ouverture IK droit en bas, & tiendra à plomb le cylindre EFGH, où le feu doit avoir été mis auparavant.

Pour connoître si le plomb qu'on a ajouté au globe rend son poids égal à celui d'un égal volume d'eau, il faut frotter ce globe de poix ou de graisse, & en faire l'épreuve en le mettant dans l'eau.

La composition dont on doit charger ce globe, est celle-ci.

A une livre de poudre grainée, ajoutez 32 livres de salpêtre réduit en farine fort déliée, 8 livres de soufre, 1 once de raclure d'ivoire, & 8 livres de sciure de bois, bouillie auparavant dans l'eau de salpêtre, & séchée à l'ombre ou au soleil.

Ou bien encore, ajoutez à 2 livres de poudre battue, 12 livres de salpêtre, 6 livres de soufre, 4 livres de limaille de fer, & 1 livre de poix grecque.

Il n'est pas nécessaire que cette composition soit battue si subtilement que pour les fusées : elle ne doit être ni pulvérisée, ni tamisée ; il suffit qu'elle soit bien mêlée & bien incorporée. Mais, de peur qu'elle ne devienne trop sèche, il sera bon de l'arroser tant soit peu d'huile, ou de quelque autre liquide susceptible d'inflammation.

§. II. *Globes récréatifs, sautants ou roulants
sur la terre.*

I. Ayant fait un globe de bois A, avec un cylindre C, semblable à celui que nous venons de dé- Pl. 1;
crire, & l'ayant chargé d'une semblable compo- fig. 11.
sition, faites entrer dedans quatre pétards, ou
davantage, chargés de bonne poudre grainée jus-
qu'à leurs orifices, comme AB, que vous bouche-
rez fortement avec du papier ou de l'étoupe bien
ferrée; & vous aurez un globe qui, étant allumé
par le moyen de l'amorce qui est en C, sautera en
brûlant sur un plan horizontal & uni, à mesure
que le feu prendra à ses pétards.

Au lieu de mettre ces pétards en dedans, vous
les pouvez attacher en dehors sur la superficie du
globe, qu'ils feront rouler & sauter à mesure qu'ils
prendront feu. Ils s'appliquent indifféremment
sur la surface du globe, comme l'on voit dans la
figure, qu'il suffit de regarder pour la comprendre.

II. On peut encore faire un semblable globe
qui roulera çà & là sur un plan horizontal, par un
mouvement fort prompt. Faites deux demi-glo- Fig. 12.
bes ou hémisphères égaux de carton; ajustez dans
l'un des deux, comme AB, trois fusées commu-
nes, chargées & percées comme les fusées vo-
lantes ordinaires qui n'ont point de pétard, en-
forte que ces fusées C, D, E, ne surpassent pas
la largeur intérieure de l'hémisphère. Vous les
disposez de telle sorte que la queue de l'une ré-
ponde à la tête de l'autre.

Ces fusées C, D, E, étant ainsi ajustées, joi-
gnez l'autre hémisphère à celui-ci, en les collant
ensemble bien proprement avec de bon papier, en-

430 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

sorte qu'ils ne se séparent point quand le globe tournera & courra dans le temps que les fusées feront leur effet. Pour faire prendre feu à la première, on fera vis-à-vis de sa queue un trou au globe pour mettre une amorce, qui étant allumée, portera le feu dans cette fusée, qui ayant été consumée, le communiquera par le moyen d'une étoupille à la seconde, & la seconde à la troisième; ce qui donnera un mouvement continu au globe, quand il sera posé sur un plan horizontal bien égal & uni.

Remarquez qu'il faut faire quelques autres trous à ce globe, car il ne manqueroit point de crever s'il n'y en avoit plusieurs.

Les deux hémispheres de carton se feront en cette sorte. Faites faire un globe de bois massif & bien rond; enduisez-le de cire fondue, en sorte que toute sa surface en soit couverte; collez dessus plusieurs bandes de gros papier, larges de deux ou trois doigts; collez aussi de ces bandes les unes sur les autres, jusqu'à l'épaisseur d'environ deux lignes. Ou bien, ce qui me semble meilleur & plus facile, faites dissoudre avec de l'eau de colle, cette masse ou pâte de papier dont on se sert ordinairement dans les papeteries pour faire le papier; couvrez-en la surface du globe, qui, après avoir été séché peu à peu à un petit feu, doit être coupé par le milieu, pour en faire deux hémispheres solides. Vous retirerez aisément le globe de bois qui est dedans, en sorte qu'il ne demeure que le carton, en approchant ces deux hémispheres d'un feu bien chaud, qui fera fondre la cire, & laissera le globe de bois séparé du carton. Au lieu de cire fondue, on peut se servir de savon.

§. III. *Des Globes aériens , appelés Bombes.*

Ces globes sont appelés *aériens* , parcequ'on les envoie en l'air avec le mortier , qui est une piece courte d'artillerie renforcée & de gros calibre.

Quoique ces globes soient de bois , & qu'ils aient une épaisseur convenable , sçavoir , la douzieme partie de leur diametre , néanmoins si dans le mortier on mettoit trop de poudre , ils ne pourroient résister à la force de cette trop grande quantité : c'est pourquoi il faut proportionner la charge de poudre à la pesanteur du ballon qu'on veut jeter. L'on a coutume de mettre dans le mortier une once de poudre si le globe à feu pese quatre livres , ou deux onces s'il pese huit livres ; & ainsi de suite dans la même proportion.

Comme il peut arriver que la chambre du mortier soit trop grande pour contenir exactement la poudre suffisante pour le globe à feu , qui doit être mis immédiatement sur cette poudre , afin qu'elle le pousse & l'allume en même temps , on peut faire un autre mortier de bois ou de carton , Pl. 1, qui ait son fond de dessous en bois , comme AB : fig. 13. on le mettra dans le grand mortier de fer ou de fonte , & on le chargera d'une quantité de poudre proportionnée à la pesanteur du globe.

Ce petit mortier doit être d'un bois léger , ou de papier collé & roulé en cylindre ou en cône tronqué , excepté , comme j'ai déjà dit , le fond de dessous , qui doit être de bois. La chambre AC de la poudre doit être percée obliquement avec une petite tariere , comme vous voyez en BC ; de sorte que la lumiere B réponde à la lumiere du mortier de métal , où le feu étant mis , il se communiquera à la poudre qui est dans le fond de

432 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

la chambre AC, immédiatement au dessous du globe. De cette façon ce globe prendra feu, & fera un bruit agréable en s'élevant en l'air; ce qui ne réussiroit pas si bien, s'il y avoit quelque espace vuide entre la poudre & le globe.

Le profil ou la section perpendiculaire d'un semblable globe, est représenté par le parallélogramme rectangle ABCD, dont la largeur AB est environ égale à la hauteur AD. L'épaisseur du bois vers les deux côtés L, M, est égale, comme nous avons déjà dit, à la douzieme partie du diametre du globe; & l'épaisseur EF du couvercle est double de la précédente, ou égale à la sixieme partie du même diametre. La hauteur GK ou HI de la chambre GHIK, où se met l'amorce, & qui est terminé par le demi-cercle LGHM, est égale à la quatrieme partie de la largeur AB, & sa largeur GH à la sixieme partie de la même largeur AB.

Remarquez qu'il est dangereux de mettre des couvercles de bois EF sur les balons ou globes aériens; car ces couvercles pourroient être assez pesants pour blesser ceux sur qui ils retomberoient. Il suffit de mettre sur le globe du gazon ou du foin, afin que la poudre trouve quelque résistance.

Il faut remplir ce globe de plusieurs cannes ou roseaux communs, qui doivent être aussi longs que la hauteur intérieure du globe, & chargés d'une composition lente, faite de trois onces de poussier, d'une once de soufre humecté tant soit peu d'huile de pétrole, & de deux onces de charbon; & afin que ces roseaux ou cannes prennent feu avec plus de vitesse & de facilité, on les chargera, par les bouts d'en bas qui posent sur le fond du globe, de poussier humecté pareillement d'huile

d'huile de pétrole, ou bien arrosé d'eau-de-vie, & ensuite séché.

Ce fond doit être couvert d'un peu de poudre moitié battue & moitié grainée, qui servira à mettre le feu par en-bas aux roseaux, quand cette poudre aura pris feu par le moyen de l'amorce qu'on ajoutera au bout de la chambre GH. On aura eu soin de remplir cette chambre d'une composition semblable à celle des roseaux, ou d'une autre composition lente, faite de huit onces de poudre, de quatre onces de salpêtre, de deux onces de soufre, & d'une once de charbon : ou bien de quatre onces de salpêtre, & de deux onces de charbon ; le tout doit être pilé, mêlé, & bien incorporé.

Au lieu de roseaux, on peut charger le globe de fusées courantes, ou bien de pétards de papier, avec quantité d'étoiles à feu ou d'étincelles mêlées de poudre battue, & posées confusément par dessus ces pétards, qui doivent être étranglés à des hauteurs inégales, afin qu'ils fassent leur effet en des temps différents.

On fait ces globes en plusieurs autres manières, qu'il seroit trop long de rapporter ici. Je dirai seulement que, quand ils sont chargés, avant que de les mettre dans le mortier, il les faut bien couvrir par dessus, les envelopper d'une toile imbibée de colle, & attacher par dessous une piece de drap ou de laine bien pressée, d'une forme ronde, justement sur le trou de l'amorce, &c.



SECTION IX.

Des Jets de Feu.

LES jets de feu sont des especes de fusées immobiles , dont l'effet consiste à lancer une gerbe de feu en l'air , à l'*instar* d'un jet d'eau. Elles servent aussi à représenter des cascades ; car si une suite de pareilles fusées est mise horizontalement sur la même ligne , il est aisé de sentir que leur feu se rassemblera en forme de nappe. Lorsqu'elles sont rangées circulairement en forme de rayons d'un cercle , elles forment ce qu'on nomme un *soleil fixe*.

Pour former ces jets , il faut donner au cartouche le quart de l'épaisseur de son diametre pour les feux brillants , & le sixieme seulement pour les feux chinois.

On charge ensuite ce cartouche sur un culot , portant une pointe de la longueur du même diametre & d'un quart de son épaisseur ; mais , comme il arrive d'ordinaire que la bouche du jet s'élargit plus qu'il ne faut par l'effet du feu , il faut , à l'exemple des Chinois , commencer la charge du cartouche par une demi-cornée , ou un quart de diametre de hauteur , de terre glaise , que l'on frappera comme si c'étoit de la poudre. Le jet en montera beaucoup plus haut. On continuera à charger , en employant la composition qu'on aura choisie ; & enfin on fermera le cartouche avec un tampon , sur lequel on étranglera.

On amorce avec la même composition que celle qu'on a employée ; sans quoi la dilatation de l'air

contenu dans le trou de la broche , feroit crever le jet.

On peut percer les fusées terrées de deux trous près de la gorge , afin d'avoir trois jets dans le même plan.

On pourroit leur adapter une espece d'ajutoir percé de nombre de trous, ce qui leur feroit imiter un bouillon d'eau.

Les jets dont on veut faire des nappes de feu ne doivent pas être étranglés. On les place horizontalement , ou tant soit peu inclinés en en-bas.

Il nous semble qu'on pourroit les étrangler en fente , & les percer de même ; ce qui contribueroit à étendre davantage la nappe de feu. On pourroit même avoir des especes d'embouchures étroites & allongées , pour cet effet particulier.

Compositions principales pour les Jets de feu.

1^o Pour les Jets de 5 lignes & au dessous , de diametre intérieur.

Feu chinois. Salpêtre 1 livre , poussier 8 onces , soufre 3 onces , charbon 2 onces , sable de fer du premier ordre 8 onces.

2^o Pour les Jets de 10 à 12 lignes de diametre.

Feu brillant. Poussier 1 livre , limaille de fer de moyenne grosseur 5 onces.

Feu blanc. Salpêtre 1 livre , poussier *idem* , soufre 8 onces , charbon 2 onces.

Feu chinois. Salpêtre 1 livre 4 onces , soufre 5 onces , charbon 5 onces , sable du troisieme ordre 12 onces.

E e ij

3^o *Pour les Jets de 15 à 18 lignes.*

Feu chinois. Salpêtre 1 livre 4 onces, soufre 7 onces, charbon 5 onces, des six sables mêlés 12 onces.

Le P. d'Incarville donne dans son *Mémoire*, diverses autres doses pour les compositions de ces jets ; mais nous devons nous borner ici à ce que nous venons de dire, & renvoyer au *Mémoire* de ce Pere, que l'on trouvera dans le *Manuel de l'Artificier*.

On passe trois fois au tamis de crin le salpêtre, le poussier & le charbon. On humecte tant soit peu avec l'eau-de-vie le sable de fer, pour qu'il se saupoudre du soufre, & on les mêle ensemble ; après quoi on répand ce sable soufré sur le premier mélange, & on mêle le tout avec l'écremoire seulement ; car le tamis sépareroit le sable des autres matieres. Enfin, quand on a employé des sables plus gros que celui du second ordre, on humecte avec de l'eau-de-vie cette composition, enforte qu'elle pelote, & l'on charge : s'il y avoit trop d'humidité, le sable ne feroit pas son effet.

SECTION X.

Des Feux de différentes couleurs.

IL feroit fort à souhaiter, pour la variété des artifices, qu'on pût leur donner toutes les couleurs à volonté. Mais, quoique l'on connoisse plusieurs matieres qui colorent la flamme de diverses manieres, on n'a pu encore introduire qu'un

petit nombre de couleurs dans celle de la poudre enflammée.

Pour faire un feu blanc, il faut mêler de la limaille de fer, ou mieux encore d'acier, avec la poudre.

Pour faire un feu rouge, il faut employer de la même manière le sable de fer du premier ordre.

Comme la limaille de cuivre, jetée dans la flamme, la rend verte, on devoit en conclure que, mélangée avec la poudre, elle devoit donner une flamme verte; mais l'expérience ne réussit pas. On conjecture que la flamme est trop ardente, & consomme trop promptement le phlogistique du cuivre. Mais peut-être n'a-t-on pas fait encore sur cela toutes les tentatives qu'on pourroit désirer; car ne pourroit-on pas affoiblir considérablement la force de la poudre, en augmentant la dose du charbon?

Quoi qu'il en soit, voici encore quelques matières qu'on donne dans les livres de pyrotechnie, comme variant un peu les feux.

Le camphre mêlé dans la composition, fait paroître un feu blanc & pâle.

La raclure d'ivoire donne un feu clair, de couleur d'argent, tirant un peu sur la couleur de plomb, ou plutôt une flamme blanche & reluisante.

La poix grecque fait jeter une flamme rougeâtre & de couleur de bronze.

La poix noire fait vomir un feu sombre, semblable à une fumée épaisse qui obscurcit tout l'air.

Le soufre, mêlé avec modération, fait paroître une flamme bleuâtre.

Le sel ammoniac & le verd-de-gris, font jeter un feu verdâtre.

438. RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

La rapure d'ambre jaune rend le feu d'une couleur citrine.

L'antimoine crud donne au feu une couleur rousse.

Le borax doit donner un feu bleu , car l'esprit de vin où l'on a fait dissoudre , en l'échauffant , du sel sédatif qui est un des composans du borax , brûle avec une belle flamme verte.

Au reste il y auroit sur cette matiere encore beaucoup d'essais à faire ; car il seroit fort agréable de pouvoir varier de différentes couleurs les feux d'une illumination ; ce seroit créer pour les yeux un nouveau plaisir.

S E C T I O N X I.

Composition d'une Pâte propre à représenter des animaux, des devises, &c. en feu.

C'EST encore aux Chinois que nous devons cette maniere de former des figures ardentes. Pour cela , prenez du soufre réduit en poudre impalpable , & de la colle de farine ; faites-en une pâte , dont vous enduirez l'objet que vous voulez représenter en feu , après néanmoins l'avoir enduit de terre glaise , afin de le garantir du feu.

Après avoir mis sur la figure dont il s'agit cet enduit de pâte , on la saupoudre de poussier pendant qu'elle est encore humide ; enfin , lorsque tout est bien sec , on arrange des étoupilles sur les principales parties , afin que le feu se communique promptement par-tout.

On peut employer cette même pâte sur un fond d'argile , pour en former des devises , des dessins quelconques. On pourroit , par exemple , former dans une frise d'un corps d'architecture revêtu de plâtre , des rinceaux & autres ornements , des guirlandes , &c. dans lesquelles même , au moyen de feux de couleur différente , on pourroit imiter des fleurs , &c. Les Chinois imitent fort bien les raisins , en amalgamant la poudre de soufre avec de la chair de jujube , au lieu de colle de farine.

Il ne paroît pas qu'on ait tiré dans ce pays-ci grand parti de cette invention. Peut-être est-elle plus belle dans la spéculation que dans l'exécution.

SECTION XII.

Des Soleils , tant fixes que mobiles.

LES soleils sont une des inventions pyrotechniques qu'on emploie avec le plus de succès dans les feux d'artifice. On les distingue en deux especes , les fixes & les tournants. La formation des uns & des autres est fort simple.

Pour les soleils fixes , on fait faire une piece de bois ronde , dans la circonférence de laquelle peuvent se visser des pieces de bois en forme de rayons , au nombre de douze à quinze. A ces pieces de bois on attache des jets de feu , dont on a enseigné plus haut la composition , en sorte qu'ils soient comme des rayons tendants au même centre. La bouche du jet est du côté de la circonférence. On amorce de maniere que le feu , mis

440 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

au centre , puisse se porter en même temps à la bouche de chacun des jets : alors chacun jetant son feu , il en résulte l'apparence d'un soleil rayonnant. Nous supposons que cette roue est placée dans une situation perpendiculaire à l'horizon.

On peut arranger ces fusées ou jets de manière à se croiser angulairement : alors on a , au lieu d'un soleil , une étoile ou espèce de croix de Malthe.

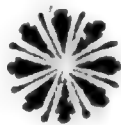
On fait aussi de ces soleils avec plusieurs rangs de jets : alors on les appelle *gloires*.

Les soleils tournants se font de cette manière : Ayez un plateau à pans , de la grandeur que vous voudrez , & bien en équilibre autour de son centre , afin que le moindre effort le fasse tourner ; attachez à la circonférence des jets de feu couchés dans le sens des pans de cette roue. Ces jets doivent n'être pas étranglés par leur fond , & ils doivent être tellement disposés que la bouche de l'un soit voisine du fond de l'autre , afin que le feu cessant à l'un , passe aussi-tôt à l'autre. Il est aisé de voir que , lorsqu'on mettra le feu à une de ces fusées ou jets , le recul de la fusée fera tourner la roue à laquelle elle est attachée , du moins si elle n'est pas trop grande & trop lourde : c'est pourquoi , quand ces soleils sont un peu grands , comme de 20 fusées , par exemple , il faut que le feu prenne à-la-fois à la première , la fixième , la onzième , la seizième , d'où il passera à la seconde , la septième , la douzième , la dix-septième , &c. Ces quatre fusées feront tourner la roue avec rapidité.

Si on met deux soleils semblables l'un derrière l'autre , & tournants en sens contraire , ils feront un joli effet de feu croisé.

On peut en mettre trois ou quatre enfilés à autant d'axes horizontaux , implantés dans un axe vertical mobile , au milieu d'une table ronde : alors ces trois ou quatre soleils tournent à l'entour de la table , & semblent se poursuivre les uns les autres. Pour que ces soleils puissent tourner autour de la table , il est aisé de voir qu'il faut qu'ils soient fixes sur leur axe , & que cet axe , dans l'endroit où il repose sur le bord de la table , soit garni d'une roulette de quelques pouces , bien mobile.

Nous n'en dirons pas davantage sur les feux d'artifice , parcequ'il n'est pas possible de donner ici un traité de pyrotechnie complet. Nous nous contenterons d'indiquer aux amateurs de cet art les ouvrages où ils peuvent plus commodément s'en instruire. L'un est le *Traité des Feux d'artifice* de M. Frézier , dont il y a eu en 1745 une nouvelle édition. Nous citerons encore celui de M. Perrinet d'Orval , intitulé , *Traité des Feux d'artifice , pour le Spectacle & pour la Guerre*. Si l'on veut enfin avoir dans un très-petit volume la substance de tout l'art des artifices , on n'a qu'à consulter le *Manuel de l'Artificier* , in-12 , Paris , 1757 , qui est un abrégé de ce dernier , augmenté de plusieurs compositions nouvelles & curieuses concernant les feux chinois , par le P. d'Incarville.



SECTION XIII.

De quelques Onguents pour la brûlure.

IL est assez sage de terminer un traité de pyrotechnie , par quelques secours contre un accident qui ne peut manquer d'arriver souvent , en maniant un élément dangereux comme le feu , nous voulons dire la brûlure : ainsi nous ne ferons aucune difficulté d'imiter ici M. Ozanam , qui lui-même en cela marche sur les traces de Siemienowicz & de la plupart des autres artificiers : nous bornerons même absolument aux pratiques qu'il enseigne.

Faites bouillir du sain-doux , ou graisse de porc frais , dans de l'eau commune , sur un petit feu ; écumez-la continuellement , jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'écume ; laissez refroidir au serein cette graisse fondue pendant trois ou quatre nuits ; après cela faites refondre la même graisse dans un vaisseau de terre , sur un feu lent & modéré ; coulez-la au travers d'un linge sur de l'eau froide ; lavez-la bien ensuite dans de l'eau claire de rivière ou de fontaine , pour lui ôter son sel , & la faire devenir blanche comme neige ; enfin serrez cette graisse ou onguent ainsi purifié dans un vaisseau de terre vernissé , pour vous en servir au besoin.

Il arrive ordinairement que , par une brûlure , il s'élève sur la peau des ampoules ou vessies , qu'il ne faut faire crever qu'après le troisième ou le quatrième jour qu'on y aura appliqué l'onguent précédent , ou cet autre qui est très-bon , & qui

se fait avec du lard fondu, & mêlé avec deux dragmes d'eau de morelle & une dragme d'huile de Saturne : ou bien avec deux onces de jus d'oignons, & une once d'huile de noix.

SECTION XIV.

Pyrotechnie sans feu, & purement optique.

L'ART dont nous venons d'exposer quelques-unes des inventions, entraîne nécessairement beaucoup de dépense ; il est de plus dangereux, car on ne se joue pas impunément avec l'élément destructeur du feu. En voici un d'une invention moderne, par lequel on a cherché & réussi assez heureusement à imiter l'effet optique de différentes pièces d'artifice, & à leur donner un air de mobilité, quoiqu'elles soient fixes dans la réalité. On peut, par son moyen, se procurer à assez bon marché & à son gré le spectacle d'un feu d'artifice ; & lorsque les pièces qui le composent sont faites artistement, qu'on y a bien observé les règles de la perspective ; qu'on emploie enfin, pour considérer ce petit spectacle, des verres qui, en grossissant les objets, les éloignent & les rendent un peu moins distincts, il en résulte une illusion assez agréable. Ces motifs nous ont engagé à donner ici place à cette invention.

Les pièces d'artifice qu'on imite avec le plus de succès, sont les soleils fixes, les gerbes & les jets de feu, les cascades, les globes, pyramides & colonnes mobiles sur leur axe. En voilà assez pour former un feu d'artifice assez varié.

444 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Voici les principes & quelques exemples de ces différentes pieces optiques de pyrotechnie.

Voulez-vous représenter une gerbe de feu ? il faut prendre du papier noirci des deux côtés & bien opaque ; ensuite , ayant dessiné sur un papier blanc la figure d'une gerbe de feu , vous la transporterez sur le papier noir , & vous le percerez avec la pointe d'un canif tranchant , de plusieurs traits , comme 3 , 5 ou 7 , partants de l'origine de la gerbe : ces lignes ne doivent pas être continues , mais entrecoupées d'intervalles inégaux. Ces
Pl. 2 , intervalles seront aussi percés de trous inégaux ,
fig. 14. qu'on y fera au moyen d'un emporte-piece , afin de représenter les étincelles d'une pareille gerbe ; en un mot on doit peindre par ces trous & les lignes l'effet si connu du feu de la poudre enflammée , élançée par une petite ouverture.

On peindra d'après les mêmes principes les cascades & les nappes de feu qu'on désirera faire entrer dans cet artifice purement optique , ainsi que
Fig. 15. les jets de feu qui partent des rayons des soleils soit fixes , soit mobiles. Il est aisé de sentir que le goût doit présider à cette peinture.

Si vous voulez représenter des globes , des pyramides , ou des colonnes tournantes , il faudra ,
Fig. 16. après les avoir dessinés sur le papier , les déchiqueter en hélice , c'est-à-dire y couper des hélices avec la pointe du canif , & d'une largeur proportionnée à la grandeur de la piece.

On observera encore que , comme ces feux différents ont différentes couleurs , on les leur donnera facilement , en collant derrière les pieces ainsi découpées , du papier serpente très-fin , & coloré de la manière convenable. Les jets de feu , par exemple , donnent , quand ils sont chargés de feu chinois ,

une lumière rougeâtre : il faudra donc coller derrière la découpure de ces jets , du papier transparent , légèrement coloré en rouge ; & ainsi des autres couleurs qui distinguent les différentes compositions d'artifice.

Les choses étant disposées ainsi , il faut donner du mouvement ou l'apparence du mouvement à ce feu. Pour cela on s'y prend de deux manières , applicables aux différentes circonstances.

S'il s'agit , par exemple , d'un jet de feu , on Pl. 2 , pique une bande de papier de trous inégaux & iné- fig. 17.
galement espacés ; on fait couler ensuite , entre une lumière & le jet de feu ci-dessus , cette bande en montant : les traits de lumière qui s'échappent par les trous de ce papier mobile , & rencontrent les ouvertures du papier immobile , ressemblent à des étincelles qui s'élèvent en l'air. Pour peu qu'on ait de goût , on sentira qu'il ne faut pas que ce papier mobile soit percé de trous ni égaux ni également ferrés ; il faut qu'il soit d'abord entier , ensuite percé de trous fort clair-semés , puis très-ferrés , puis médiocrement ; ce qui servira à représenter les espèces de bouffées de feu qu'on observe dans les artifices.

S'il étoit question d'une cascade , il faudroit , pour en rendre le mouvement , que le papier percé dont il est question , descendît au lieu de monter.

Il est au surplus facile de produire ce mouvement par deux rouleaux , sur l'un desquels s'enroulera ce papier , pendant qu'il se déroulera de dessus l'autre.

Il y a un peu plus de difficulté pour les soleils , où il est question de représenter un feu qui s'échappe du centre vers la circonférence. Cela se fait ainsi.

446 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Décrivez sur du fort papier un cercle de même diamètre que le soleil que vous voulez représenter, même quelque peu au-delà; vous tracerez ensuite sur ce cercle de papier deux hélices, à une ligne ou demi-ligne de distance, & vous ouvrirez avec le canif leur intervalle, en sorte que le papier soit fendu depuis la circonférence, & en diminuant de largeur, jusqu'à quelque distance du centre;

Pl. 2, vous garnirez ainsi ce cercle de papier, tant plein **fig. 18.** que vuide, de pareilles hélices; ensuite vous collerez ce cercle découpé sur un petit cercle de fer, supporté par deux filets de fer se croisant à son centre, & vous ajusterez le tout à une petite machine qui permette de le faire tourner autour de son centre. Ce cercle découpé & mobile étant placé au devant de votre représentation de soleil, avec une lumière au-delà, lorsque vous le ferez mouvoir du côté que regarde la convexité des hélices, ces hélices lumineuses, ou qui donnent passage à la lumière, donneront sur l'image des rayons ou jets de feu de votre soleil, l'apparence d'un feu qui va continuellement, comme par ondulation, du centre à la circonférence.

On donnera une apparence de mouvement aux colonnes, pyramides & globes découpés comme on l'a dit plus haut, en faisant mouvoir verticalement & en montant une bande découpée d'ouvertures inclinées dans un angle un peu différent de celui des hélices. Par ce moyen, on croira voir un feu qui circule continuellement, en montant le long de ces hélices; d'où résultera une sorte d'illusion, par laquelle on verra ces colonnes ou pyramides tourner avec elles.

Mais en voilà assez sur ce sujet. Il suffit d'avoir ici indiqué le principe de cette pyrotechnie peu

coûteuse : le goût de l'artiste lui suggérera beaucoup de choses pour rendre cette représentation plus vraie & plus séduisante.

Nous ne dirons plus qu'un mot des illuminations, qui sont une partie de ce spectacle pyrotechnique.

On prend pour cet effet des estampes représentant une place, un château, un palais, &c ; on les enlumine de leurs couleurs naturelles, & l'on colle derrière elles du papier, en sorte qu'elles ne soient plus qu'à demi transparentes ; ensuite, avec des emporte-pièces de différents calibres, on perce de petits trous dans les lieux & sur les lignes où l'on a coutume de poser des lampions, comme le long des appuis de fenêtres, sur des corniches, des balustrades, &c. On a l'attention de faire ces trous de plus en plus petits & plus serrés, selon la dégradation perspective de l'estampe. Avec d'autres emporte-pièces plus grands, on figure dans d'autres endroits des lumières plus fortes, comme des pots-à-feu, &c. On découpe en quelques endroits les carreaux des croisées de fenêtres, & l'on colle derrière du papier transparent, rouge ou vert, pour figurer des rideaux de croisées, tirés devant elles, & cachant un appartement éclairé.

Cette estampe étant ainsi découpée, on la place au devant de l'ouverture d'une espèce de petit théâtre fortement éclairé par derrière, & on la considère au moyen d'un verre convexe d'un foyer un peu long, comme ceux de ces petites machines qu'on nomme des *Optiques*. Ce petit spectacle est assez agréable quand les estampes sont bien en perspective, & que le goût a présidé à la distribution & à la dégradation des lumières. On

448 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

peut l'entre-mêler de quelques pieces du spectacle pyrotechnique décrit ci-dessus , qui y conviennent d'autant mieux , que les illuminations accompagnent d'ordinaire les feux d'artifice.

On a vu à Paris , & l'on voit encore chez le sieur Zaller , une suite d'illuminations de ce genre , qui ont une vérité qui fait assez de plaisir.

Fin du Tome III.

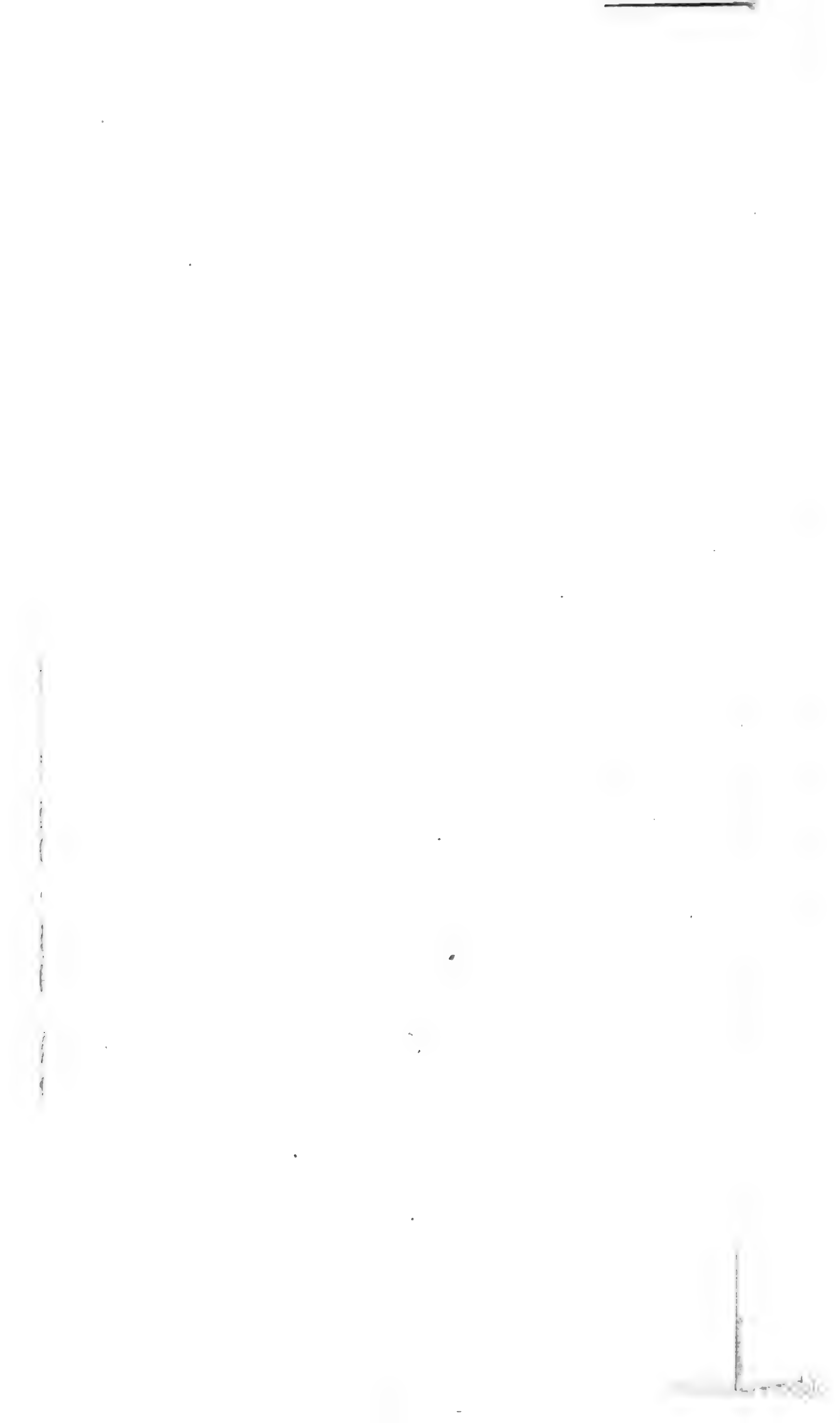
TABLE

Fig. 6.



7. 9.





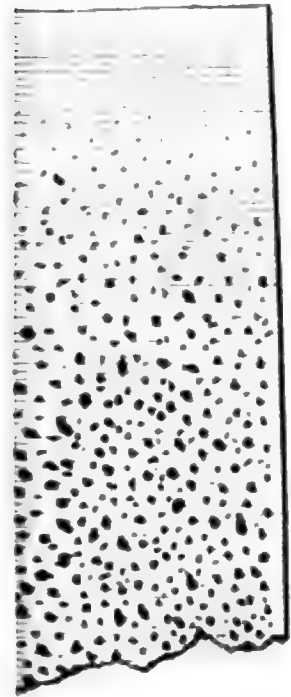
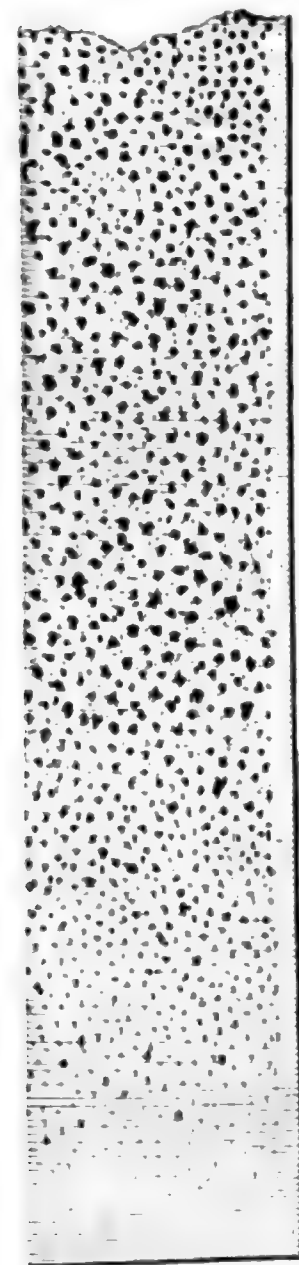
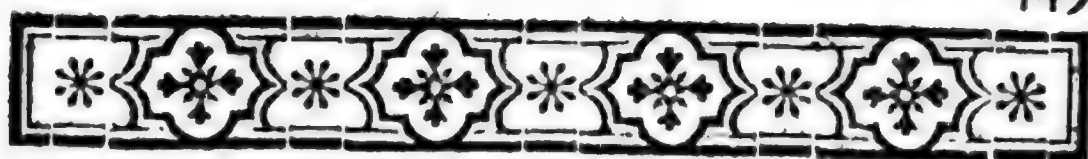


Fig. 17.





T A B L E

D E S M A T I E R E S

D U T R O I S I E M E V O L U M E.

S I X I E M E P A R T I E.

A S T R O N O M I E E T G É O G R A P H I E.

CHAPITRE PREMIER. *Problèmes élémentaires d'Astronomie & de Géographie.* 3

PROBLÈME PREMIER. *Trouver la ligne méridienne d'un lieu.* ibid.

PROB. II. *Trouver la latitude d'un lieu.* 11

PROB. III. *Trouver la longitude d'un lieu de la terre.* 12

TABLE des Longitudes & Latitudes des villes & lieux de la terre. 17

PROB. IV. *Déterminer l'heure qu'il est dans un lieu de la terre, pendant qu'il est une certaine heure dans un autre.* 30

PROB. V. *Comment deux hommes peuvent être nés le même jour, mourir au même moment, & cependant avoir vécu un jour, ou même deux, l'un plus que l'autre.* 32

PROB. VI. *Trouver la grandeur du jour, lorsque le soleil est dans un degré donné de l'écliptique, & pour une latitude donnée.* 33

Tome III.

F f

PROB. VII. *Le plus grand jour d'un lieu étant donné, trouver sa latitude.* 35

PROB. VIII. *Trouver le climat d'un lieu dont la latitude est connue.* ibid.

PROB. IX. *Mesurer la grandeur d'un degré d'un grand cercle de la terre, & la terre elle-même.* 38

TABLE des Lieux de la France les plus voisins de la Méridienne de l'Observatoire de Paris. 41

PROB. X. *De la vraie Figure de la Terre.* 42

PROB. XI. *Déterminer la grandeur d'un degré d'un petit cercle proposé, ou d'un parallèle.* 48

PROB. XII. *Trouver la distance de deux lieux proposés de la terre, dont on connoît les longitudes & les latitudes.* 50

TABLE des mesures itinéraires anciennes & modernes. 54

PROB. XIII. *Représenter le globe terrestre en plan.* 57

PROB. XIV. *Etant données les latitudes & les longitudes de deux lieux, (Paris & Cayenne, par exemple,) trouver à quel point de l'horizon répond la ligne tirée de l'un à l'autre, ou quel angle fait avec le méridien le cercle vertical mené du premier de ces lieux par l'autre.*

THÉORÈME. On ne voit presque jamais les astres au lieu où ils sont réellement. Le Soleil, par exemple, est toujours couché, tandis qu'on l'apperçoit encore tout entier sur l'horizon. 64

PROB. XV. *Déterminer, sans tables astronomiques, s'il y a éclipse à une nouvelle ou pleine lune donnée.* 68

DES MATIERES. 451

Pour les Nouvelles Lunes. 69

Pour les Pleines Lunes. ibid.

PROB. XVI. *Construction d'une machine servant à montrer les nouvelles, les pleines Lunes, & les Eclipses qui auront ou qui ont eu lieu pendant une certaine période de temps.*

71

EPOQUES des années lunaires, rapportées aux années civiles pour le méridien de Paris. 75

Maniere de faire les divisions sur les platines.

76

PROB. XVII. *Une année lunaire étant donnée, trouver, au moyen de la machine précédente, les jours de l'année solaire qui lui répondent, & dans lesquels il y aura nouvelle ou pleine lune, & éclipse de soleil ou de lune.* 79

TABLE des Eclipses de Soleil & de Lune, visibles, en tout ou en partie, sur l'horizon de Paris, depuis 1777 jusqu'en 1800. 82

PROB. XVIII. *Observer une Eclipsé de Lune.*

85

PROB. XIX. *Observer une Eclipsé de Soleil.*

88

PROB. XX. *Mesurer la hauteur des Montagnes.*

92

Autre Maniere. 93

PROB. XXI. *Maniere de connoître les Constellations.* 98

TABLE des Constellations. 101

CHAPITRE II. *Exposition sommaire des principales vérités de l'Astronomie physique, ou du Système de l'Univers.* 107

§. I. *Du Soleil.* 109

§. II. *De Mercure.* 114

§. III. <i>De Vénus.</i>	115
§. IV. <i>De la Terre.</i>	117
§. V. <i>De la Lune.</i>	119
§. VI. <i>De Mars.</i>	124
§. VII. <i>De Jupiter.</i>	125
§. VIII. <i>De Saturne.</i>	128
§. IX. <i>Des Cometes.</i>	132
§. X. <i>Des Etoiles fixes.</i>	139
§. XI. <i>Récapitulation de ce qu'on vient de dire sur le Système de l'Univers.</i>	147
CHAPITRE III. <i>Du Calendrier, & de diverses questions qui y sont relatives.</i>	151
PROB. I. <i>Connoître si une année est bissextile, ou de 366 jours, ou non.</i>	156
<i>Du Nombre d'or, & du Cycle lunaire.</i>	158
PROB. II. <i>Trouver le Nombre d'or d'une année proposée, ou le rang qu'elle occupe dans le cycle lunaire.</i>	159
<i>De l'Epaële.</i>	160
PROB. III. <i>Une année étant donnée, trouver son Epaële.</i>	162
PROB. IV. <i>Trouver la nouvelle lune d'un mois proposé dans une année donnée.</i>	164
PROB. V. <i>Trouver l'âge de la lune un jour pro- posé.</i>	166
<i>Du Cycle solaire, & de la Lettre dominicale.</i>	ibid.
PROB. VI. <i>Trouver la Lettre dominicale d'une année proposée.</i>	168
PROB. VII. <i>Trouver quel jour de la semaine tombe un jour donné d'une année proposée.</i>	174

DES MATIERES.

453

PROB. VIII. Trouver la fête de Pâques, & les autres fêtes mobiles.	175
<i>Premiere Maniere.</i>	<i>ibid.</i>
<i>Seconde Maniere.</i>	176
<i>TABLE pour trouver la fête de Pâques.</i>	177
<i>Troisieme Maniere.</i>	178
PROB. IX. Trouver quel jour de la semaine commence chaque mois d'une année.	180
PROB. X. Connoître les mois de l'année qui ont 31 jours, & ceux qui n'en ont que 30.	182
PROB. XI. Trouver le jour de chaque mois, auquel le soleil entre dans un signe du zodiaque.	<i>ibid.</i>
PROB. XII. Trouver le degré du signe où le soleil se rencontre en un jour proposé de l'année.	183
PROB. XIII. Trouver le lieu de la lune dans le zodiaque, un jour proposé de l'année.	184
PROB. XIV. Trouver à quel mois de l'année appartient une lunaison.	185
PROB. XV. Connoître les années lunaires qui sont communes, & celles qui sont embolismiques.	186
PROB. XVI. Trouver combien de temps la lune doit éclairer pendant une nuit proposée.	187
PROB. XVII. Trouver facilement les Calendes, les Nones & les Ides de chaque mois de l'année.	189
PROB. XVIII. Connoître quel quantieme des Calendes, des Nones & des Ides répond à un certain quantieme d'un mois donné.	190
PROB. XIX. Le quantieme des Calendes, des Ides, ou des Nones, étant donné, trouver quel quantieme du mois doit y répondre.	192

- Du Cycle d'Indiction.* 193
- PROB. XX. Trouver le nombre de l'Indiction Romaine qui répond à une année donnée. 194
- De la Période Julienne, & de quelques autres Périodes de ce genre.* ibid.
- PROB. XXI. Etant donnée une année de la période Julienne, trouver combien elle a de cycle lunaire, de cycle solaire, & d'indiction. 196
- PROB. XXII. Etant donnés les nombres des cycles lunaire, solaire & d'indiction, qui répondent à une année, trouver son rang dans la période Julienne. ibid.
- De quelques Epoques ou Eres célèbres dans l'Histoire.* 198
- PROB. XXIII. Changer les années des Olympiades en années de l'Ere Chrétienne, ou au contraire. ibid.
- PROB. XXIV. Trouver l'année de l'Hégyre qui répond à une année Julienne donnée. 200
-

SEPTIEME PARTIE.

GNOMONIQUE.

- P** R I N C I P E général des Cadrans solaires. 204
- PROB. I. Trouver sur un plan horizontal la ligne méridienne. 207
- PROB. II. Comment on peut trouver la méridienne par trois observations d'ombres inégales. 208
- PROB. III. Trouver la méridienne d'un plan, ou la ligne soustylaire. 209
- PROB. IV. Trouver un Cadran équinoxial. 210

DES MATIERES: 455

- PROB. V.** *Trouver les divisions horaires sur un cadran horizontal, avec deux ouvertures de compas seulement.* 212
- PROB. VI.** *Construire le même Cadran par une seule ouverture de compas.* 213
- PROB. VII.** *Construction des autres Cadrans principaux & réguliers.* 214
- Des Cadrans polaires.* 215
- Du Cadran vertical méridional.* *ibid.*
- Du Cadran septentrional.* *ibid.*
- PROB. VIII.** *Des Cadrans verticaux, orientaux & occidentaux.* 215
- PROB. IX.** *Décrire un Cadran horizontal, ou vertical méridional, sans avoir besoin de trouver les points horaires sur l'équinoxiale.* 216
- PROB. X.** *Tracer un Cadran sur un plan quelconque, vertical ou incliné, déclinant ou non, enfin sur une surface quelconque, & même dans l'absence du soleil.* 218
- PROB. XI.** *Décrire dans un parterre un Cadran horizontal avec des herbes.* 219
- PROB. XII.** *Décrire un cadran vertical sur un carreau de vitre, où l'on puisse connoître les heures aux rayons du soleil, & sans style.* 220
- PROB. XIII.** *Décrire trois Cadrans, & même quatre, sur autant de plans différents, où l'on puisse connoître l'heure par l'ombre d'un seul axe.* 221
- Autre Maniere.* 222
- PROB. XIV.** *Trouver la méridienne sous une latitude donnée, par une seule observation faite au soleil, & à une heure quelconque de la journée.* 223

F iv

- PROB. XV.** *Tailler une pierre à plusieurs faces , sur lesquelles on puisse décrire tous les Cadrans réguliers.* 224
- PROB. XVI.** *Former un Cadran sur la surface convexe d'un globe.* 226
- PROB. XVII.** *Autre Cadran dans une sphere armillaire.* 227
- PROB. XVIII.** *Faire un Cadran solaire auquel un aveugle puisse connoître les heures.* 229
- PROB. XIX.** *Rendre un Cadran horizontal , décrit pour une latitude particuliere , propre à indiquer l'heure dans tous les lieux de la terre.* 230
- PROB. XX.** *Construction de quelques Tables nécessaires pour les Problèmes suivans.* 232
- TABLE** *des Angles des lignes horaires d'un Cadran horizontal avec la méridienne , & pour des latitudes depuis 42 degrés jusqu'à 52.* 233
- TABLE** *des verticaux du Soleil à chaque heure du jour & au commencement de chaque signe , pour la latitude de Paris , de 48° 50'.* 237
- TABLE** *des hauteurs du Soleil à chaque heure du jour , pour le commencement de chaque signe , & pour la latitude de Paris , de 48° 50'.* 238
- PROB. XXI.** *Autre maniere de construire un Cadran solaire horizontal & universel.* 239
- PROB. XXII.** *Etant donnés la hauteur du soleil , le jour de l'année , & la hauteur du pôle du lieu , trouver l'heure par une construction géométrique.* 241
- PROB. XXIII.** *Construire un Cadran solaire horizontal qui montre les heures au moyen d'un style vertical immobile à son centre.* 242

DES MATIERES. 457

- PROB. XXIV.** *Construction d'un autre Cadran solaire horizontal & mobile, montrant les heures par les seules hauteurs du soleil.* 244
- PROB. XXV.** *Décrire un Cadran horizontal, qui montre les heures au soleil sans l'ombre d'aucun style.* 247
- PROB. XXVI.** *Décrire un Cadran qui montre les heures par réflexion. Première Manière.* 249
- Seconde Manière.* 250
- Troisième Manière.* 251
- Quatrième Manière.* ibid.
- PARADOXE GNOMONIQUE.** *Tout Cadran solaire, quelque exactement construit qu'il soit, est faux, & même sensiblement, dans les heures voisines du coucher du soleil.* 252
- PROB. XXVII.** *Tracer un Cadran solaire qui montre exactement l'heure, nonobstant la réfraction.* 253
- PROB. XXVIII.** *Décrire un Cadran sur la surface convexe d'un cylindre perpendiculaire à l'horizon, & immobile.* 256
- PROB. XXIX.** *Décrire un Cadran portatif dans un quart de cercle.* 261
- PROB. XXX.** *Décrire un Cadran portatif sur une carte.* 264
- PROB. XXXI.** *Construction d'un anneau qui marque l'heure pendant toute l'année.* 266
- PROB. XXXII.** *Comment l'ombre d'un style peut rétrograder sur un cadran solaire sans miracle.*
- PROB. XXXIII.** *Sous une latitude quelconque, tracer un cadran où la rétrogradation de l'ombre ait lieu.* 272
- PROB. XXXIV.** *Déterminer la trace de l'ombre du sommet du style sur un plan.* 273

PROB. XXXV. Connoître les heures à un cadran solaire éclairé par la lune.	275
PROB. XXXVI. Construire un Cadran qui marque l'heure à la lune.	278
PROB. XXXVII. Décrire les arcs des signes sur un cadran solaire.	280
<i>Seconde Maniere.</i>	281
<i>Des diverses especes d'Heures.</i>	284
PROB. XXXVIII. Tracer sur un cadran les heures italiques.	284
PROB. XXXIX. Tracer sur un cadran les lignes des heures naturelles du jour.	286
PROB. XL. Trouver l'heure par quelqu'une des étoiles circompolaires.	287
PROB. XLI. Trouver l'heure du jour au moyen de la main gauche.	289
APPENDIX contenant une méthode générale pour la description des Cadrans solaires , quelle que soit la déclinaison ou l'inclinaison du plan.	293

HUITIEME PARTIE.

NAVIGATION.

PROBLÈME I. De la ligne courbe que décrit un vaisseau sur la surface de la mer, en suivant un même rhumb de la boussole.	301
PROB. II. Comment un vaisseau peut aller contre le vent.	301
PROB. III. De la force du gouvernail , & de la maniere dont il agit.	307
PROB. IV. Quel angle le gouvernail doit-il faire pour tourner le vaisseau avec le plus de force ?	313

DES MATIERES. 459

PROB. V. *Un vaisseau peut-il avoir une vitesse égale à celle du vent , ou plus grande ?* 314

PROB. VI. *Le vent soufflant selon une direction donnée , & le vaisseau devant aller selon une route déterminée , quelle est la position de la voile qui sera la plus avantageuse pour sa marche ?* 316

PROB. VII. *Comment faudroit-il faire pour se diriger d'un lieu à l'autre sur la mer , par le chemin le plus court ?* 317

PROB. VIII. *Quelle est la forme la plus avantageuse à donner à la proue d'un vaisseau , soit pour aller vite , soit pour bien gouverner ?* 320

PROB. IX. *Quel est le plus court chemin pour atteindre un vaisseau auquel on donne chasse , & qu'on a sous le vent ?* 321

PROB. X. *De la détermination des longitudes en mer.* 323

PROB. XI. *Si un vaisseau étoit parvenu jusqu'à un des pôles , comment feroit-il pour se diriger dans un méridien déterminé ?* 332

NEUVIEME PARTIE.

ARCHITECTURE.

PROBLÈME I. *Tirer d'un arbre la poutre de la plus grande résistance.* 338

PROB. II. *De la forme la plus parfaite d'une voûte. Propriétés de la chaînette , & leur application à la solution de ce problème.* 343

- PROB. III. *Comment on peut construire une voûte hémisphérique ou en cul-de-four, qui n'exerce aucune poussée sur ses supports.* 349
- PROB. IV. *Comment on pourroit diminuer considérablement la poussée des voûtes.* 353
- PROB. V. *Deux particuliers voisins ont chacun un emplacement assez resserré, où ils veulent bâtir. Mais, pour se ménager de la place, ils conviennent de construire un escalier qui puisse servir aux deux maisons, & qui soit tel que leurs habitants n'aient rien de commun entr'eux que l'entrée & le vestibule. Comment s'y prendra l'architecte à qui ils exposent cette idée?* 356
- PROB. VI. *Comment on peut former le plancher d'un emplacement avec des poutrelles qui n'ont qu'un peu plus de la moitié de la longueur nécessaire pour atteindre d'un mur à l'autre.* 358
- PROB. VII. *Des trompes dans l'angle.* 361
- PROB. VIII. *Un architecte a un terrain quadrangulaire & irrégulier, tel que ABCD, & veut y planter un quinconce, en sorte que toutes les lignes d'arbres, tant transversales que diagonales, soient en ligne droite. On demande comment il faudra qu'il s'y prenne.* 363
- PROB. IX. *Construction d'une charpente qui, sans entrant, n'a aucune poussée sur les murs sur lesquels elle repose.* 366
- PROB. X. *Du toisage des voûtes en cul-de-four, surhaussées & surbaisées.* 367
- §. I. *Pour les Voûtes en cul-de-four surhaussées.* 369
- §. II. *Pour les Voûtes en cul-de-four surbaisées.* 370

DES MATIERES. 461

PROB. XI. *Mesure des voûtes en arcs de cloître, & des voûtes d'arête.* 372

PROB. XII. *Comment on pourroit construire un pont de bois de 100 pieds & plus de longueur, & d'une seule arche, avec des bois dont aucun n'excéderoit quelques pieds de longueur.* 374

PROB. XIII. *Est-il possible de faire une plate-bande qui n'ait aucune poussée latérale ?* 378

PROB. XIV. *Est-ce une perfection dans l'église de Saint-Pierre de Rome, qu'en la voyant pour la première fois, on ne la juge point aussi grande qu'elle l'est réellement, & qu'elle paroît après l'avoir parcourue ?* 379

DIXIEME PARTIE.

PYROTECHNIE.

SECTION PREMIERE. *De la Poudre à canon.* 387

SECTION II. *Construction des Cartouches de Fusées volantes.* 391

Première Table, du Calibre des Moules d'une livre & au dessous. 398

Seconde Table, pour les Calibres des Moules depuis 1 liv. jusqu'à 50 liv. de balle. 399

SECTION III. *De la Composition de la Poudre des Fusées, & de la maniere de les charger.* 400

Des Etoupilles. 403

SECTION IV. <i>Quelle est la cause de l'ascension des Fusées en l'air.</i>	405
SECTION V. <i>Du Feu brillant & du Feu chinois.</i>	407
<i>Feu chinois rouge.</i>	408
<i>Feu chinois blanc.</i>	409
SECTION VI. <i>Des Garnitures des Fusées.</i>	410
§. I. <i>Des Serpenteaux.</i>	411
§. II. <i>Les Marrons.</i>	413
§. III. <i>Les Saucissons.</i>	414
§. IV. <i>Les Etoiles.</i>	ibid.
<i>Autre maniere de faire des Fusées à étoiles.</i>	415
§. V. <i>La Pluie de feu.</i>	417
§. VI. <i>Les Etincelles.</i>	418
<i>Autre maniere de faire des Etincelles.</i>	419
§. VII. <i>De la Pluie d'or.</i>	ibid.
SECTION VII. <i>Des Fusées différentes pour l'effet, des Fusées ordinaires.</i>	420
§. I. <i>Des Fusées volantes sur des cordes, ou Courantins.</i>	ibid.
§. II. <i>Fusées volantes le long d'une corde, & tournantes en même temps.</i>	422
§. III. <i>Des Fusées qui brûlent dans l'eau.</i>	ibid.
§. IV. <i>Représenter, par le moyen des fusées, plusieurs figures en l'air.</i>	425
§. V. <i>Fusée qui monte en forme de vis.</i>	426
SECTION VIII. <i>De quelques Artifices mobiles, différents des Fusées, comme les Globes ou Balles de feu.</i>	ibid.
§. I. <i>Des Globes récréatifs qui brûlent sur l'eau.</i>	427

DES MATIERES.	463
§. II. Globes récréatifs , sautants ou roulants sur la terre.	429
§. III. Des Globes aériens , appelés Bombes.	431
SECTION IX. Des Jets de Feu.	434
Compositions principales pour les Jets de feu.	435
SECTION X. Des Feux de différentes couleurs.	436
SECTION XI. Composition d'une Pâte propre à représenter des animaux , des devises , &c. en feu.	438
SECTION XII. Des Soleils , tant fixes que mo- biles.	439
SECTION XIII. De quelques Onguents pour la brûlure.	442
SECTION XIV. Pyrotechnie sans feu , & pure- ment optique.	443

Fin de la Table du troisieme Volume.

